

ESTIMANDO O *VALUE-AT-RISK* (VaR) DE CARTEIRAS VIA MODELOS DA FAMÍLIA GARCH E SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Lucas Lúcio Godeiro

Mestre em Economia Política pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
e bacharel em Economia pela Universidade do Estado do Rio Grande do Norte (Uern).
Professor da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (Ufersa).
E-mail: lucasgodeiro@ufersa.edu.br

Resumo

O objetivo deste trabalho é calcular o VaR de carteiras por meio dos modelos da família Garch com erros normais e t-Student e via simulação de Monte Carlo. Foram utilizadas três carteiras compostas por ações preferenciais de cinco empresas do Ibovespa. Os resultados indicam que a distribuição *t* ajusta-se melhor aos dados, pois a taxa de violação do VaR calculado com a distribuição *t* foi menor do que a taxa de violação do VaR estimado com a distribuição normal.

Palavras-chave: VaR; Garch; Simulação de Monte Carlo.

1

INTRODUÇÃO

A gestão de risco vem passando por várias transformações nas últimas décadas. A desregulamentação financeira com o fim do sistema de Bretton Woods proporcionou uma diversidade maior de aplicações financeiras, bem como uma maior possibilidade tanto de ganhar como de perder muito dinheiro. Por isso, o problema dos agentes consiste em minimizar risco obtendo o maior retorno possível. A medida de risco mais utilizada pelo mercado é o *value-at-risk* (VaR) em virtude de ser simples e representar um número em dinheiro. O VaR surge após grandes perdas que os investidores tiveram no início da década de 1990. O VaR também é uma das medidas de risco usadas pelos acordos de Basileia para regular o sistema bancário.

O VaR corresponde à maior perda provável caso o pior cenário aconteça. O VaR é calculado por diversos métodos: paramétricos, não paramétricos ou semiparamétricos. O VaR também pode ser obtido pela simulação histórica dos retornos ou pela simulação de Monte Carlo.

A literatura sobre o VaR é bastante extensa e tem alguns trabalhos importantes como os de Jorion (2007), Chela, Abrahão e Kamogawa (2011), Gaglianone, Lima e Linton (2008), Manganelli e Engle (2001), Glasserman, Heidelberg e Shahabuddin (2000), Taylor (2005), entre outros. Esses trabalhos

abordam o VaR de diversas formas, como o CAViaR de Manganeli e Engle (2001) e o *backtesting* VQR de Gaglianone, Lima e Linton (2008).

Bezerra (2001) que estima o VaR de ações da Petrobras com simulação de Monte Carlo e compara as estimativas com as de modelos paramétricos. O autor encontra evidências empíricas de que a estimativa do VaR pela simulação de Monte Carlo supera a dos métodos paramétricos. Ainda segundo Bezerra (2001), o método de simulação de Monte Carlo é ainda melhor em razão de sua capacidade de capturar os efeitos da não linearidade dos ativos financeiros.

O presente artigo propõe calcular o VaR de portfólios por meio dos modelos da família Garch com erros normais e t-Student e via simulação de Monte Carlo, para assim verificar se a distribuição *t* se ajusta melhor aos dados empíricos. O trabalho também realizará *backtesting* com o intuito de saber se os modelos têm bom desempenho, mesmo para a amostra usada, que contém períodos de alta volatilidade, como a crise de 2008. Além desta introdução e da conclusão, o trabalho tem mais três seções. A segunda seção revisa a literatura sobre o VaR, e a terceira traz os métodos. A quarta apresenta e discute os resultados obtidos pela pesquisa.

2

REVISÃO DA LITERATURA

Chela, Abrahão e Kamogawa (2011) estimam o VaR de três carteiras por meio dos modelos Garch DCC e CCC, O-Garch e Ewma. Os autores reduzem as dimensões das carteiras compostas por taxa de juros, taxas de câmbio, índices de ações e ativos de alta volatilidade como os CDS, com a metodologia denominada componentes principais. Como critérios de avaliação, os pesquisadores utilizaram o teste de Kupiec, a pior perda relativa e o VaR médio. O primeiro mede a eficiência da proteção; o segundo, a proteção no pior cenário; e o terceiro, o custo da proteção. A conclusão do *paper* é que os melhores modelos, pelo critério da ponderação entre controle de risco na frequência e na pior perda e custo de VaR médio, foram o VaR tradicional por Ewma e o VaR O-Garch.

De acordo com Jorion (2007), Till Guldimann, do J. P. Morgan, foi quem criou o termo *value-at-risk* no final da década de 1980. Ainda, os modelos VaR começaram a ser desenvolvidos no início dos anos 1990, em resposta às crises financeiras desse período.

Gaglianone, Lima e Linton (2008) calculam o VaR por meio da regressão quantílica, com o objetivo de verificar o aumento de exposição a risco nos ativos. Os autores fazem simulação de Monte Carlo para mostrar que o modelo desenvolvido tem mais potência do que outros modelos de *backtesting*.

Ainda de acordo com os autores aqui citados, o VaR é uma medida estatística que resume, em um simples número, a pior perda em um horizonte de tempo dentro de um dado intervalo de confiança, e também é a principal medida de risco utilizada pelo mercado. No entanto, um dos problemas de pesquisa é como calcular da melhor forma um modelo VaR. O teste *VaR quantile regression* (VQR) demonstrado no *paper* encontra evidências de que o VaR subestima o risco em alguns períodos. Para comprovar a eficácia do teste VQR, os pesquisadores fizeram simulação de Monte Carlo e compararam os resultados com os de outros testes. O VaR é estimado com o RiskMetrics e com o modelo Garch (1,1) com erros normais. Em alguns experimentos de Monte Carlo, os testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998) obtêm um melhor desempenho que o VQR.

A aplicação empírica feita com dados do S&P 500 por Gaglianone, Lima e Linton (2008) mostra que o Garch (1,1) é uma boa estimativa do VaR, de acordo com os *backtestings* efetuados, apesar da assunção de normalidade. O modelo RiskMetrics VaR (99%) não teve um bom ajuste para os dados, de acordo com o teste VQR.

Cordeiro (2009) aplica a metodologia de cópulas para calcular o VaR do mercado, pois, segundo o autor, a função de cópulas oferece uma maior flexibilidade para agregação de riscos quando comparada com abordagens tradicionais de mensuração de risco. Na pesquisa citada, são demonstradas as várias formas de calcular o VaR, com a simulação de Monte Carlo e os modelos da família Garch. Para calcular o VaR, Cordeiro (2009) usa cópulas, simulação histórica e o método delta normal. Em seguida, é efetuado o *backtesting* a fim de verificar se o VaR calculado com as cópulas tem uma melhor *performance*. As carteiras em que se estimou o VaR são compostas pelo Ibovespa e pela taxa de câmbio ptax. Os resultados encontrados mostram que, para o VaR a 99%, o melhor modelo foi o de cópulas de Frank, e para o VaR a 95%, o delta normal obteve um melhor desempenho. Nas suas conclusões, Cordeiro (2009) diz que a principal crítica à utilização do método delta normal é a incapacidade deste em caracterizar as caudas pesadas dos dados financeiros.

Araújo (2009) demonstra que uma carteira de fundos multimercado brasileiros otimizada é mais eficiente quando a medida de risco utilizada é o *condi-*

tional value-at-risk (CVaR). O portfólio de fundos de investimento multimercado é otimizado via fronteira eficiente de Markowitz (1952). Segundo Araújo (2009) o CVaR mede a perda esperada condicionada às perdas que excederem ou forem iguais ao VaR. Uma das constatações da pesquisa é que carteira de fundos selecionada pelo método CVaR gera uma maior proteção ao investidor. No entanto, uma das carências do trabalho é não realizar o *backtesting* a fim de verificar a eficiência dos modelos VaR e CVaR.

O *paper* de Manganelli e Engle (2001) resolve o VaR por vários métodos, entre eles os modelos Garch e a simulação de Monte Carlo. Há duas contribuições originais no trabalho à época: introdução da teoria dos valores extremos no valor em risco autorregressivo condicional (CAViaR) e a estimação do Expected Shortfall com uma regressão simples. Os pesquisadores reforçam que os modelos Garch e RiskMetrics subestimam o VaR quando é admitida a distribuição normal nos erros. No entanto, a vantagem citada pelos autores do Garch e do Ewma em relação aos modelos não paramétricos e semiparamétricos é a ausência de má especificação neles. O desempenho dos modelos foi avaliado por meio da simulação de Monte Carlo. As conclusões da pesquisa mostram que o CAViaR produz as melhores estimativas para as caudas pesadas dos dados financeiros.

Taylor (2005) estima o risco de índices de ações individuais por meio do CAViaR. Uma das conclusões de Taylor (2005) é que o CAViaR assimétrico tem desempenho melhor que os modelos Garch estimados com a distribuição *t*. Também é defendida a tese de uma melhora da modelagem da cauda da distribuição com a utilização do CAViaR.

Glasserman, Heidelberger e Shahabuddin (2000) descrevem, analisam e avaliam um algoritmo que estima a probabilidade de perda em um portfólio, usando simulação de Monte Carlo. Segundo esses autores, a simulação de Monte Carlo pode ter um custo computacional enorme, principalmente quando se tem um número grande de ativos no portfólio ou um número alto de simulação de trajetórias. Para diminuir o número de simulações, os autores usam o método de redução da variância para, assim, resolver o problema do alto custo computacional.

Jorion (2002) destaca a importância do VaR na comparação entre o perfil de risco dos diversos bancos. O *paper* estima a relação entre o VaR divulgado pelos bancos e suas receitas. Essa relação é importante, pois mostra o quanto o banco precisa se expor ao risco para aumentar suas receitas. A constatação da pesquisa é de que bancos com baixa exposição apresentam baixo valor em risco e pouca volatilidade em suas receitas.

3 MÉTODOS

■ 3.1 Dados

A amostra pesquisada é composta pelo preço das ações preferenciais das empresas Petrobras, Vale, Bradesco, Eletrobras e Pão de Açúcar, no período de 1º de janeiro de 2000 a 14 de maio de 2012. Em seguida, foram obtidos os retornos compostos de todos esses ativos. O passo seguinte foi agrupar esses ativos em três carteiras de ações. O percentual alocado em cada ativo foi escolhido conforme otimização descrita nos resultados.

■ 3.2 Value-at-risk (VaR)

O VaR é definido, segundo Danielsson (2011), como:

$$p = pr[Q \leq -VaR(p)]$$

$$p = \int_{-\infty}^{-VaR(p)} f_q(x) dx \quad (1)$$

Em que Q é definido como as perdas ou os lucros do agente, e p é a probabilidade do VaR.

Com isso, o VaR pode ser calculado facilmente, admitindo normalidade ou não, por meio da fórmula:

$$VaR(p) = -\sigma\gamma(p)\vartheta \quad (2)$$

em que ϑ representa o valor do portfólio, e $\gamma(p)$ é a inversa da distribuição escolhida.

■ 3.3 Modelos da família Garch

Seja y_t o retorno do ativo ou portfólio sem estrutura na média, a equação para a volatilidade condicional é dada por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (3)$$

Essa equação define o modelo Garch desenvolvido por Bollerslev (1986). Com o objetivo de modelar a assimetria dos dados financeiros, Nelson (1991) cria o modelo Egarch, e Glosten, Jaganathan e Runkle (1993) desenvolvem o Tgarch. O Egarch é dado pela equação:

$$\ln \sigma_t^2 = \varpi + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \left[\left(\frac{|y_{t-i}^2|}{\sigma_{t-i}} - E \frac{|y_{t-i}^2|}{\sigma_{t-i}} \right) \right] + \sum_{i=1}^q \theta_i \frac{y_{t-i}^2}{\sigma_{t-i}} \quad (4)$$

O modelo capta basicamente se o choque negativo causa um maior impacto na volatilidade do que o choque positivo. Caso a parâmetro θ_i seja zero, não existirá assimetria nos choques.

O Tgarch é definido pela equação:

$$\sigma_t^2 = \varpi + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \gamma_i I[y_{t-i} < 0] y_{t-i}^2 \quad (5)$$

A assimetria nos choques é captada por meio da *dummie*, que representa 1 quando o retorno é negativo. Quando o parâmetro gama é positivo, o modelo é assimétrico, e choques negativos influem mais na volatilidade que choques positivos.

■ 3.4 Simulação de Monte Carlo

A simulação será feita com base no que propõem Huynh, Lai e Soumaré (2008), e o processo gerador dos dados para cada ação é dado por:

$$\begin{aligned} \frac{dpetr4(t)}{petr4(t)} &= \mu_{petr4} dt + \sigma_{petr4} \sqrt{dt} dZ_1(t) \\ \frac{dvale5(t)}{vale5(t)} &= \mu_{vale5} dt + \sigma_{vale5} \sqrt{dt} dZ_2(t) \\ \frac{dbbdc4(t)}{bbdc4(t)} &= \mu_{bbdc4} dt + \sigma_{bbdc4} \sqrt{dt} dZ_3(t) \\ \frac{delet6(t)}{elet6(t)} &= \mu_{elet6} dt + \sigma_{elet6} \sqrt{dt} dZ_4(t) \\ \frac{dpcar4(t)}{pcar4(t)} &= \mu_{pcar4} dt + \sigma_{pcar4} \sqrt{dt} dZ_5(t) \end{aligned} \quad (6)$$

As variáveis Z serão geradas pelo método de Cholesky, utilizando a correlação entre as ações obtidas por meio das estatísticas descritivas.

4

RESULTADOS

Parte-se de uma carteira de cinco ativos com pesos iguais para todos os ativos, sem a permissão de venda a descoberto, ou seja, um peso de 20% para cada ação. Essa carteira representa a carteira 1. Em seguida, o portfólio será otimizado pelo método da fronteira eficiente de Markowitz (1952). A carteira ótima com permissão de vendas a descoberto será a carteira 2. Por fim, a carteira ótima com a restrição de que são proibidas vendas a descoberto será a carteira 3. Cabe ressaltar que todas as carteiras apresentaram um menor desvio padrão do que os ativos individuais pesquisados. O valor da posição será de R\$ 100 mil. Destaca-se ainda que todas as carteiras apresentaram menor risco do que a ação de menos arriscada, que é a ação preferencial da Eletrobras, que tem um VaR de R\$ 5.127,50 quando calculado seguindo a normal. A carteira mais arriscada tem um VaR de R\$ 4.888,90. Todas as carteiras tiveram retornos médios diários maiores que o retorno do Ibovespa, que foi de 0,04%. A Tabela 1 traz as estatísticas descritivas das três carteiras.

A etapa seguinte foi efetuar o cálculo do VaR a 1% das carteiras, utilizando os dados históricos, a distribuição normal e a distribuição t-Student, respectivamente. A distribuição t controla as caudas pesadas apresentadas pelos dados financeiros. Espera-se que a otimização de carteiras diminua o risco do portfólio, ou seja, há a expectativa de que as carteiras 2 e 3 sejam menos arriscadas que a carteira 1. No entanto, não foi o que ocorreu na carteira 2, que é mais rentável e mais arriscada que a carteira 1, indicando algumas falhas na otimização por meio da fronteira eficiente.

A carteira 2, que permite efetuar vendas a descoberto, apresenta um retorno de 271,88%, maior que o retorno da carteira 1 que é de 176,10%. No entanto, o valor em risco da carteira 2 é maior que o da carteira 1 em todas as simulações. A carteira indica que se deve vender a descoberto a ação preferencial da Eletrobras com um peso de 18,56%. Os resultados encontrados estão de acordo com a teoria, mostrando que um aumento no retorno gera um prêmio de risco para os investidores. Fazendo um exercício numérico com as carteiras 1 e 2 e tomando como base o VaR estimado por meio dos

retornos históricos, cada aumento de 1% no retorno proporciona um aumento de R\$ 9,57 no valor em risco da carteira.

A carteira 3, otimizada sem permissão de vendas a descoberto, mostra que o investimento deve ser feito apenas nas ações da Vale, do Bradesco e do Pão de Açúcar. A carteira também é mais rentável e arriscada que a 1. A Tabela 2 mostra os percentuais a serem investidos em cada ativo, e a Tabela 3 apresenta o cálculo do valor em risco efetuado para as três carteiras. O *trade-off* risco retorno entre as carteiras 1 e 3 é de R\$ 7,81, denotando um aumento no valor em risco nesse montante para cada aumento de 1% no retorno, como mostra o Gráfico 2. O aumento de R\$ 1 no VaR da carteira 2 proporciona um aumento no retorno de 0,10%, enquanto, na carteira 3, esse aumento é de 0,12%. Por isso, conclui-se que o prêmio de risco da carteira 3 é maior que o da carteira 2.

O passo seguinte é verificar se a otimização de carteiras consegue diminuir o VaR *time-varying*, já que o VaR estimado por meio da simulação histórica e pelas distribuições normal e *t* não foi menor nas carteiras otimizadas. Por isso, serão estimados modelos Garch, Egarch e GJR para as três carteiras e utilizadas as variâncias condicionais para serem calculados os valores em risco. O objetivo é verificar se o valor em risco médio das carteiras 2 e 3 é menor que o da carteira 1. Para estimar o Garch, é preciso verificar se não há estrutura na média. O teste Q, que segue na Tabela 1, mostra que não há estrutura na média em nenhuma das três carteiras a 5%. Por isso, será utilizada a própria série sem estrutura na estimação dos modelos.

Foram estimados nove modelos da família Garch com distribuição normal para cada carteira. Os parâmetros estimados seguem na Tabela 5. Em seguida, foi calculado o VaR para cada carteira evoluindo no tempo e obteve-se a média, como mostra a Tabela 4. Para o cálculo do VaR, utilizou-se a previsão um passo à frente da variância condicional estimada em cada modelo. O período em que os portfólios tiveram maior VaR foi na crise de 2008. No entanto, a análise dos gráficos 3, 4 e 5 mostra que a carteira 1 apresentou o menor risco nesse período. O VaR a 1% dessa carteira não chegou a R\$ 15 mil, enquanto, nas outras carteiras, esse indicador aproximou-se de R\$ 20 mil. Os sinais dos parâmetros de assimetria estimados pelos modelos Egarch e GJR estão de acordo com a teoria, denotando que há um aumento na volatilidade quando o retorno é negativo. Outro pico de alta volatilidade identificada pelos modelos é em 2011, reflexo da crise da zona do euro. Nesse intervalo, as carteiras que apresentaram um VaR médio próximo de R\$ 4 mil atingem valores próximos a R\$ 10 mil.

Para o cálculo do VaR a 1% dos três portfólios, admitiu-se que os dados seguem a distribuição t-Student, com o objetivo de replicar o fato estilizado de caudas

pesadas. Observa-se um aumento no VaR de todas as carteiras, denotando que a distribuição t cumpre o papel de modelar os valores extremos da cauda dos retornos das carteiras. Quando se analisam os gráficos 6,7 e 8 dos valores em risco das carteiras no tempo, constata-se que houve períodos durante a crise de 2008 em que a perda esperada dos agentes para uma posição de R\$ 100 mil passa de R\$ 20 mil. Esse valor corresponde a mais de três vezes dos valores em risco médio observados, que foi de R\$ 6.682,00.

As tabelas 8 e 9 trazem a previsão um passo à frente para o VaR, com horizonte de um dia. Nota-se que os modelos que captam assimetria, como o Egarch e o GJR, preveem um maior risco para todos os portfólios, tanto na distribuição normal quanto na t . Isso acontece porque esses modelos captam a aversão a risco dos agentes, indicando uma maior volatilidade quando o retorno é negativo. Os valores estimados pelos modelos com a distribuição t foram maiores que os valores estimados pela distribuição normal, o que corrobora a tese de que a t replica melhor os fatos estilizados dos dados financeiros e calcula um valor mais confiável para o risco.

O VaR dos portfólios foram estimados por meio da simulação de Monte Carlo. Variáveis normais multivariadas foram geradas pelo método de decomposição de Cholesky da matriz de correlação. Os preços do dia 14 de maio de 2012 foram usados como valores iniciais. Os resultados obtidos estão na Tabela 10. Constata-se que os valores obtidos pela simulação de Monte Carlo estão mais próximos dos valores calculados pela distribuição t do que os calculados pela distribuição normal, o que fortalece a tese de que a t ajusta-se melhor aos dados. Observa-se também que, à medida que se aumenta o número de trajetórias, o valor em risco diário de todas as carteiras diminui. Para a simulação feita com o horizonte de um ano, admitem-se 250 *trading days*. Os valores calculados são bastante elevados, mostrando que há probabilidade de perder até 70% da posição em um ano. No entanto, como o desvio padrão dos ativos faz parte do processo gerador dos dados, essa estimativa alta se justifica pelo fato de a amostra estar entre períodos de alta volatilidade, como as crises de 2008 e 2011.

Na sequência da pesquisa foi efetuado o *backtesting* para todos os portfólios. De acordo com Danielsson (2011), um modelo é considerado impreciso se a taxa de violação do VaR é menor que 0,5 ou maior que 1,5. Quando a taxa de violação é igual a 1, o VaR está dentro do nível de significância escolhido. Os resultados dos testes de Bernoulli de cobertura e de independência das violações de Christoffersen (1998) seguem na Tabela 12. Verifica-se que houve, para o Garch, um número de violações no VaR maior que o nível de significância de 1%, dado que rejeita-se a hipótese nula do teste de Bernoulli para todas as carteiras.

Quando utilizada a distribuição t na estimação do Garch, há uma melhora no índice de violação e se aceita a hipótese nula do teste de Bernoulli a 1% em todos os portfólios. O teste de independência indica aceitação da nula na maioria das simulações, nos três portfólios, denotando que uma violação no VaR hoje não indica violação no dia seguinte. Os resultados encontrados não estão em linha com os de Gaglianone, Lima e Linton (2008), pois, para as carteiras pesquisadas, houve um número de violações no VaR acima do esperado. Um fato que pode justificar a assimetria entre os resultados é que o trabalho dos autores citados aqui utiliza uma amostra anterior à crise de 2008.

A melhora nas estimativas quando o VaR é estimado com a distribuição t enfatiza a tese de Cordeiro (2009) de incapacidade da distribuição normal em replicar as caudas pesadas dos dados empíricos. Diferentemente de Glasserman, Heidelberger e Shahabuddin (2000), não foi preciso utilizar a técnica de redução da variância para diminuir o esforço computacional, pois as simulações do portfólio foram feitas com cinco ações apenas.

5

CONCLUSÃO

A pesquisa propôs calcular o VaR via modelos Garch e simulação de Monte Carlo. Uma das constatações é que o VaR calculado pelos modelos Garch com erros t são uma melhor medida de risco do que os calculados com a normal, pois a distribuição t replica as caudas pesadas dos dados financeiros. Essa conclusão é comprovada porque os valores obtidos com simulação de Monte Carlo são mais próximos dos valores calculados com a distribuição t . Outro indício de melhor ajuste da distribuição t é obtido pelo *backtesting*, já que o número de violações do VaR com a t é menor do que com a normal.

Com relação às carteiras usadas, todas obtiveram um retorno médio maior que o Ibovespa e também um menor risco do que o ativo individual menos arriscado. As carteiras mais arriscadas também são as mais rentáveis. Os valores em risco estimados no tempo apresentam momentos em que a possibilidade de perda chegou próximo de 1/5 da posição em alguns períodos de alta volatilidade, como a crise de 2008. Portanto, a pesquisa cumpre o objetivo proposto e tem como principal contribuição a análise comparativa entre o VaR estimado por simulação de Monte Carlo e pelos modelos da família Garch, para dados de empresas negociadas na Bovespa.

- Estimando o value-at-risk (VaR) de carteiras via modelos da família Garch e simulação de Monte Carlo, Lucas Lúcio Godeiro

ESTIMATING THE VALUE-AT-RISK (VaR) OF PORTFOLIOS VIA GARCH FAMILY MODELS AND MONTE CARLO SIMULATION

Abstract

The objective this work is to calculate the VaR of portfolios via Garch family models with normal and t-Student distribution and via Monte Carlo simulation. It was used three portfolios composite with preferential stocks of five companies of the Ibovespa. The results show that the t distribution adjusts better to data, because the violation ratio of the VaR calculated with t distribution is less violation ratio estimated with normal distribution.

Keywords: VaR; Garch; Monte Carlo simulation.

Referências

- ARAÚJO, L. M. B. *Composição de fundo de fundos multimercado – otimização de carteira pelo método de média – CVaR*. 2009. Dissertação (Mestrado em Economia de Empresas)–Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2009.
- BEZERRA, F. O. *Avaliação da estimativa do risco de mercado pela metodologia value at risk (VaR) com simulação de Monte Carlo*. 2001. Dissertação (Mestrado em Administração)–Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2001.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *J. Econometrics*, v. 31, p. 307-327, 1986.
- CHELA, J. L.; ABRAHÃO, J. C.; KAMOGAWA, L. F. O. Modelos ortogonais para estimativa multivariada de VaR (*Value at Risk*) para risco de mercado: um estudo de caso comparativo. *Revista de Economia do Mackenzie*, v. 9, n. 1, p. 70-92, 2011.
- CHRISTOFFERSEN, P. F. Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, v. 39, p. 841-862, 1998.
- CORDEIRO, F. N. B. *Aplicação da teoria de Cópulas para o cálculo do Value at Risk*. 2009. Dissertação (Mestrado em Economia de Empresas)–Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2009.
- DANIELSSON, D. *Financial risk forecasting*. Londres: Wiley Finance, 2011.

GAGLIANONE, W. P.; LIMA, L. R.; LINTON, O. Evaluating Value-at-Risk models via quantile regressions. Working Paper Series 161. Banco Central do Brasil, 2008.

GLASSERMAN, P.; HEIDELBERGER, P.; SHAHABUDDIN, P. Variance reduction techniques for estimating Value-at-Risk. *Management Science*, v. 46, n. 10, p. 1349-1364, Oct. 2000.

GLOSTEN, L. R.; JAGANATHAN, R.; RUNKLE, D. On the relation between the expected value and the volatility of the normal excess return on stocks. *Journal of Finance*, v. 48, p. 1779-1801, 1993.

HUYNH, H. T.; LAI, V. S.; SOUMARÉ, I. *Stochastic simulation and applications in finance with MATLAB programs*. Londres: Wiley Finance, 2008.

JORION, P. How informative are Value-at-Risk disclosures? *The Accounting Review*, v. 77, p. 911-931, 2002.

JORION, P. *Value-at-Risk: the new benchmark for managing financial risk*. 3. ed. New York: McGraw Hill, 2007.

KUPIEC, P. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives*, v. 3, p. 73-84, 1995.

MANGANELLI, S.; ENGLE, R. Value-at-Risk models in finance. Social Science Research Network, Rochester, Aug. 2003. Disponível em: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=356220>. Acesso em: Feb. 2003. Working Paper 75.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *Journal of Finance*, v. 1, n. 1, p. 77-91, June 1952.

NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, v. 59, p. 347-370, 1991.

TAYLOR, J. W. Generating volatility forecasts from Value at Risk estimates. *Management Science*, v. 51, n. 5, p. 712-725, May 2005.

Anexo 1

Tabela 1

Estadísticas descritivas

Carteira	Média	Desvio padrão	Mín.	Máx.	Assimetria	Curtose	AC (one lag) returns	AC (one lag) of squared returns	p-valor Q1(1)	p-valor Q2(1)
1	0.0006	0.0171	-0.1045	0.1245	-0.0736	7.1890	0.0330	0.1878	0.0615	0
2	0.0008	0.0210	-0.1452	0.1637	0.0353	8.0076	0.0340	0.1363	0.054	0
3	0.0008	0.0197	-0.1385	0.1459	-0.0367	7.8613	0.0267	0.13	0.1305	0

Fonte: Elaborada pelo autor.

- Estimando o value-at-risk (VaR) de carteiras via modelos da família Garch e simulação de Monte Carlo, Lucas Lúcio Godeiro

Tabela 2

Percentuais aplicados em cada ativo

Ativo/carteira	1	2	3
PETR4	20.00%	1.09%	0.00%
VALE5	20.00%	68.08%	68.22%
BBDC4	20.00%	46.94%	30.84%
ELET6	20.00%	-18.56%	0.00%
PCAR4	20.00%	2.45%	0.94%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 3

VaR das carteiras

Carteira	VaR histórico (R\$)	VaR normal (R\$)	VaR t-Student (R\$)
1	4489.30	3981.10	4512.30
2	5406.50	4888.90	5661.00
3	5063.00	4590.70	5348.70

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 4

VaR médio – distribuição normal

Carteira	Garch			Egarch			Tgarch		
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)
1	3766.40	3768.90	3766.90	3742.30	3739.30	3736.60	3740.20	3741.20	3739.40
2	4577.70	4585.20	4585.50	4551.00	4551.00	4528.60	4555.30	4543.50	4542.90
3	4303.90	4304.00	4310.70	4361.10	4361.10	4287.70	4284.80	4265.50	4274.60

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 5

VaR médio – distribuição t

Carteira	Garch			Egarch			Tgarch		
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)
1	5657.70	5654.40	5652.00	5618.90	5614.10	5613.50	5614.40	5630.20	5635.30
2	7397.10	7403.90	7408.80	7347.50	7347.00	7387.20	7351.70	7351.30	7349.90
3	7058.80	7084.60	7079.10	7009.50	7009.60	7041.70	7019.00	7041.70	7056.60

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 6

Parâmetros estimados dos modelos Garch com erros normais

Carteira	$\omega \times 10^4$	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	θ_1	θ_2
1	0.080 (0.010)	0.069 (0.006)		0.900 (0.009)					
	0.0090 (0.0012)	0.041 (0.016)	0.033 (0.017)	0.891 (0.011)					
	0.130 (0.026)	0.037 (0.015)	0.071 (0.015)	0.324 (0.285)	0.517 (0.263)				
	-0.256 (0.035)	0.119 (0.012)		0.968 (0.004)				-0.070 (0.007)	
	-0.233 (0.034)	0.036 (0.034)	0.081 (0.036)	0.971 (0.034)				-0.161 (0.023)	0.090 (0.022)
	-0.035 (0.013)	0.081 (0.021)	-0.054 (0.022)	1.691 (0.072)	-0.696 (0.070)			-0.174 (0.019)	0.161 (0.017)
	0.099 (0.010)	0.002 (0.007)		0.904 (0.009)		0.112 (0.012)			
	0.100 (0.001)	0.000 (0.001)	0.012 (0.023)	0.897 (0.011)		0.117 (0.036)	-0.012 (0.034)		
	0.175 (0.038)	0.000 (0.001)	0.016 (0.016)	0.139 (0.324)	0.684 (0.296)	0.097 (0.024)	0.089 (0.036)		
	2	0.120 (0.017)	0.082 (0.007)		0.887 (0.010)				
0.111 (0.016)		0.076 (0.016)	0.012 (0.007)	0.896 (0.009)					
0.013 (0.011)		0.085 (0.012)	0.068 (0.031)	0.000 (0.313)	0.789 (0.279)				
-0.299 (0.039)		0.166 (0.014)		0.961 (0.005)				-0.081 (0.008)	
-0.209 (0.032)		0.161 (0.004)	-0.017 (0.032)	0.972 (0.032)				-0.149 (0.022)	0.085 (0.022)
0.078 (0.030)		0.197 (0.025)	-0.177 (0.024)	1.741 (0.053)	-0.743 (0.052)			-0.149 (0.016)	0.144 (0.017)
0.165 (0.021)		0.025 (0.007)		0.876 (0.012)		0.122 (0.013)			
0.168 (0.033)		0.001 (0.017)	0.028 (0.017)	0.868 (0.013)		0.151 (0.030)	-0.028 (0.030)		
0.168 (0.103)		0.002 (0.017)	0.028 (0.021)	0.818 (0.619)	0.046 (0.541)	0.155 (0.030)	-0.028 (0.084)		

(continua)

- Estimando o value-at-risk (VaR) de carteiras via modelos da família Garch e simulação de Monte Carlo, Lucas Lúcio Godeiro

Tabela 6

Parâmetros estimados dos modelos Garch com erros normais
(conclusão)

Carteira	$\omega \times 10^4$	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	θ_1	θ_2
3	0.100	0.079		0.892					
	(0.012)	(0.007)		(0.009)					
	0.100	0.079	0.000	0.892					
	(0.015)	(0.017)	(0.017)	(0.010)					
	0.174	0.071	0.067	0.032	0.779				
	(0.055)	(0.012)	(0.036)	(0.547)	(0.492)				
	-0.302	0.164		0.961				-0.080	
	(0.039)	(0.013)		(0.004)				(0.007)	
	-0.255	0.137	0.017	0.967				-0.143	0.072
	(0.036)	(0.031)	(0.032)	(0.004)				(0.022)	(0.021)
	-0.012	0.180	-0.164	1.778	-0.780			-0.149	0.145
	(0.005)	(0.022)	(0.021)	(0.042)	(0.042)			(0.016)	(0.015)
	0.139	0.025		0.878		0.119			
	(0.016)	(0.006)		(0.011)		(0.013)			
	0.159	0.000	0.036	0.857		0.156	-0.036		
(0.002)	(0.019)	(0.019)	(0.014)		(0.032)	(0.032)			
0.148	0.000	0.030	0.866	0.000	0.155	-0.030			
(0.085)	(0.019)	(0.023)	(0.565)	(0.493)	(0.032)	(0.078)			

Erro padrão entre parênteses.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 7

Parâmetros estimados dos modelos Garch com erros t-Student

Carteira	$\omega \times 10^4$	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	θ_1	θ_2
1	0.080	0.069		0.900					
	(0.010)	(0.006)		(0.009)					
	0.094	0.045	0.0311	0.888					
	(0.013)	(0.016)	(0.017)	(0.011)					
	0.140	0.041	0.074	0.245	0.585				
(0.027)	(0.015)	(0.014)	(0.260)	(0.239)					

(continua)

Tabela 7

Parâmetros estimados dos modelos Garch com erros t-Student
 (continuação)

Carteira	$\omega \times 10^4$	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	θ_1	θ_2
1	-0.256 (0.035)	0.119 (0.012)		0.968 (0.004)				-0.075 (0.007)	
	-0.232 (0.034)	0.036 (0.034)	0.082 (0.035)	0.971 (0.004)				-0.163 (0.023)	0.094 (0.022)
	-0.036 (0.014)	0.080 (0.021)	-0.051 (0.022)	1.680 (0.074)	-0.685 (0.073)			-0.173 (0.019)	0.161 (0.017)
	0.099 (0.010)	0.002 (0.007)		0.902 (0.009)		0.109 (0.012)			
	0.084 (0.018)	0.000 (0.030)	0.015 (0.029)	0.899 (0.015)		0.119 (0.044)	-0.015 (0.043)		
	0.088 (0.139)	0.001 (0.030)	0.015 (0.034)	0.850 (1.619)	0.044 (1.458)	0.125 (0.044)	-0.015 (0.181)		
	0.122 (0.017)	0.082 (0.007)		0.887 (0.010)					
	0.106 (0.027)	0.081 (0.023)	0.000 (0.025)	0.893 (0.016)					
	0.122 (0.070)	0.102 (0.026)	0.000 (0.064)	0.505 (0.622)	0.362 (0.557)				
	-0.296 (0.039)	0.167 (0.014)		0.961 (0.005)				-0.077 (0.008)	
2	-0.201 (0.031)	0.163 (0.032)	-0.020 (0.031)	0.974 (0.004)				-0.148 (0.022)	0.089 (0.022)
	-0.568 (0.111)	0.191 (0.024)	0.163 (0.026)	-0.015 (0.026)	0.943 (0.025)			-0.078 (0.014)	-0.087 (0.014)
	0.160 (0.020)	0.028 (0.007)		0.874 (0.012)		0.115 (0.013)			
	0.155 (0.033)	0.017 (0.024)	0.017 (0.025)	0.868 (0.018)				0.135 (0.042)	-0.017 (0.043)
	0.205 (0.085)	0.003 (0.019)	0.034 (0.018)	0.577 (0.517)	0.259 (0.453)			0.153 (0.030)	-0.007 (0.074)
	0.100 (0.012)	0.079 (0.007)		0.892 (0.009)					
	0.074 (0.023)	0.078 (0.025)	0.011 (0.026)	0.901 (0.014)					
	0.088 (0.079)	0.094 (0.027)	0.013 (0.091)	0.638 (1.011)	0.244 (0.912)				
	-0.297 (0.039)	0.163 (0.013)		0.962 (0.004)				-0.075 (0.007)	
	-0.240 (0.034)	0.139 (0.031)	0.011 (0.032)	0.969 (0.004)				-0.143 (0.022)	0.079 (0.021)

(continua)

- Estimando o value-at-risk (VaR) de carteiras via modelos da família Garch e simulação de Monte Carlo, Lucas Lúcio Godeiro

Tabela 7

Parâmetros estimados dos modelos Garch com erros t-Student
(conclusão)

Carteira	$\omega \times 10^4$	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	θ_1	θ_2
3	-0.012	0.180	-0.164	1.781	-0.783			-0.145	0.141
	(0.005)	(0.021)	(0.021)	(0.042)	(0.041)			(0.016)	(0.015)
	0.137	0.027		0.877		0.113			
	(0.016)	(0.007)		(0.011)		(0.013)			
	0.124	0.005	0.028	0.873		0.146	-0.028		
	(0.026)	(0.024)	(0.024)	(0.017)		(0.043)	(0.044)		
	0.123	0.004	0.025	0.826	0.045	0.155	-0.025		
(0.118)	(0.023)	(0.033)	(0.975)	(0.859)	(0.044)	(0.133)			

Erro padrão entre parênteses.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 8

Previsão um passo à frente – VaR distribuição normal

Carteira	Garch			Egarch			Tgarch		
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)
1	3255.10	3188.60	3181.90	3961.20	3977.80	4052.90	3750.90	3708.20	3664.90
2	3685.50	3685.40	3694.50	4329.20	4262.30	4294.60	4153.90	4155.80	4151.80
3	3599.80	3599.90	3597.40	4231.10	4195.10	4234.80	4119.30	4142.10	4139.80

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 9

Previsão um passo a frente VaR distribuição t

Carteira	Garch			Egarch			Tgarch		
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)
1	4833.80	4782.70	4764.70	5967.40	6009.60	6088.70	5615.60	5559.70	5578.40
2	5909.00	5909.50	5893.10	7020.30	6862.70	6974.60	6713.70	6710.80	6727.30
3	5828.30	5828.00	5822.40	7004.10	6823.00	6993.80	6763.50	6786.80	6778.50

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 10

VaR portfólio – simulações de Monte Carlo

Portfólio	1		2		3	
	Diário	Anual	Diário	Anual	Diário	Anual
100	6503.00	64433.00	7281.70	73306.00	6424.70	71049.00
1000	5847.50	57131.00	7253.30	76696.00	6366.80	66328.00
10000	5481.20	56544.00	7108.50	75897.00	6588.60	65609.00
100000	5653.60	55781.00	6929.60	76398.00	6437.20	66154.00
1000000	5617.20	55963.00	6911.80	76677.00	6494.60	65936.00
10000000	5626.60	55929.00	6917.10	76570.00	6487.90	65856.00

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 11

Backtesting – portfólios

Carteira	1		2		3	
	VR	Volatilidade VaR	VR	Volatilidade VaR	VR	Volatilidade VaR
Ewma	1.5	0.0162	1.68	0.0209	1.181	0.0196
MA	1.95	0.005	2.04	0.0103	1.95	0.0092
HS	1.04	0.0094	1.36	0.0174	1.4	0.0154
Garch	1.59	0.0125	1.59	0.0179	0.159	0.0165
Garch t	1.54	0.013	1.45	0.0184	1.54	0.0174

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 12

Coverage test and independence test

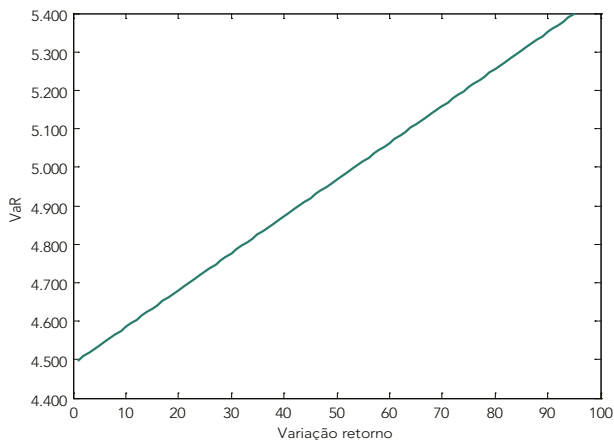
Carteira	1				2				3			
	Coverage test		Independence test		Coverage test		Independence test		Coverage test		Independence test	
Método	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
Ewma	4.82	0.02	0.41	0.52	8.57	0.00	2.02	0.15	11.98	0.00	1.58	0.20
MA	15.81	0.00	6.65	0.00	18.65	0.00	9.55	0.00	15.84	0.00	3.54	0.05
HS	0.05	0.83	1.38	0.23	2.64	0.10	0.63	0.42	3.30	0.06	0.55	0.45
Garch	6.58	0.01	0.30	0.58	6.58	0.01	1.13	0.28	6.58	0.01	1.13	0.28
Garch t	5.66	0.02	0.35	0.55	4.02	0.04	0.94	0.33	5.66	0.02	1.06	0.30

Fonte: Elaborada pelo autor.

Anexo 2

Gráfico 1

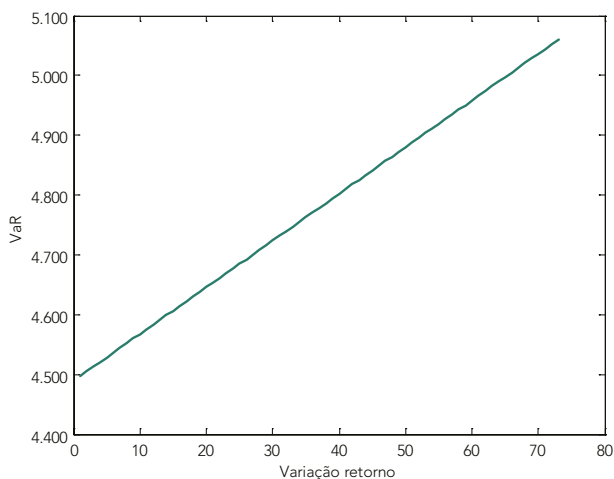
Relação risco e retorno entre as carteiras 1 e 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 2

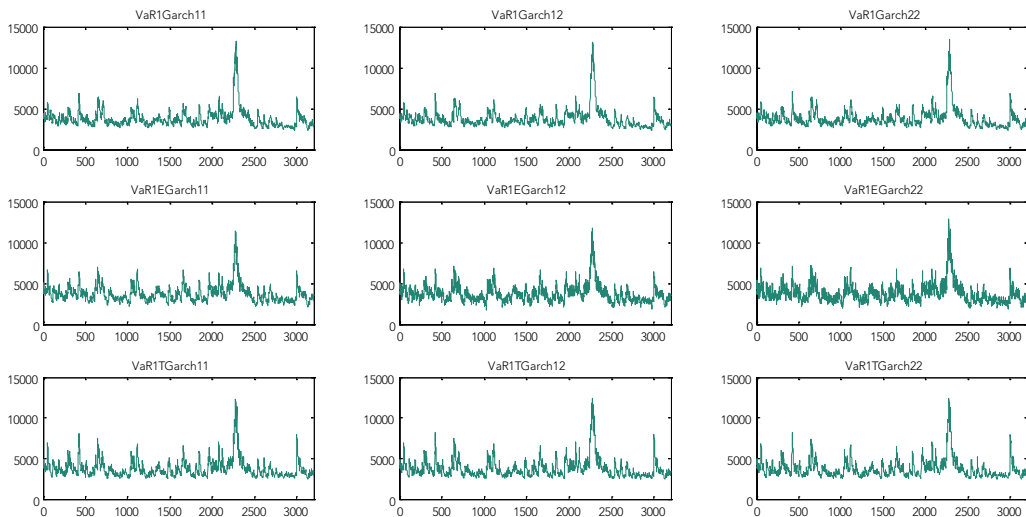
Relação risco e retorno entre as carteiras 1 e 3



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 3

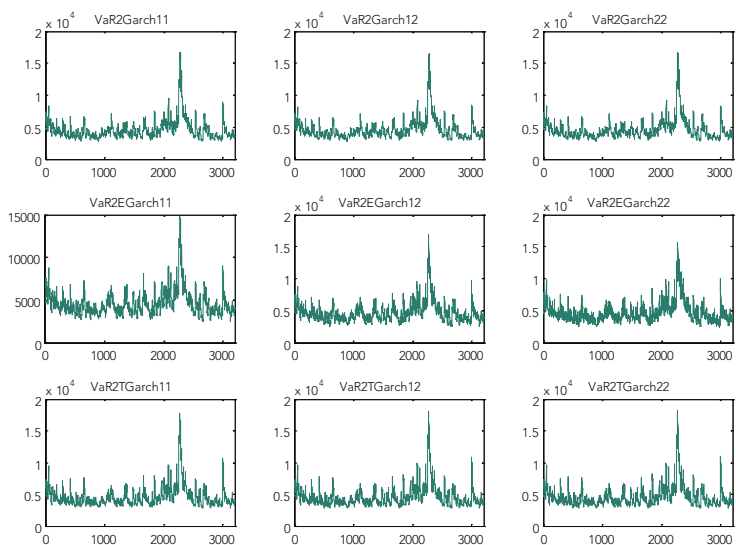
VaR carteira 1 – distribuição normal



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 4

VaR carteira 2 – distribuição normal

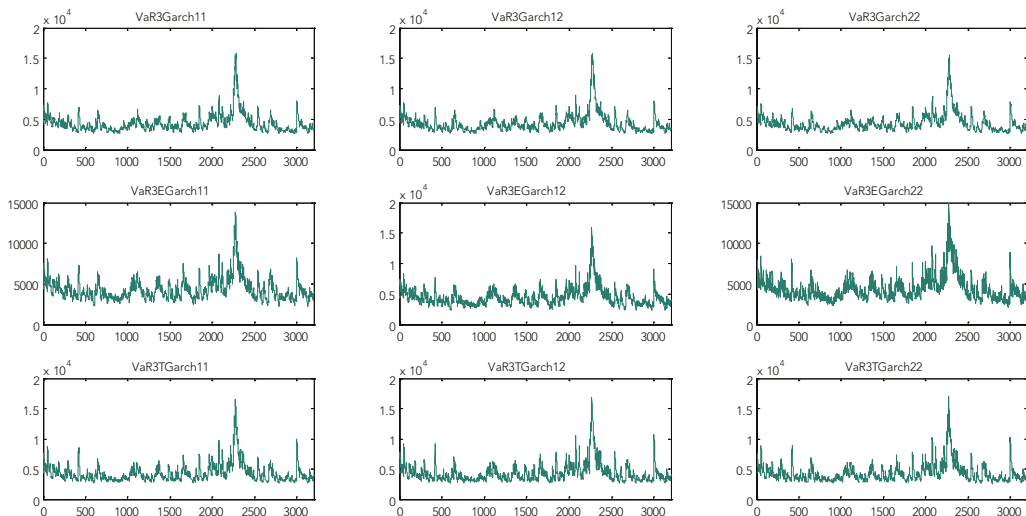


Fonte: Elaborado pelo autor.

- Estimando o value-at-risk (VaR) de carteiras via modelos da família Garch e simulação de Monte Carlo, Lucas Lúcio Godeiro

Gráfico 5

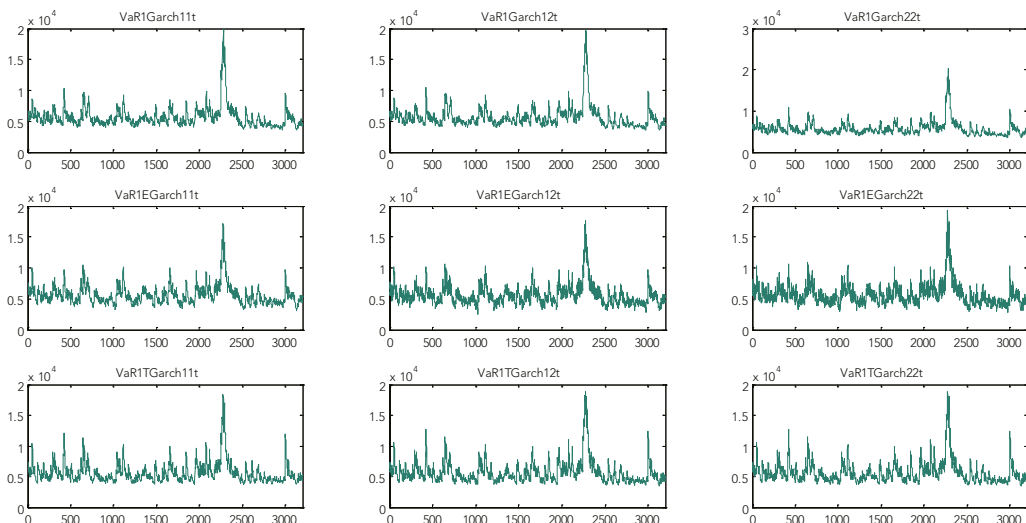
VaR carteira 3 – distribuição normal



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 6

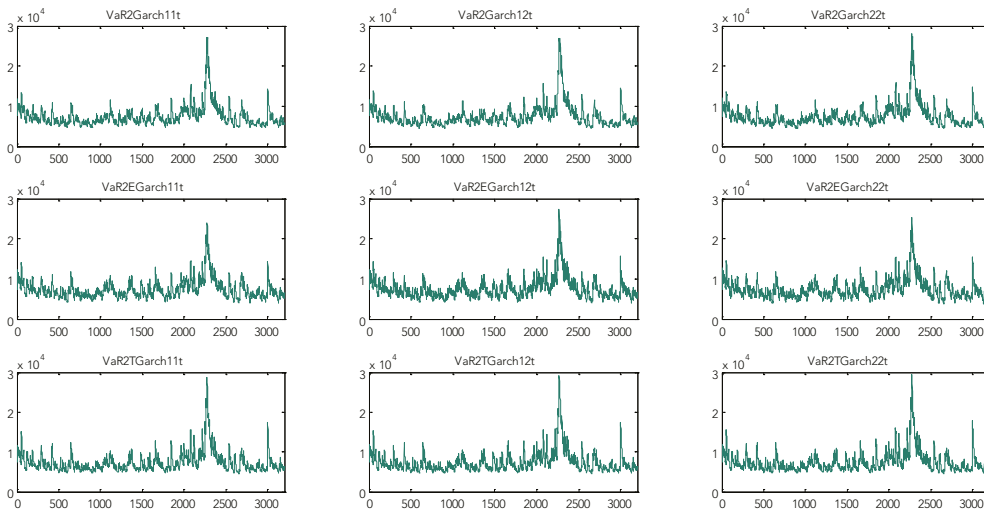
VaR carteira 1 – distribuição t



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 7

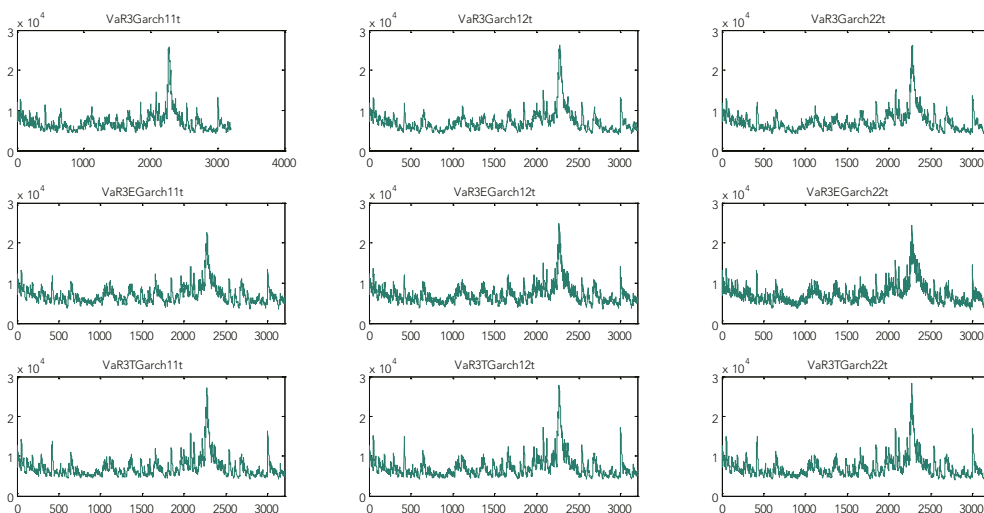
VaR carteira 2 – distribuição t



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 8

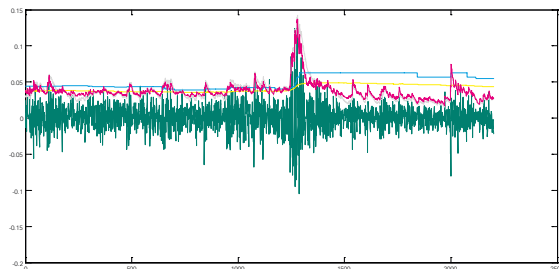
VaR carteira 3 – distribuição t



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 9

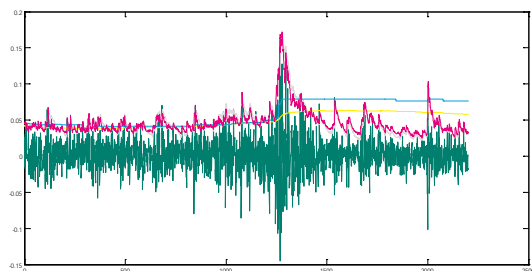
Backtesting – carteira 1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 10

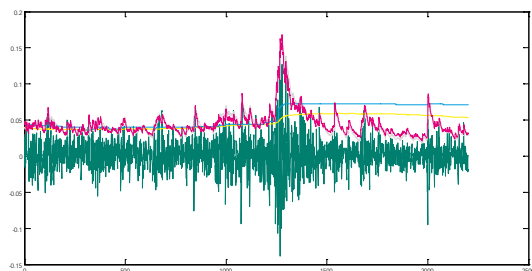
Backtesting – portfólio 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 11

Backtesting – portfólio 3



Fonte: Elaborado pelo autor.