

---

---

# USO DE UMA REDE DE MAPAS ACOPLADOS PARA DETECÇÃO DE SIMETRIA <sup>1</sup>

---

---

Rogério de Oliveira\*

Luiz Henrique Alves Monteiro\*\*

## Resumo

Apresenta-se um modelo para a detecção de simetria em imagens por meio de uma rede de mapas acoplados. A cada pixel de uma imagem inicial dada é associado um mapa logístico. Esses mapas são acoplados globalmente e localmente. A estrutura simétrica é inserida nas iterações locais. Simulações numéricas são efetuadas sobre imagens aleatórias. São utilizadas imagens em tons de cinza com diferentes tamanhos, níveis de simetria e intensidade de ruído. Também se verifica a simetria de imagens que se modificam no tempo. Ao final, discutem-se as extensões e a aderência do modelo proposto a sistemas biológicos.

---

\* Universidade Presbiteriana Mackenzie, Faculdade de Computação e Informática.

\*\* Universidade Presbiteriana Mackenzie, Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

---

1. Uma versão resumida desse artigo pode ser encontrada em de Oliveira, R. e Monteiro, L.H.A. *Symmetry detection using global-locally coupled maps*, in: J. R. Dorronsoro (Ed.), *Artificial Neural Networks – ICANN 2002*, Springer, 75-80.

### **Abstract**

Symmetry detection through a net of coupled maps is proposed. Logistic maps are associated with each element of a pixel image where the symmetry is intended to be verified. These maps are locally and globally coupled. Symmetry structure is embedded in local interactions. Computer simulations are performed by using gray level images with different image sizes, asymmetry levels and noise intensities. The symmetry detection is also done under dynamic scene changing. Finally the extensions and the adherence of the present model to biological systems are discussed.

# 1 INTRODUÇÃO

Simetria é uma das propriedades básicas de formas, imagens e objetos e desempenha um papel importante na visão computacional, especialmente em tarefas como reconhecimento, busca, inspeção e extração de outras propriedades visuais dos objetos. Simetria é a propriedade de uma configuração permanecer invariante em relação a rotações em torno de um eixo. Neste estudo, analisamos imagens 2D que podem ser, ou não, invariantes em relação a reflexões sobre um eixo central. Uma revisão dos métodos de recentes resultados na detecção de simetrias de reflexão pode ser encontrada em Shen.<sup>1</sup>

Embora existam muitos métodos disponíveis para detecção de simetria, poucos são baseados em modelos de redes neurais artificiais.<sup>1</sup> Duas exceções são encontradas em Sejnowski<sup>2</sup> e Konen,<sup>3</sup> em que são adotadas, respectivamente, técnicas supervisionadas e não supervisionadas de aprendizado. A razão desse pouco uso de modelos neurais reside no fato de que, em geral, a detecção de simetria é um problema combinatorial em que a complexidade cresce exponencialmente com o número de elementos da imagem. Essa complexidade sugere que modelos baseados unicamente em conjuntos de treinamento (modelos neurais supervisionados, entre eles) são inadequados para solução desse problema.<sup>3</sup> Nesse caso, uma estratégia possível é inserir na arquitetura da rede a estrutura do problema de detecção de simetria, abrindo mão de uma certa generalização do modelo. O problema, então, é o de buscar um modelo específico para detecção de simetrias capaz de apresentar um certo grau de generalização. Essa abordagem foi aplicada com sucesso em Konen e Malsburg<sup>3</sup> para a classificação de padrões de simetria reflexiva usando uma rede do tipo *Dynamic Link Architecture*. Aqui, nossa escolha recai no uso de um modelo geral de mapas acoplados, tendo em conta a capacidade de esses sistemas representarem padrões espaciais no tempo, adequando-o à solução do nosso problema de simetria.

Sistemas acoplados têm sido utilizados na solução de uma larga classe de problemas, como segmentação de imagens,<sup>4,5</sup> reconhecimento,<sup>6,7</sup> formação de padrões<sup>8</sup> e memórias associativas.<sup>9</sup> Sistemas acoplados, diferentemente de modelos neurais baseados em funções limiar (sigmóide, degrau), permitem representar relações espaciais entre os elementos da rede.<sup>6,4</sup> Isso significa que o estado da rede, em qualquer momento, depende de uma relação espacial de seus elementos. Essa propriedade pode ser utilizada para inserir em nosso modelo relações de simetria. O aprendizado pode ser feito por meio da sincronização, o que dispensa o uso de um conjunto de treinamento. Dessa forma, esses sistemas acoplados oferecem uma classe de redes que pode ser adaptada de uma maneira bastante geral para a solução do problema de detecção de simetrias.

Mapas são sistemas que evoluem em tempo discreto. Em nosso modelo, mapas globalmente e localmente acoplados são utilizados para a detecção de simetria de reflexão com relação ao eixo vertical de forma não supervisionada. Cada *pixel* de uma imagem plana é associado a um mapa do sistema. Os acoplamentos locais são usados para inserir a estrutura simétrica dos elementos da figura, levando os correspondentes mapas ao sincronismo. O sistema revela se a figura é simétrica por meio do sincronismo de seus elementos.

## 2 DESCRIÇÃO DO MODELO

Mapas globalmente acoplados podem ser descritos pelo seguinte sistema de equações:<sup>6</sup>

$$1 \quad x_i(t+1) = (1 - \varepsilon) f_\mu(x_i(t)) + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{i=1}^N f_\mu(x_i(t))$$

$x_i(t)$  ( $i = 1, \dots, N$ ) são variáveis de estado calculadas no tempo discreto  $t$ . O acoplamento global é dado pela somatória  $\sum_{i=1}^N f_\mu(x_i(t))$ , que inter conecta cada elemento a todos os demais da rede. Neste estudo, adotamos  $f_\mu$  como o mapa logístico  $f_\mu(u) = \mu u(1 - u)$ , sendo  $\mu$  um parâmetro. A constante  $\varepsilon$  é a constante de acoplamento do sistema e  $N$ , o número total de mapas.

Em modelos de redes neurais baseados em mapas acoplados, normalmente emprega-se a solução que associa um mapa a cada elemento da rede.<sup>10</sup> Essa abordagem também é adotada aqui. Para cada mapa  $i$ , tendo a variável de estado  $x_i(t)$  associada, corresponde a um elemento da rede que representa um *pixel* da imagem cuja simetria com relação a seu eixo central se deseja identificar.

Nesse modelo geral, duas modificações foram feitas para permitir a detecção de simetria. Introduzimos entradas externas  $I_i$  para representar o valor inicial de cada *pixel* da imagem, e introduzimos um acoplamento local,  $\lambda(x_i(t))$ , que leva os mapas associados a *pixels* simétricos de mesmo valor ao sincronismo. Temos então:

$$2 \quad x_i(t+1) = (1 - \varepsilon) f_\mu(x_i(t)) + \frac{\varepsilon}{N} \lambda(x_i(t)) \sum_{i=1}^N f_\mu(x_i(t)) + I_i$$

Em modelos em que coexistem acoplamento global e local, em geral, as conexões globais tendem a tornar o sincronismo mais fácil de ser alcançado, enquanto as conexões locais buscam representar certas propriedades espaciais.<sup>4</sup> Utilizamos então o acoplamento local para inserir a estrutura de simetria.

Interessa-nos o estudo de simetrias de reflexão. Nesse caso, uma imagem 2D é simétrica se é invariante em relação a um eixo de reflexão.<sup>1</sup> Sendo imagens 2D representadas por matrizes de *pixels*, podemos reescrever a Equação (2) de forma mais conveniente como:

$$3 \quad x_{ij}(t+1) = (1 - \mathcal{E}) f_{\mu}(x_{ij}(t)) + \frac{\mathcal{E}}{N} \lambda(x_{ij}(t)) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{\mu}(x_{ij}(t)) + I_{ij}$$

Agora cada *pixel* na posição  $ij$  corresponde a um único mapa  $ij$  com a variável de estado  $x_{ij}(t)$ . A função de acoplamento local  $\lambda(x_{ij}(t))$  pode ser então definida para identificar simetrias de reflexão em uma matriz de *pixels*  $m \times m$  com relação a um eixo vertical central da seguinte maneira:

$$4 \quad \lambda(x_{ij}(t)) = \lambda(x_{i,j}(t)) = x_{i,j}(t) x_{i,m-j+1}(t) + \Delta x_{ij}(t)$$

$\Delta x_{ij}(t)$  sendo o operador Laplaciano:

$$5 \quad \Delta x_{ij}(t) = x_{i+1,j}(t) + x_{i-1,j}(t) + x_{i+1,m-j+1}(t) + x_{i-1,m-j+1}(t) - 4x_{ij}(t)$$

Por simplicidade, supomos que as imagens são representadas em matrizes quadradas  $m \times m$  de *pixels* e  $x_{ij}(t) = 0$  para quaisquer valores de  $i > m$  ou  $j > m$ . Também assumimos ser  $m$  um número par.

O acoplamento local<sup>1</sup> utiliza duas opções comuns na construção de acoplamentos locais. O produto na Equação (4) representa a correlação<sup>10</sup> entre os mapas simétricos  $x_{i,j}(t)$  e  $x_{i,m-j+1}(t)$  e assume seu valor máximo quando os mapas encontram-se sincronizados, isto é, quando  $|x_{i,j}(t) - x_{i,m-j+1}(t)| \rightarrow 0$  para  $t \rightarrow \infty$ . O operador laplaciano na Equação 5 representa a vizinhança desses mapas.

<sup>1</sup> Aqui o uso da denominação *local* não se refere somente à iteração de elementos próximos, mas, também, em oposição ao acoplamento global, ao fato de apenas elementos específicos da rede estarem conectados por esse fator. De fato, estão entre os elementos acolpados *localmente* elementos próximos e diametralmente opostos “bastante” distantes.

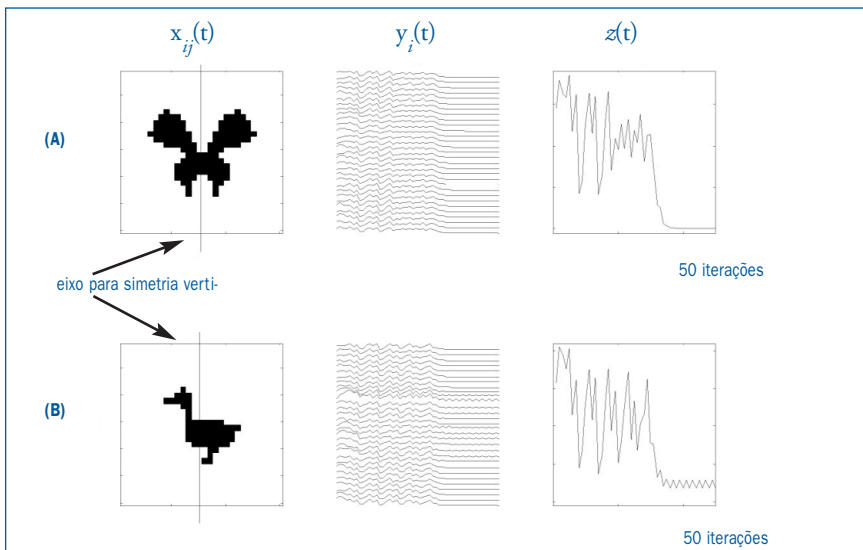
O modelo leva os mapas que representam *pixels* simétricos e que têm o mesmo valor inicial na imagem ao sincronismo. *Pixels* simétricos com diferentes valores  $I_{ij}$  são levados a dessincronizar ou sincronizar em fase oposta. Da definição de sincronismo entre mapas, nós investigamos a sincronização do sistema analisando a evolução temporal da variável:

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^m |x_{i,j}(t) - x_{i,m-j+1}(t)|$$

que exibe a simetria de reflexão, para o eixo vertical central, das linhas horizontais da imagem, e da variável:

$$z(t) = \sum_{i=1}^m |y_i(t)|$$

cujos comportamentos indicam a presença ou não da simetria global da imagem. A imagem é simétrica com relação ao seu eixo vertical central somente se todas as suas linhas são simétricas com relação a esse mesmo eixo. Em nosso modelo, linhas simétricas levam a  $|y_i(t)| \rightarrow 0$  e portanto  $|z(t)| \rightarrow 0$  quando  $t \rightarrow \infty$ . A Figura 1 ilustra como o modelo informa a presença ou não de simetria nas imagens representadas.

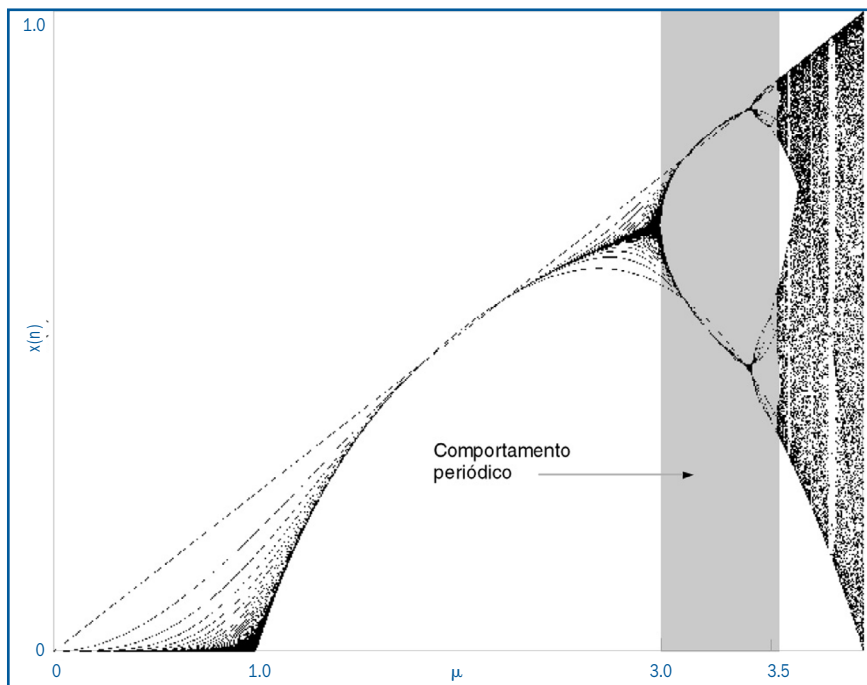


**Figura 1** Figuras binárias (em preto-e-branco) simples em matrizes 30x30 pixels. **(A)** a figura da borboleta exibe simetria de reflexão com relação ao eixo vertical central da figura, os mapas  $x_{ij}$  e  $x_{i,m-j+1}$  sincronizam e os valores  $y_i(t)$  e  $z(t)$  tendem a zero. **(B)** a figura do pato apresenta algumas linhas não simétricas com relação à reflexão sobre o eixo vertical central,  $y_i(t)$  e  $z(t)$  oscila

### 3 SIMULAÇÃO E RESULTADOS

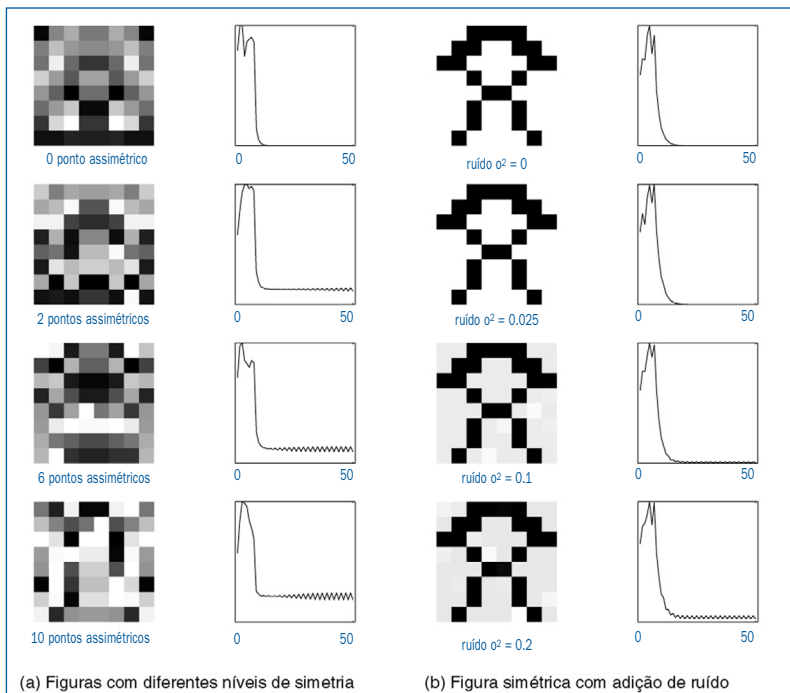
Foram realizadas três classes de experimentos. Em um experimento, imagens aleatórias, com *pixels* assumindo diferentes valores de tons de cinza, foram classificadas como simétricas ou não com relação ao eixo vertical da imagem. Num segundo experimento, verificamos a robustez do modelo, utilizando imagens com ruído adicionado. Em um terceiro, verificamos a capacidade do modelo de lidar com imagens que se modificam no tempo.

Em todos os experimentos, o valor do parâmetro utilizado é  $\mu = 3,5$ ; a constante de acoplamento é  $\epsilon = 0,6$ ; e os valores iniciais do sistema são escolhidos aleatoriamente dentro do intervalo  $]0;0,1[$ . Para a escolha desses parâmetros, partimos de valores do parâmetro do mapa isolado que apresentavam o comportamento desejado para a rede, que, nesse caso, é um comportamento do tipo periódico. Assim, evitou-se escolher um valor de  $\mu$  que levasse a estados estacionários ou dinâmica caótica (veja a Figura 2).



**Figura 2** Mapa de bifurcação do mapa logístico. O valor do parâmetro de bifurcação do modelo é buscado com base em de valores do mapa unitário que apresentem o comportamento desejado para a rede. Neste caso, buscam-se valores que levem o sistema a uma dinâmica periódica

A maior parte dos experimentos foi realizada com imagens aleatórias. Inicialmente, um valor aleatório é atribuído para cada par de elementos simétricos de uma matriz quadrada de *pixels*, obtendo-se uma imagem aleatória com simetria de reflexão com relação a seu eixo central. Foram produzidas imagens em preto-e-branco e imagens em tons de cinza. Nas primeiras (Figura 1), os elementos assumem apenas dois diferentes valores. Nas imagens em tons de cinza (Figuras 3 e 4), 256 valores diferentes podem ser assumidos por cada *pixel*. Sobre as imagens inicialmente simétricas são adicionados diferentes níveis de assimetria, alterando-se aleatoriamente os valores dos *pixels* de cada imagem. Foram utilizadas matrizes quadradas de *pixels* com dimensões  $m = 6, 8, 10, 20$  e  $30$ . Para cada dimensão, foram realizados 50 experimentos para imagens em preto-e-branco e 50 experimentos para imagens em tons de cinza. Em todas as simulações, conseguimos verificar com sucesso a presença ou não de uma simetria vertical de reflexão, tanto para cada linha de *pixels* das figuras como para a figura completa. Alguns desses resultados são mostrados na Figura 3A, na qual matrizes  $8 \times 8$  de *pixels* em tons de cinza exibem diferentes níveis de simetria vertical corretamente identificados pelo modelo.



**Figura 3** Matrizes de  $8 \times 8$  pixels. **(A)** Imagens em tons de cinza com diferentes níveis de assimetria vertical são corretamente classificadas. **(B)** Diferentes imagens com adição crescente de ruído gaussiano e a identificação pelo modelo

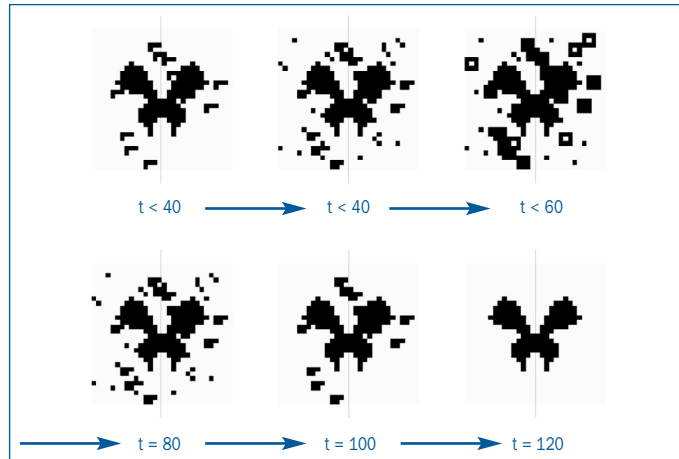


O uso prático de uma técnica para a detecção de simetria requer a habilidade dessa técnica de identificar propriedades de simetria mesmo na presença de ruído. Também observamos essa habilidade no presente modelo. Identificamos simetria em imagens completamente simétricas às quais adicionamos ruído gaussiano de potência  $\sigma^2 < 10^{-5}$  (veja a Figura 3B). Para ruídos de ordem superior, a observação da imagem claramente indica assimetria.

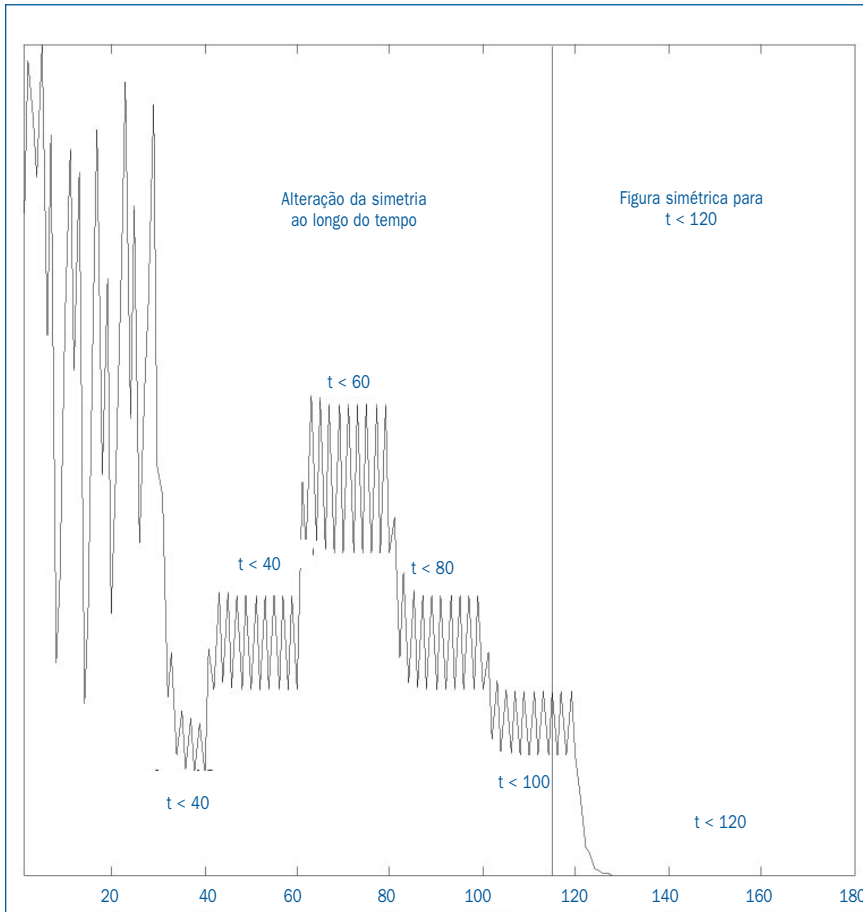
Finalmente, o modelo apresenta também uma importante propriedade: a de lidar com imagens que se alteram no tempo. Outros modelos de redes neurais, baseados em funções limiar, como modelos de Hopfield, com seus elementos totalmente conectados, requerem a reinicialização da rede para novas entradas. Nosso modelo permite novas entradas, ou alterações dinâmicas na entrada inicial, sem a necessidade de reinicialização dos estados da rede. Dessa forma, a Equação (3) passa a admitir entradas temporais:

$$x_{ij}(t+1) = (1 - \varepsilon) f_{\mu}(x_{ij}(t)) + \frac{\varepsilon}{N} \lambda(x_{ij}(t)) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{\mu}(x_{ij}(t)) + I_{ij}(t)$$

As Figuras 4 e 5 exemplificam esse resultado. Na Figura 4 uma imagem inicialmente assimétrica é modificada para um maior nível de assimetria nos instantes de tempo  $t = 40$  e  $t = 60$ . A seguir, nos instantes  $t = 80$  e  $t = 100$ , a imagem é modificada para níveis de simetria maior até se tornar totalmente simétrica no instante  $t = 120$ . A Figura 5 apresenta o comportamento de  $z(t)$  que reflete as alterações de simetria da imagem a cada intervalo.



**Figura 4** A imagem inicial é modificada para um maior nível de assimetria nos instantes de tempo  $t = 40$  e  $t = 60$ . Nos instantes  $t = 80$  e  $t = 100$ , a imagem é modificada para níveis de simetria maior até se tornar totalmente simétrica no instante  $t = 120$ . Esse comportamento se reflete nos valores de  $z(t)$  (Figura 5)



**Figura 5** Comportamento de  $z(t)$  indica as alterações na simetria da imagem (Veja a Figura 4) com as mudanças a cada instante de tempo

## 4 DISCUSSÃO E MODELO PARA PERCEPÇÃO

A hipótese de que nos processos de percepção e cognição o fenômeno do sincronismo desempenhe um papel importante é, em geral, bastante aceita. Oscilações neuronais síncronas têm sido observadas durante diferentes atividades do cérebro envolvendo audição,<sup>5</sup> visão e olfato (veja Freeman,<sup>11</sup> para uma revisão de importantes resultados nesse campo). A codificação espaço-temporal, como sincronização de osciladores, também oferece vantagem computacional sobre os tradicionais modelos neurais de função limiar, especialmente para modelos biológicos, permitindo o tratamento de um maior número de informações em um menor tempo. Uma implementação natural de modelos temporais de correlação baseados em sincronismo é o uso de osciladores como elementos de uma rede (neural), em que cada oscilador representa algum aspecto (aqui, um *pixel*) de um objeto<sup>1</sup>.

Em geral, redes de osciladores são implementadas sobre sistemas de tempo contínuo. Alguns exemplos são encontrados em Zhao e col.,<sup>4</sup> Nishii<sup>8</sup> e Hayashi<sup>7</sup>. No nosso modelo, mapas acoplados são empregados para implementação de uma rede neural de osciladores em tempo discreto. Essa abordagem parece ser mais adequada para o processamento digital, além de tornar as simulações computacionais mais eficientes.

Particularmente, modelos neurais baseados em pares de neurônios excitatório-inibitório são amplamente empregados em redes artificiais para modelos biológicos. A correspondência entre os mapas utilizados em nosso modelo e um modelo de neurônio excitatório-inibitório pode ser encontrada em Wang<sup>12</sup>. Ela nos permite associar cada elemento do modelo, um mapa logístico, a um par de neurônios excitatório-inibitório ou populações desses neurônios.

Nosso modelo ainda preserva propriedades que podem facilmente ser observadas no processo de percepção da simetria. O aprendizado é efetuado de forma não supervisionada e não estocástica. Os acoplamentos locais permitem uma rápida sincronização. De fato, poucas iterações foram necessárias (20 a 30 na maior parte das simulações) para identificar uma figura simétrica, o que é mais plausível em modelos biológicos, do que os largos intervalos de tempo, em geral exigidos por modelos estocásticos. O modelo também é altamente multidimensional, mantém sua capacidade de operação mesmo na presença de ruído, e pode lidar com imagens que se alteram no tempo sem a necessidade de reinicialização do estado da rede. Adicionalmente, observamos que sua arquitetura é inerentemente paralela.

Além disso, embora as Equações (3) (4) e (5) tratem unicamente da detecção de simetria de reflexão com relação ao eixo central vertical de uma imagem, este pode ser adaptado para detecção de outros tipos de simetria. O exemplo mais simples é alterar o modelo para detecção de simetrias com relação ao eixo central horizontal de uma imagem, o que requer apenas a inversão dos índices na Equação 5. A adequação do modelo para detecção de simetrias diagonais e outras simetrias radiais pode ser obtida de modo análogo, adequando-se os índices e suas condições de contorno. Isso sugere a construção de uma estrutura dinâmica de acoplamento, alterando-se a formação dos índices do modelo dinamicamente ao longo do tempo, para identificar simultaneamente diferentes simetrias, localizando os diferentes eixos. Esse estudo será objeto de trabalho futuro.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. SHEN, D., IP, H. H. S.; CHEUNG, K. K. T.; TEOH, E. K. Symmetry detection by generalised complex (GC) moments: a close-form solution. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 21, p. 466-476, 1999.
2. SEJNOWSKI, T. J.; KEINKER, P. K.; HINTON, G. E. Learning symmetry groups with hidden units: Beyond the perception. *Physica D*, v. 22, p. 260-275, 1986.
3. KONEN, W.; MALSBERG, C.V.D. Learning to generalize from single examples in the dynamic link architecture. *Neural Computation*, v. 5, p. 719-735, 1993.
4. ZHAO, L.; MACAU, E. E. N.; NIZAM, O. Scene segmentation of the chaotic oscillator network. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, v. 10, p. 1.697-1.708, 2000.
5. CAMPBELL, S.; WANG, D. Synchronization and desynchronization in a network of locally coupled Wilson-Cowan oscillators. *IEEE Trans. Neural Networks*, v. 7, p. 541-554, 1996.
6. KANEKO, K. Overview of coupled map lattices. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, v. 2, p. 279-282, 1992.
7. HAYASHI, Y. Oscillatory neural network and learning of continuously transformed patterns. *Neural Networks*, v. 7, p. 219-231, 1994.
8. NISHII, J. The learning model goes oscillatory networks. *Neural Networks*, v. 11, p. 249-257, 1998.
9. HE, Z.; ZHANG, Y.; YANG, L. The study of chaotic neural network and its applications in associative memory. *Neural Processing Letters*, v. 9, p. 163-175, 1999.
10. ITO, J.; KANEKO, K. Self-organized hierarchical structure in a plastic network of chaotic units. *Neural Networks*, v. 13, p. 275-281, 2000.
11. FREEMAN, W. J. Tutorial on neurobiology: From single neurons to brain chaos. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, v. 2, p. 451-452, 1992.
12. WANG, X. Period-doublings to grounds in the simple neural network: an analytical proof. *Complex Systems*, v. 5, p. 425-441, 1991.