

# SISTEMA COMPUTACIONAL APLICADO À MEDICINA NUCLEAR COM SUBSÍDIO DE PROCESSO ESTOCÁSTICO

**Edmir Ximenes\***  
**Maria Inês C.C. Guimarães\*\***

## **Resumo**

Com o desenvolvimento da tecnologia em Física para o auxílio de diagnósticos médicos, torna-se cada vez maior a necessidade de aproximar modelos de pesquisa ao aspecto físico real dos objetos e dos seres. Para isso foi desenvolvido um simulador matemático, constituído por meio de formas geométricas, para representar o corpo de um ser humano adulto e, assim, facilitar os cálculos de dose de radiação às quais o homem está exposto, seja acidentalmente, diagnosticamente, terapêuticamente ou de modo normal em seu cotidiano. Esse modelo tem como objetivo simplificar os cálculos usados por físicos para manter as doses de radiação em níveis aceitáveis.

Neste trabalho, é apresentado o desenvolvimento de cálculos dos volumes das figuras geométricas que compõem o simulador matemático. Ainda se apresentam a definição e o desenvolvimento de um sistema computacional que permite a obtenção desses dados facilitando a compreensão de tais modelos.

\* Universidade Presbiteriana Mackenzie – Faculdade de Computação e Informática. E-mail: [eximenes@osite.com.br](mailto:eximenes@osite.com.br).

\*\* Universidade de São Paulo – Centro de Medicina Nuclear – FMUSP. E-mail: [maria.ines@hcnet.usp.br](mailto:maria.ines@hcnet.usp.br).

### **Abstract**

With the development of Physics technology for the help of medical diagnosis, it has been increasing each day the need of approaching research models to the real physical aspect of objects and beings. Thus it was developed a mathematical simulator made up through geometric figures to represent the body of an adult human being in order to facilitate the radiation dose calculation. Which a man is exposed to, either accidentally, diagnostically, therapeutically or by a normal way in his day by day activities. The goal of this model is to simplify these calculations used mainly by physicists to maintain the radiation doses at acceptable levels.

In this project it's being presented the development of volumes calculation of geometric figures which compose the mathematical simulator which facilitates it's structuration. It also presents a software definition and development that permit in a fast, simple and modern way to obtain these data thus facilitating the comprehension of these models.

# 1 INTRODUÇÃO

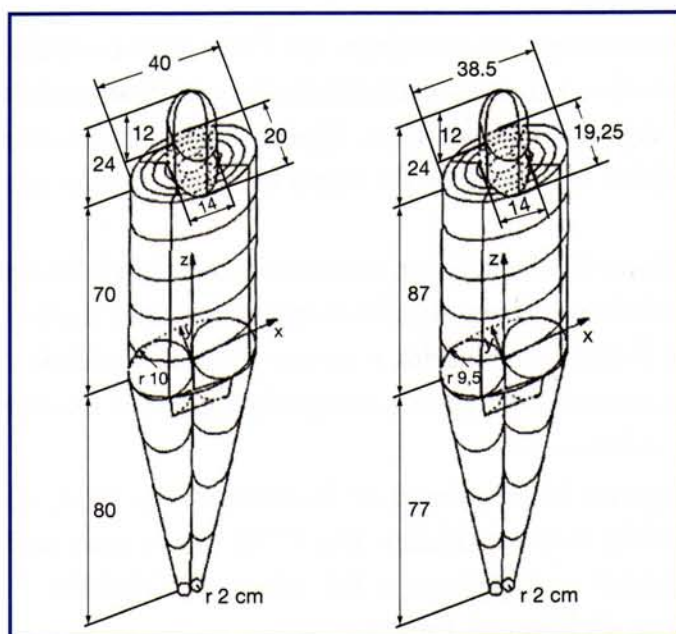
Muitos cientistas e pesquisadores têm manifestado suas preocupações a respeito de prós e contras em relação ao uso da radiação e dos seus efeitos no corpo humano. Muitos trabalhos foram desenvolvidos para fornecer subsídios quanto à sua aplicação, proteção e padronização. Entre esses, podemos citar os que procuram dimensionar o corpo humano, através de formas matematicamente definíveis, com o intuito de prestar auxílio, por exemplo, aos pesquisadores que trabalham com proteção radiológica e dosimetria\*.

Com o desenvolvimento da tecnologia em Física para o auxílio de diagnósticos médicos, torna-se cada vez maior a necessidade de aproximar modelos de pesquisa ao aspecto físico real dos objetos e dos seres. Alguns dos principais estudos com relação à criação dos modelos matemáticos do corpo humano podem ser assim relacionados<sup>1, 2, 3, 4, 5</sup>:

- Na Conferência de Chalk River, em setembro de 1949, foi definido o primeiro Homem Padrão. Os pesquisadores apresentaram os dados do modelo matemático que foram formalizados e aceitos pela comunidade científica. Foram definidas as massas dos órgãos, a composição química e o tempo de exposição a materiais radioativos.
- No 6º Congresso Internacional de Radiologia, em 1954, os dados anteriormente definidos foram mudados. Em 1959, houve uma união entre Canadá, Estados Unidos e Inglaterra e foi criada a Comissão Tripartite para a Reformulação do Homem Padrão.
- Em dezembro de 1963, o Comitê II da Comissão Internacional em Proteção Radiológica nomeou uma comissão para revisão do conceito de Homem Padrão, e resolveu mudar a terminologia para Homem Referência uma vez que esse termo teria melhor aceitação, pois não seria um padrão a ser seguido, mas uma referência a ser consultada.
- Posteriormente foram aperfeiçoados os modelos geométricos e se construiu um fantasma matemático (*mathematical phantom*), com os dados aproximados do Homem Referência, cujo objetivo era de que o cálculo da fração absorvida fosse o mais próximo possível do caso de um homem real.

\* Medida das doses, ou seja, quantidade de radiação emitida por uma fonte ou recebida por um alvo.

Dados como dimensão, forma, composição e densidade serviram de base na elaboração do *modelo matemático do homem*, em que o corpo, esqueleto e seus principais órgãos foram descritos em termos de expressões matemáticas. Esse modelo foi constituído por figuras geométricas regulares, tais como: cilindros elípticos, secções de cones, elipsóides, esferas e planos que simulavam as formas e as dimensões do corpo humano (Figura 1). As expressões matemáticas do modelo foram desenvolvidas, tomando como base um sistema de coordenadas cartesianas com origem no centro da base do tronco, onde há a bifurcação das pernas. Os eixos tridimensionais foram dirigidos para a esquerda ( $x$ ), para a parte posterior ( $y$ ) e em direção à cabeça ( $z$ ) em relação ao simulador matemático.



**Figura 1** Dimensões dos simuladores matemáticos apresentados por Snyder (esquerda) e do homem brasileiro

Em 1995, levando em conta a realidade do biótipo brasileiro foi desenvolvido o *Manequim Matemático do Homem Brasileiro* pela Dra. Maria Inês Calil Cury Guimarães do Centro de Medicina Nuclear da Faculdade de Medicina – USP<sup>6</sup>.

Para a elaboração do modelo brasileiro, foram usados dados estatísticos fornecidos pela Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e, levando-se em conta as diferentes regiões do País, obtiveram-se os dados antropométricos da população brasileira. Para obter a referência brasileira, utilizou-se a média dos dados de 30.852 pessoas e foram calculados os desvios padrão, conseguindo-se, assim, a média de massa e altura do brasileiro. Já para se obterem as massas, formas e dimensões dos órgãos que compõem a estrutura do simulador matemático do homem brasileiro, foram pesquisadas cerca de 10 mil autópsias nos Anuários de Instituto Mé-

dico Legal da Faculdade de Medicina da USP. Para a obtenção dos dados dos ossos que compõem o esqueleto, foram realizadas medições em radiografias.

## 2 DESENVOLVIMENTO DO SIMULADOR MATEMÁTICO

O modelo do *Manequim Matemático do Homem Brasileiro* de Guimarães,<sup>6</sup> baseado nos trabalhos de Snyder<sup>4</sup> foi dividido em sub-regiões do tronco, da cabeça e das pernas (veja a Figura 1). Internamente, encontram-se o esqueleto (Figura 2) e os órgãos (Figuras 3 e 4) que foram definidos de modo análogo à parte externa, qual seja, utilizando-se de figuras geométricas simples, porém consistentes com as dimensões, forma e posição real de cada órgão do corpo.

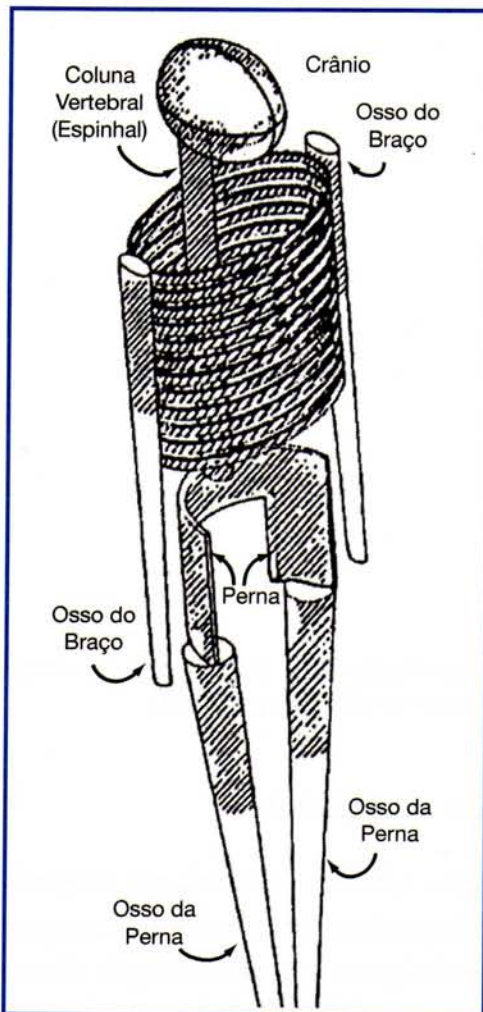
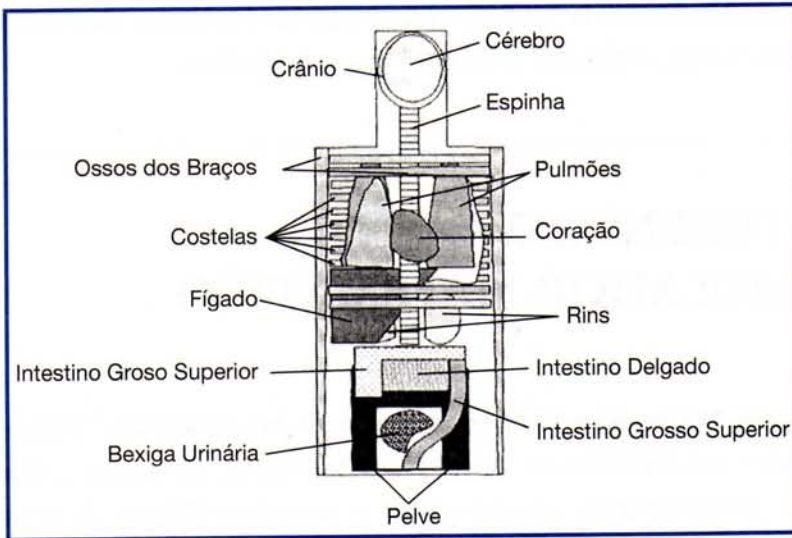
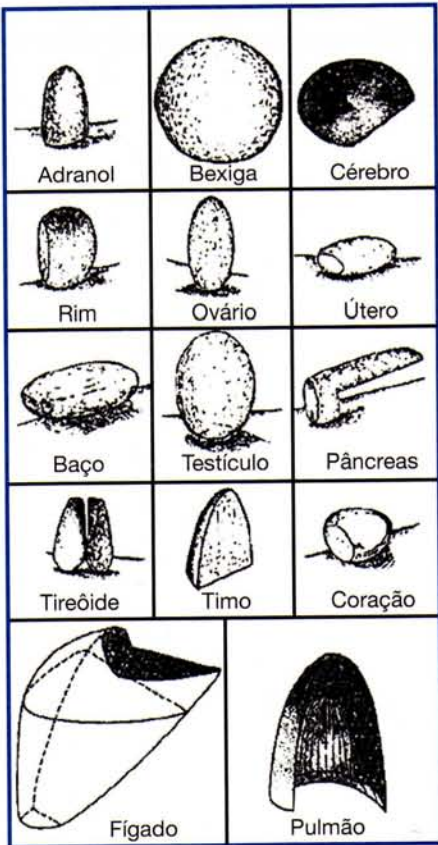


Figura 2 O sistema de esqueleto dos simuladores





**Figura 3** Vista anterior dos principais órgãos na cabeça e no tronco



**Figura 4** Representação dos órgãos do simulador matemático (tamanho não proporcionais)

## 2.1 Regiões matemáticas internas do simulador

As equações matemáticas que definem os órgãos internos do simulador matemático são expressas a seguir. Os órgãos do corpo que aparecem aos pares têm suas equações expressas somente para o órgão esquerdo, sendo que a equação do órgão direito é obtida substituindo-se  $x$  por  $-x$  na expressão apresentada<sup>2, 4, 6</sup>.

### 2.1.1 Adrenais

Cada glândula adrenal é definida como metade de um elipsóide que se situa no topo do rim. A adrenal esquerda é definida por:

$$\left(\frac{x-4,5}{1,5}\right)^2 + \left(\frac{y-6,5}{0,5}\right)^2 + \left(\frac{z-38}{5}\right)^2 \leq 1, \quad z \geq 38$$

### 2.1.2 Bexiga

A bexiga é representada por elipsóides de inequações:

$$\left(\frac{x}{4,958}\right)^2 + \left(\frac{y+4,5}{3,458}\right)^2 + \left(\frac{z-8}{3,458}\right)^2 \leq 1$$

e

$$\left(\frac{x}{4,706}\right)^2 + \left(\frac{y+4,5}{3,206}\right)^2 + \left(\frac{z-8}{3,206}\right)^2 \geq 1$$

### 2.1.3 Cérebro

O cérebro é um elipsóide expresso por:

$$\left(\frac{x}{6}\right)^2 + \left(\frac{y}{9}\right)^2 + \left(\frac{z}{6,5}\right)^2 \leq 1$$

### 2.1.4 Estômago

O estômago é representado por elipsóides de inequações:

$$\left(\frac{x-8}{4}\right)^2 + \left(\frac{y+4}{3}\right)^2 + \left(\frac{z-35}{8}\right)^2 \leq 1$$

e

$$\left(\frac{x-8}{3,387}\right)^2 + \left(\frac{y+4}{2,387}\right)^2 + \left(\frac{z-35}{7,387}\right)^2 \geq 1$$

### 2.1.5 Intestino delgado

O intestino delgado e o conteúdo são representados geometricamente por uma secção de um cilindro circular, definido por:

$$x^2 + (y + 3,8)^2 \leq (11,3)^2$$

$$-4,86 \leq y \leq 2,2 \quad e$$

$$17 \leq z \leq 27$$

### 2.1.6 Intestino grosso superior

O intestino grosso superior é constituído pelo cólon ascendente e pelo cólon transverso.

O cólon ascendente é definido pelas inequações:

$$(x + 8,5)^2 + (y + 2,36)^2 \leq 2,5^2$$

$$(x + 8,5)^2 + (y + 2,36)^2 \geq 1,7915^2 \quad e$$

$$14,45 \leq z \leq 24$$

O cólon transverso é considerado uma secção elíptica e definida por:

$$\left(\frac{y + 2,36}{2,5}\right)^2 + \left(\frac{z - 25,5}{1,5}\right)^2 \leq 1$$

$$\left(\frac{y + 2,36}{1,973}\right)^2 + \left(\frac{z - 25,5}{0,973}\right)^2 \leq 1$$

$$-10,5 \leq x \leq 10,5$$

### 2.1.7 Intestino grosso inferior

O intestino grosso inferior é constituído pelo cólon descendente e pelo cólon sigmóide.

O cólon descendente é expresso por:



$$\left(\frac{x-x_0}{1,88}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{2,13}\right)^2 \leq 1$$

$$\left(\frac{x-x_0}{1,58}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{1,34}\right)^2 \geq 1$$

para  $8,72 \leq z \leq 24$

onde:  $x_0 = 9 + 0,28\left(\frac{z-24}{15,28}\right)$  e  $y_0 = 2,5\left(\frac{8,72-z}{15,28}\right)$ .

O cólon sigmóide é representado por dois toróides, definidos pelas inequações:

a) Porção superior:

$$\left(\sqrt{(x-3)^2 + (z-8,72)^2} - 5,72\right)^2 + y^2 \leq 1,57^2$$

$$\left(\sqrt{(x-3)^2 + (z-8,72)^2} - 5,72\right)^2 + y^2 \geq 0,91^2$$

$$x \geq 3 \text{ e } z \leq 8,72$$

b) Porção inferior:

$$\left(\sqrt{(x-3)^2 + z^2} - 3\right)^2 + y^2 \leq 1,57^2$$

$$\left(\sqrt{(x-3)^2 + z^2} - 3\right)^2 + y^2 \geq 0,91^2$$

$$x \leq 3 \text{ e } z \geq 0$$

### 2.1.8 Coração

O coração é representado por um semi-elipsóide associado a uma semi-esfera, que é cortada por um plano. As desigualdades que o representam são as seguintes:

$$\left(\frac{x_1}{8}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{5}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{5}\right)^2 \leq 1$$

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \leq 5^2 \quad \text{se } x_1 < 0$$

ou

$$\frac{x_1}{3} + \frac{z_1}{5} - 1 \quad \text{se } x_1 < 0$$

Onde:

$$x_1 = 0,6943(x+1) - 0,3237(y+3) - 0,6428(z-51)$$

$$y_1 = 0,4226(x+1) - 0,9063(y+3)$$

$$z_1 = 0,5826(x+1) - 0,2717(y+3) + 0,7660(z-51)$$

### 2.1.9 Rins

Cada rim é definido por um elipsóide seccionado por um plano. O rim esquerdo é expresso por:

$$\left(\frac{x-6}{4,5}\right)^2 + \left(\frac{y-6}{1,5}\right)^2 + \left(\frac{z-32,5}{5,5}\right)^2 \leq 1 \quad \text{e } x \geq 3$$

## 2.2 Fígado

O fígado é definido por um cilindro elíptico cortado por um plano, expresso por:

$$\left(\frac{x}{16,5}\right)^2 + \left(\frac{y}{8}\right)^2 \leq 1$$

$$\left(\frac{x}{35}\right) + \left(\frac{y}{45}\right) - \left(\frac{z}{43}\right) \leq -1$$

e

$$27 \leq z \leq 43$$

### 2.2.1 Pulmões

Cada pulmão é a metade de um elipsóide que tem uma secção anterior removida. O pulmão esquerdo é expresso por:

$$\left(\frac{x-8,5}{5}\right)^2 + \left(\frac{y}{7,5}\right)^2 + \left(\frac{z-43,5}{24}\right)^2 \leq 1 \quad \text{para } z \geq 43,5$$

$$\left(\frac{x-2,5}{5}\right)^2 + \left(\frac{y}{7,5}\right)^2 + \left(\frac{z-43,5}{24}\right)^2 \geq 1 \quad \text{para } y < 0$$

### 2.2.2 Ovários

Cada ovário tem a forma de um elipsóide. O ovário esquerdo é dado por:

$$(x-6)^2 + \left(\frac{y}{0,5}\right)^2 + \left(\frac{z-15}{2}\right)^2 \leq 1$$

### 2.2.3 Pâncreas

O pâncreas é a metade de um elipsóide com uma secção removida. Ele é definido por:

$$\left(\frac{x}{15}\right)^2 + y^2 + \left(\frac{z-37}{3}\right)^2 \leq 1 \quad \text{para } x \geq 0$$

$$z \geq 37 \quad \text{se } x > 3$$

### 2.2.4 Baço

O baço é definido como um elipsóide representado pela seguinte desigualdade:

$$\left(\frac{x-11}{3,5}\right)^2 + \left(\frac{y-3}{2}\right)^2 + \left(\frac{z-37}{6}\right)^2 \leq 1$$

### 2.2.5 Testículos

O testículo esquerdo é representado por um elipsóide dado por:

$$\left(\frac{x-1,3}{1,3}\right)^2 + \left(\frac{y+8}{1,5}\right)^2 + \left(\frac{z-2,3}{2,3}\right)^2 \leq 1$$

### 2.2.6 Timo

O timo é representado por um elipsóide com a seguinte desigualdade:

$$\left(\frac{x+2}{3}\right)^2 + \left(\frac{y+6}{0,5}\right)^2 + \left(\frac{z-60,5}{4}\right)^2 \leq 1$$

### 2.2.7 Tireóide

Os lóbulos da tireóide situam-se entre dois cilindros concêntricos cortados por uma superfície. São definidos pelas inequações:

$$x^2 + (y+6)^2 \leq (2,2)^2$$

$$x^2 + (y+6)^2 \geq (1)^2$$

$$y+6 \leq 0$$

para  $70 \leq z \leq 75$

$$\left[ (y+6) - |x| \right]^2 \geq 2 \left[ x^2 + (y+6)^2 \right] r^2$$

Na qual:

$$r = \frac{2(\sqrt{2}-2)}{5}(z-70) + 1 \quad \text{para } 0 \leq z-70 \leq \frac{5}{4}$$

e

$$r = \frac{2(2-\sqrt{2})}{15}(z-70) + \frac{2\sqrt{2}-1}{3} \quad \text{para } \frac{5}{4} < z-70 \leq 5$$

### 2.2.8 Útero

O útero é um elipsóide cortado por um plano. Ele é expresso por:

$$\left(\frac{x}{2,5}\right)^2 + \left(\frac{y+2}{5}\right)^2 + \left(\frac{z-14}{1,5}\right)^2 \leq 1$$

$$y \geq 4,5$$

## 3 SISTEMA COMPUTADORIZADO

Em 1998 elaboramos na Universidade Presbiteriana Mackenzie, em São Paulo, a definição e o desenvolvimento de um sistema computadorizado para estimativa de volumes do corpo humano (órgãos internos, esqueleto e parte externa) para uso em cálculo de dosimetria interna<sup>7</sup>. Tal sistema, que fora apresentado no XIX Congresso Brasileiro de Biologia e Medicina Nuclear (novembro de 1998, Recife, PE), trata de modelos matemáticos genéricos, além do *Manequim Matemático do Homem Brasileiro* (designado de *Modelo Guimarães* devido ao nome da autora).

Devido à distribuição espacial e à heterogeneidade das formas dos órgãos do corpo humano, houve a necessidade de estudos que nos fornecessem subsídios e embasamento matemático para a obtenção de estimativas de volumes desses órgãos.

Optamos pelo *Método de Monte Carlo* o qual se presta a solucionar problemas matemáticos, físicos e de outras disciplinas, através de um conjunto de processos de análise numérica e simulação de variáveis aleatórias, utilizando-se de uma amostragem estatística. Seu nome é uma referência ao principado de Mônaco, célebre por suas casas de jogos que utilizam roletas. A referência se deu porque a roleta é um excelente mecanismo para se obterem variáveis aleatórias.

A criação desse método, que teve sua origem no ano de 1949 com o artigo *The Monte Carlo Method*<sup>8</sup>, está ligada aos nomes dos matemáticos norte-americanos J. Von Neumann e S. Ulam. Seu uso se generalizou logo após o aparecimento do computador digital, muito embora sua base teórica já fosse conhecida há bastante tempo. O método pode ser aplicado para que se obtenham diferentes situações amostrais para um determinado experimento e, com isso, pode ser avaliado o desempenho dos procedimentos e das técnicas estatísticas utilizados. Nesses estudos, o método pode ser usado para comparar várias técnicas já existentes, sob situações bastante variadas, ou para experimentar uma técnica nova, ou um procedimento inovador, sob condi-

ções estabelecidas, comparando-se ou não os resultados obtidos com os que se obtêm com outros métodos preexistentes.

### 3.1 Estimativa de volumes em sólidos complexos

A opção pelo Método de Monte Carlo que adotamos deveu-se à dificuldade de utilização de métodos analíticos e geométricos para obtenção do volume de algumas partes (órgãos) dos modelos matemáticos do corpo humano apresentados anteriormente.

#### 3.1.1 Cálculo da integral definida

Existem diversos métodos de obter o valor da integral de uma função. Pode-se, por exemplo, basear na sua interpretação geométrica como uma área. Pode-se ainda avaliar o valor médio da função  $f(x)$ .

Uma vez que o cálculo de integrais definidas equivale ao cálculo de áreas, podem-se construir diversos modelos probabilísticos para resolver esse problema.

Temos a seguir a descrição dos dois processos anteriormente mencionados, para a avaliação da integral<sup>9</sup>:

$$J = \int_a^b f(x) dx$$

##### 3.1.1.1 Avaliação do valor médio de uma função

Chama-se de  $f^*$  uma variável aleatória que está distribuída uniformemente no intervalo  $(a, b)$ , com uma função densidade de probabilidade  $p_{\xi}(x)$  que é definida pelas equações:

$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{se } x \notin (a, b) \end{cases}$$

satisfazendo a condição de normalização:

$$\int_a^b p_{\xi}(x) dx = 1$$

O valor esperado da função  $f(\xi)$  é:

$$Mf(x) = \int_a^b f(x) p_{\xi}(x) dx = \frac{J}{b-a}$$



Se for efetuado um grande número de amostragens  $N$  e encontrados os valores  $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_N$  para a variável aleatória  $\zeta$  tem-se:

$$Mf(\zeta) \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\zeta_i)$$

Define-se então:

$$\theta = \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N f(\zeta_i)$$

que dará uma estimativa aproximada da integral  $J$ .

Na prática,  $f(\zeta_i)$  é computada para uma seqüência de valores  $\zeta_i$ , a soma  $f(\zeta_1) + f(\zeta_2) + f(\zeta_3) + \dots + f(\zeta_i) + \dots + f(\zeta_N)$  é acumulada e  $\theta$  é computado depois de terem sido efetuados todos os  $N$  testes.

### 3.1.1.2 Interpretação geométrica da integral como área

Para maior simplicidade considera-se:  $0 \leq f(x) \leq c$ .

Chama-se de  $(\eta, \varepsilon)$  um ponto aleatório uniformemente distribuído no retângulo  $ABFE$  (veja a Figura 5), definido por:

$$ABFE = \{x, y \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b \text{ e } 0 \leq y \leq c\}$$

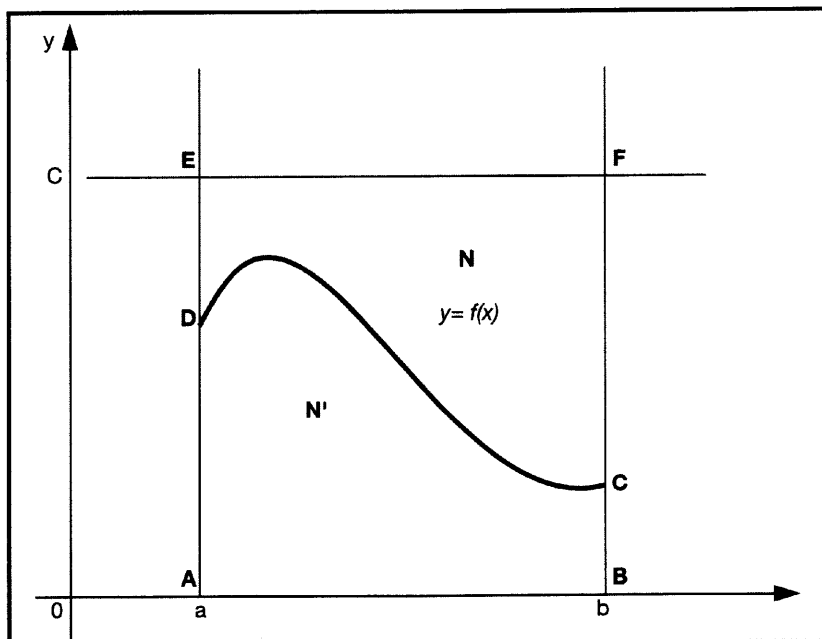


Figura 5 Retângulo ABFE e a função  $y = f(x)$

A função densidade de probabilidade do ponto aleatório  $(\eta, \varepsilon)$  é  $p_{\eta\varepsilon}(x,y)$ , onde:

$$P_{\eta\varepsilon}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{c(b-a)} & \text{se } (x, y) \in \text{ao retângulo } ABFE \\ 0 & \text{se } (x, y) \notin \text{ao retângulo } ABFE \end{cases}$$

Gerando  $\mathbf{N}$  pontos  $(\eta_1, \varepsilon_1), (\eta_2, \varepsilon_2), \dots, (\eta_N, \varepsilon_N)$  no interior do retângulo  $ABFE$  e se  $\mathbf{N}'$  desses pontos pertencerem à área sob a curva  $y = f(x)$ , a razão das áreas  $ABCD$  por  $ABFE$  será aproximadamente a razão  $\mathbf{N}'$  por  $\mathbf{N}$  ou:

$$\frac{\int_a^b f(x) dx}{c(b-a)} = \frac{\mathbf{N}'}{\mathbf{N}}$$

Então define-se:

$$\theta = c(b-a) \frac{\mathbf{N}'}{\mathbf{N}}$$

como uma estimativa aproximada da integral  $J$ .

Na prática, ensaia-se a condição  $\varepsilon_i < f(\eta_i)$  para cada ponto  $(\eta_i, \varepsilon_i)$ . Se essa é satisfeita, adiciona-se 1 (um) ao contador de  $\mathbf{N}'$ , caso contrário, rejeita-se o ponto. Depois de todos os  $\mathbf{N}$  pontos terem sido ensaiados, calcula-se  $\theta$ .

### 3.1.2 Avaliação de integrais volumétricas

Os métodos apresentados anteriormente podem ser estendidos para integrais triplas (volumétricas) da forma:

$$I = \int_S f(P) dv$$

Onde:

- $P(x, y, z)$  um ponto do espaço
- $dv$  é a diferencial do volume
- $f$  é uma função escalar de valor real
- $S$  representa um sólido qualquer

Por meio dos valores médios de  $f$  computados para um grande número de pontos escolhidos aleatoriamente, teremos a avaliação da integral:

$$\theta = \frac{V}{N} \sum_{i=1}^N f(P_i)$$

Onde:

$P(i)$  são os pontos aleatórios distribuídos independente e uniformemente em  $S$

$V$  é o volume de  $S$

$N$  é o número de pontos

Contudo, esse método não pode ser aplicado diretamente a sólidos complicados pelo fato de que  $V$  é desconhecido, e técnicas de geração de pontos aleatórios uniformemente distribuídos em regiões complexas não são disponíveis<sup>9</sup>.

Para solucionar este problema, considera-se um sólido simples  $B$  (por exemplo um paralelepípedo) que contém  $S$  em seu interior e define-se:

$$f^*(P) = f(P) X(P)$$

Onde  $X(P)$  é a função característica de  $S$ , isto é,

$$X(P) = \begin{cases} 1 & \text{se } P \in S \\ 0 & \text{se } P \notin S \end{cases}$$

A integral de  $f^*$  sobre  $B$  é igual à integral desejada de  $f$  sobre  $S$ . Para estimar a integral, aplica-se o Método de Monte Carlo a  $f^*$  e obtém-se a estimativa:

$$\theta = \frac{V_b}{N} \sum' f(P_i)$$

Onde  $V_b$  é o volume do sólido  $B$ .

$\sum'$  é a somatória dos  $P_i$  que pertencem a  $S$ , ou seja, para os  $P_i$  tais que  $X(P_i) = 1$ .

Observa-se que todas as quantidades do segundo membro são conhecidas ou podem ser calculadas se os pontos  $P_i$  que pertencem a  $S$  puderem ser computacionalmente distinguidos daqueles que estão fora de  $S$ , isto é, se for possível avaliar a função característica de  $S$ .

O valor de  $\theta$  converge para o valor exato de  $I$  quando  $N$  aumenta, mas essa convergência é lenta, o desvio padrão é inversamente proporcional à raiz quadrada de  $N$ , portanto um grande número de pontos é requerido para obtenção de resultados precisos.

### 3.2 Fundamentação teórica do sistema

Os algoritmos para a estimativa de volumes do sistema computacional descrito a seguir foram desenvolvidos com base na fundamentação e métodos discutidos anteriormente.

## 4 MODELAGEM DO SISTEMA

O software desenvolvido destina-se à obtenção de volumes aproximados das seguintes regiões do corpo humano:

- subconjunto do esqueleto;
- subconjunto do manequim matemático;
- órgãos internos do manequim matemático.

O tamanho de cada uma dessas regiões do corpo varia de indivíduo para indivíduo, dependendo da idade e das características antropométricas do grupo humano a que pertence. Há que se considerar ainda os diversos órgãos próprios do sexo do indivíduo. Vê-se que cada equação de órgãos possui variáveis que são específicas do formato geométrico desse órgão e de sua localização espacial dentro do manequim matemático.

O usuário desse sistema poderá obter volumes de órgãos que desejar do modelo brasileiro (Modelo Guimarães) e também de um *modelo indefinido* a ser por ele especificado. Para isso, deverá fornecer as variáveis de localização da região de interesse.

## 5 ALGORITMO PARA ESTIMATIVA DE VOLUMES

Através dos parâmetros do usuário para o órgão, cujo volume quer estimado, cria-se um hipotético sólido geométrico, simples e regular, de volume facilmente calculado, que se chamou de *Caixa da Região de Interesse*. Essa caixa imaginária deve conter em seu interior o órgão a ser pesquisado, que terá os pontos extremos de sua superfície tangenciando as faces do sólido.

O sistema gera pontos espaciais dentro da caixa, fazendo a varredura nos eixos espaciais  $(x, y, z)$  e, em seguida, verifica se cada ponto está contido ou não dentro do

órgão. A verificação é feita por meio da interpretação geométrica da integral pelo Método de Monte Carlo. Após a geração dos pontos e contabilização dos que caíram dentro e fora da região de interesse (órgão), é obtida a estimativa do volume do órgão.

## 6 TESTES DO PROTÓTIPO

Para avaliar a quantidade de pontos necessários para uma aproximação do volume real do órgão, foram elaborados experimentos. O órgão usado foi o rim esquerdo de uma pessoa adulta, do modelo do homem brasileiro, cujo volume previamente conhecido era de 132,35 cm<sup>3</sup>.

Os resultados obtidos estão na Tabela 1 a seguir:

TABELA 1

Algoritmo: *varredura dos eixos espaciais (x, y, z)*

Ex.	Número de pontos	Volume obtido (cm <sup>3</sup> )	Tempo de resposta
1	8.000	128,89	6s
2	64.000	130,92	45s
3	125.000	131,03	1m, 29s
4	1.000.000	131,78	11m, 42s

## 7 SISVOL – SISTEMA PARA ESTIMATIVA DE VOLUMES

O Sistema para Estimativa de Volumes – Sisvol – é uma ferramenta que pretende fornecer ao usuário simplicidade de uso e facilidade de aprendizado. A interface de diálogo com o operador (veja as Figuras 6 a 11) foi projetada seguindo a atual tendência de utilização de uma linguagem de programação orientada para o evento. Essa interface permite que o usuário navegue através dos modelos matemáticos, escolha o órgão a ser estudado, forneça as variáveis e receba as respostas em um diálogo eficiente e intuitivo.

## 7.1 Interface gráfica com o usuário

Teremos, a seguir, o conjunto das principais telas do sistema.



Figura 6 Entrada do sistema: (1) carrega o menu principal; (2) finaliza a execução

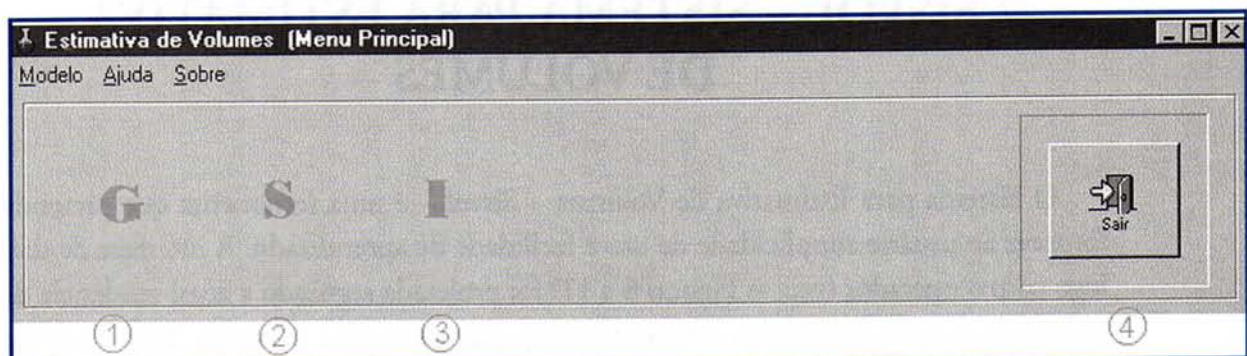
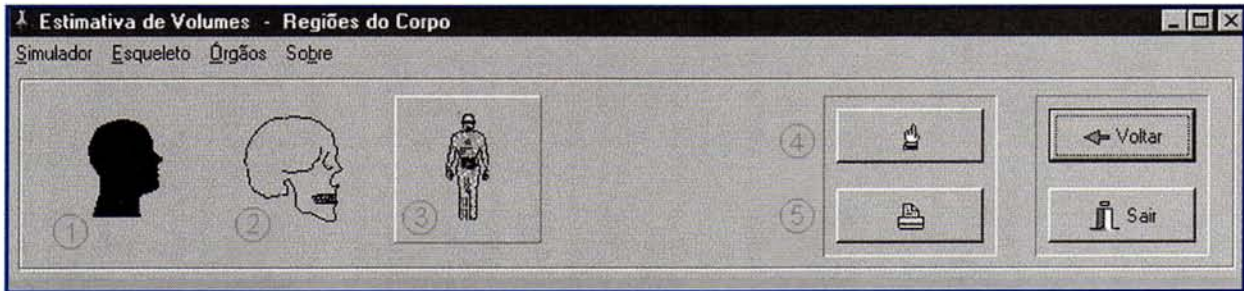
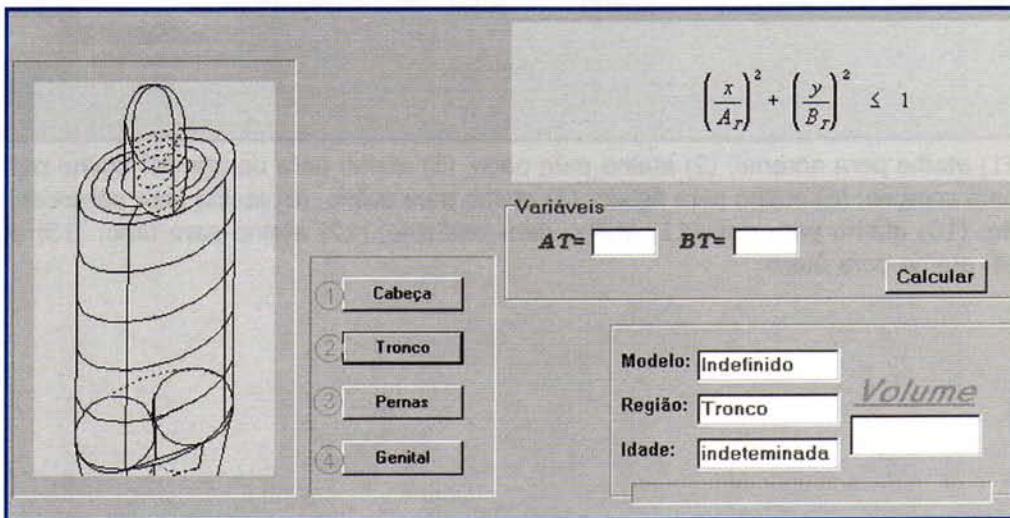


Figura 7 Menu principal: (1) atalho para modelo Guimarães; (2) atalho para modelo Snyder; (3) atalho para modelo Indefinido; (4) finaliza a execução

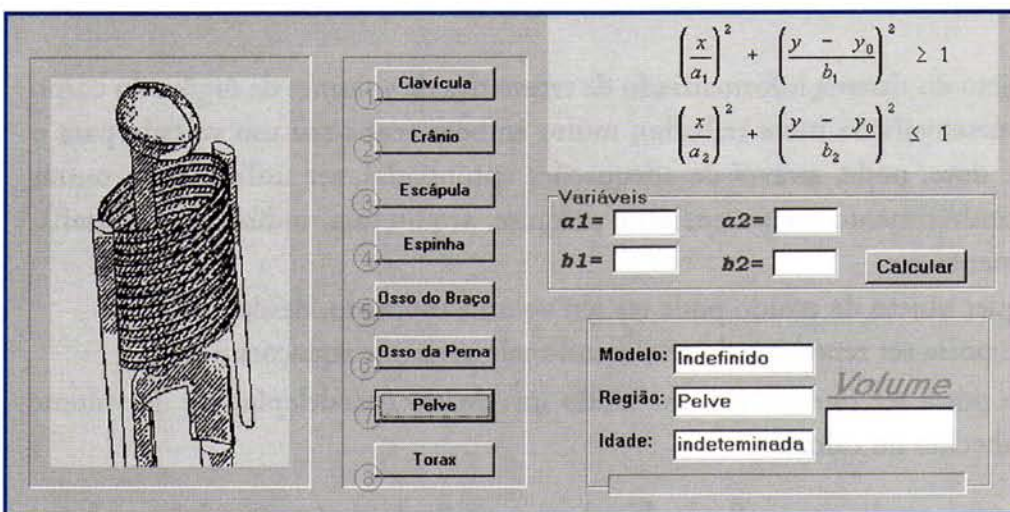




**Figura 8** Regiões do Corpo: (1) Atalho para simulador matemático; (2) Atalho para esqueleto do simulador; (3) Atalho para órgãos interno do simulador; (4) Altera quantidade de pontos a serem gerados; (5) Imprime dados consultados desde o início da pesquisa

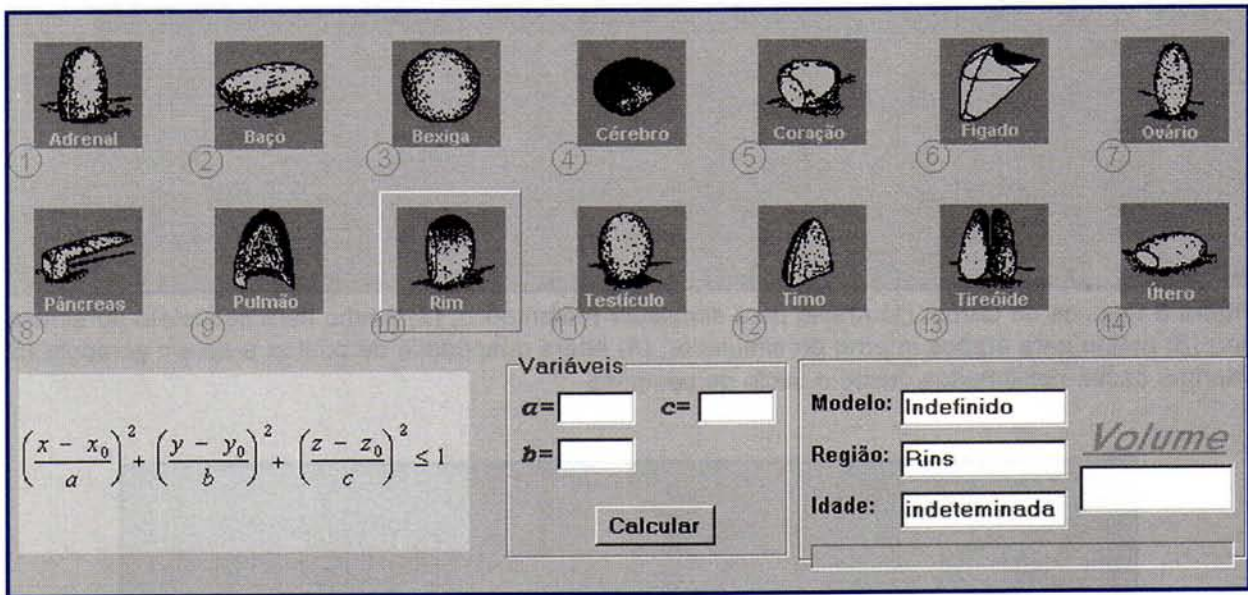


**Figura 9** Simulador matemático: (1) atalho para cabeça; (2) atalho para tronco; (3) atalho para pernas; (4) atalho para genitais



**Figura 10** Esqueleto do simulador matemático: (1) atalho para clavícula; (2) atalho para o crânio; (3) atalho para escápula; (4) atalho para espinha; (5) atalho para ossos do braço; (6) atalho para ossos da perna; (7) atalho para pelve; (8) atalho para tórax





**Figura 11** (1) atalho para adrenal; (2) atalho para baço; (3) atalho para bexiga; (4) atalho para cérebro; (5) atalho para coração; (6) atalho para fígado; (7) atalho para ovário; (8) atalho para pâncreas; (9) atalho para pulmão; (10) atalho para rim; (11) atalho para testículo; (12) atalho para timo; (13) atalho para tireóide; (14) atalho para útero

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO

O projeto do sistema informatizado de estimativa de volumes de órgãos do corpo humano, desenvolvido neste trabalho, muito embora tenha seu uso voltado para o cálculo de dose, pode, através de adequações apropriadas, ser utilizado em outras áreas do conhecimento como: ensino e pesquisa, arquitetura, indústria, topografia, reflorestamento etc.

Qualquer objeto de estudo pode ter seu volume estimado, desde:

- que possa ser representado tridimensionalmente por equações e
- que possa ser *inserido* em um sólido imaginário (paralelepípedo) de volume conhecido ou calculável.

Do mesmo modo que o cálculo de volumes, o cálculo de áreas também pode ser obtido por processo semelhante utilizando-se o Método de Monte Carlo. Isso subsidiaria professores que tenham tais temas no currículo de suas disciplinas.

## REFERÊNCIAS

1. COOK, M. J. *A survey report of the characteristics of the standard man*. Oak Ridge, Tennessee: Oak Ridge National Lab, 1948.
2. CRISTY, M., ECKERMAN, K. F. *Specific absorbed fractions of energy at various ages from internal photon sources*. I. Methods. Oak Ridge National Lab, ORNL/TM-8381/V. 1, 1978.
3. International Commission on Radiological Protection. *Report of the Task Group on Reference Man*. Oxford: Pergamon Press, ICRP pub.23,1974.
4. SNYDER, W. S., FORD, M. R., WARNER, G. G., WATSON, S. B. *A tabulation of dose equivalent per microcurie-day for source and target organs of an adult for various radionuclides*. Oak Ridge, Tennessee: Oak Ridge National Lab, ORNL-5000, 1974.
5. TANAKA, G., KAWAMURA, H. Reference japanese man I – mass of organs and other characteristics of normal japanese. *Health. Physics*, v. 36, 1979.
6. GUIMARÃES, Maria I. C. C. *Desenvolvimento do manequim matemático do homem brasileiro para cálculos de dosimetria interna*. Tese (Doutorado em Física). Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo, 1995.
7. XIMENES, Edmir. *Desenvolvimento de modelo informatizado, para cálculo de volumes de corpos modeláveis, através da variante do método de Monte Carlo, para uso em ensino e pesquisa*. Dissertação (Mestrado). Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 1998.
8. ULAM, S., et al. The Monte Carlo method, *J. Amer. Statistical Assoc.*, ano 49, n. 247, p. 335-41, in: SÓBOL, I. M., *Método de Montecarlo – lecciones populares de matemáticas*. Moscou: Editora MIR, 1976.
9. SÓBOL, I. M. *Método de Montecarlo – lecciones populares de matemáticas*. Moscou: Editora MIR, p. 63, 1976.