
SELEÇÃO E ALOCAÇÃO EFICIENTES EM FUNDOS DE INVESTIMENTOS EM AÇÕES

Oswaldo Ramos Tsan Hu

Agostinho Celso Pascalicchio

Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM)

Resumo

Este artigo propõe a utilização do modelo de Markowitz em fundos de investimento em ações (FIA) em um momento de redução no ganho real das aplicações financeiras indexadas à taxa básica da economia. Também propõe, ao observar o aumento na quantidade de novos investidores no mercado acionário, que qualquer um pode utilizar o modelo de otimização de carteira de Markowitz, ou seja, pode alocar racionalmente seus recursos financeiros em uma combinação com maior rentabilidade e menor risco. Simultaneamente à redução na rentabilidade das aplicações indexadas à taxa básica de juros, houve um aumento no número de investidores no mercado de renda variável. O estudo de caso foi realizado utilizando o modelo de Markowitz para compor uma carteira de ativos formada por FIA. A proposta deste estudo pode orientar alocações de recursos em títulos que tenham menor volatilidade e em que a diversificação de uma carteira é condição de otimização. Além de trabalhos e fórmulas matemáticas do modelo de Markowitz, utilizamos informações do valor das cotas diárias de 106 FIA distribuídos pela corretora XP Investimentos, no período de janeiro a dezembro de 2019. As cotas dos FIA são sistematicamente corrigidas pelo valor de mercado dos títulos e de seus proventos, característica que garante o cálculo dos retornos e dos riscos avaliados pelo modelo. Com a aplicação do modelo, foi possível selecionar uma carteira com 13 fundos, que apresentou uma volatilidade de 4,76% e uma rentabilidade de 15% no período. Essa volatilidade é menor que a dos fundos que a compõem.

Palavras-chave: Engenharia econômica. Bolsa de valores no Brasil. Análise de alternativas de aplicação. Fundo de investimento em ações. Modelo de Markowitz. Otimização de carteiras.

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho utiliza-se da mudança no ambiente das alocações de ativos financeiros, quando os rendimentos dos títulos em renda fixa apresentam redução nos ganhos reais, para propor a adoção do modelo de Markowitz em fundos de investimentos em ações. A alocação de ativos é uma estratégia de investimento que visa a equilibrar risco e rentabilidade (BANCO CENTRAL DO BRASIL [BCB], 2020a), distribuindo os ativos de uma carteira de acordo com as metas de um indivíduo, tolerância a riscos e horizonte de investimento. A literatura da área financeira sugere que, por uma decisão avessa ao risco, o investidor racional deseja maximizar a rentabilidade de sua aplicação. Essa observação foi analisada no estudo *Portfolio selection*, publicado no ano de 1952, por Harry Markowitz, ganhador do Prêmio Nobel de Economia em 1990. Os aplicadores financeiros desejam minimizar a volatilidade ou uma grande variação nos preços ou no valor das cotações dos ativos financeiros, visto que a volatilidade excessiva pode comprometer a saída futura de uma aplicação realizada por um indivíduo (BERNSTEIN; DAMODARAN, 2000), principalmente pelo fato de que o prazo de resgate em um fundo de ações costuma ser maior que 30 dias, para a maioria dos fundos.

As classes de ativos financeiros, como renda fixa e ações, apresentam diferentes níveis de risco e retorno, de modo que cada uma delas se comporta de maneira diferente. Normalmente, as taxas de juros baixas no rendimento de alguns ativos financeiros levam aplicadores, principalmente pessoas físicas, a alocarem seus ativos em outras aplicações financeiras com maior rentabilidade e com risco mais alto. No Brasil, o ano de 2019 marca o início de um aumento significativo na quantidade de investidores em renda variável, simulando, possivelmente, uma alteração no comportamento das aplicações pelas pessoas físicas (BOLSA DE VALORES B3, 2019). É possível que os agentes financeiros também tenham interpretado o aumento de cotistas em Fundos de Investimento em Ações (FIA) como uma expectativa de maior rentabilidade para os investidores pessoas físicas. Há uma alteração no ambiente de rentabilidade dos ativos financeiros. Nesse ambiente alterado, os analistas de riscos e os estrategistas de negócios das empresas de serviços financeiros procuram selecionar e destacar algumas aplicações com maior risco e mostram novas alternativas na forma de atender e também de adequar os investidores a um novo ambiente, que requer uma cultura financeira diferenciada (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE PLANEJADORES FINANCEIROS; COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS [CVM], 2019). Isso tem efeito na maneira como os portfólios de investimentos são oferecidos pelo sistema financeiro. É a forma como o sistema reage quando exposto a um cenário em mudança.

Os FIA apresentam uma diversificação na sua composição, porém alguns trazem ativos semelhantes na sua carteira – ativos com risco correlacionados. Isso nos leva ao problema da pesquisa: avaliar qual é a forma de escolher o melhor desses fundos, ou conjunto de fundos, que traga retorno adequado com o menor risco possível, ou seja, que ao mesmo tempo seja rentável e com baixa volatilidade.

A hipótese empírica adotada neste estudo é a de que o modelo eficiente desenvolvido por Markowitz (1952) é o que melhor inter-relaciona as variáveis retorno e risco. O modelo de Markowitz, ou teoria moderna do portfólio, permite o cálculo do retorno e do risco de uma carteira de investimentos independentemente dos ativos financeiros presentes nesse portfólio.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A alocação de ativos é a maneira como é distribuído o portfólio de aplicação entre as diversas classes de ativos – como renda variável ou renda fixa – após uma consideração dos indivíduos ao se prepararem para realizar investimentos, visto que é pouco provável que escolher investimentos sem uma análise rigorosa prévia seja uma estratégia bem-sucedida a longo prazo (SIEGEL, 2014).

Identificar bons investimentos quando o ambiente está em mudança traz uma incerteza grande ao investidor. Riscos como acontecimentos erráticos, econômicos, legais, cambiais, entre outros, podem causar incertezas (UNITED NATIONS CONFERENCE ON TRADE AND DEVELOPMENT [UNCTAD], 2018), com flutuações nos preços dos títulos e valores mobiliários, principalmente em aplicações não diversificadas (ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT [OECD]; WORLD TRADE ORGANIZATION [WTO], 2019). Realizar aplicações financeiras em cotas de fundos de ações reduz as incertezas causadas pela volatilidade no preço das ações de uma empresa, representando uma alternativa de menor risco para o investidor do mercado de renda variável.

2.1 Os fundos de investimento em ações (FIA)

A Instrução CVM nº 555 (CVM, 2014) dispõe sobre a constituição e o funcionamento de todos os fundos de investimento no Brasil. Qualifica os FIA (subseção II, art. 115) como aqueles que devem ter como principal fator de risco a variação de

preços de ações admitidas à negociação no mercado organizado, sendo que 67%, no mínimo, de seu patrimônio líquido devem ser compostos pelos seguintes ativos financeiros: a) ações admitidas à negociação em mercado organizado; b) bônus ou recibos de subscrição e certificados de depósito de ações admitidas à negociação nas entidades referidas em “a”); c) cotas de fundos de ações e cotas dos fundos de índice de ações negociadas nas entidades referidas em “a”); e d) *Brazilian Depositary Receipts* (BDR), classificados como de níveis I, II e III pela CVM (2020b).

A Bolsa de Valores B3 (BOLSA DE VALORES B3, 2020a) é a única bolsa em operação no Brasil. Conforme a instituição, o número de empresas brasileiras listadas, em 2019, era superior a 300 companhias. A quantidade de corporações estrangeiras é superior a 100 para este mesmo ano. As empresas estão classificadas em mais de 65 segmentos de atuação.

Diferentes ativos financeiros que integram um FIA tendem a agir de maneiras específicas. Ao escolher como dividir um portfólio, existe um certo controle pelo investidor das escolhas e critérios de seleção de ativos financeiros. Não existe uma alocação perfeita de ativos, mas, baseando-se em alguns critérios, é possível que haja mais chances de atingir os objetivos dos aplicadores, como o de maior rentabilidade e menor volatilidade.

O ano de 2019 marca o início de um aumento significativo na quantidade de investidores em renda variável, o que explica, provavelmente, uma alteração no comportamento das aplicações a esses fundos de investimento. A Figura 1 mostra um aumento de 106,52% na quantidade de investidores ativos em renda variável, em 2019, quando comparado ao ano de 2018.

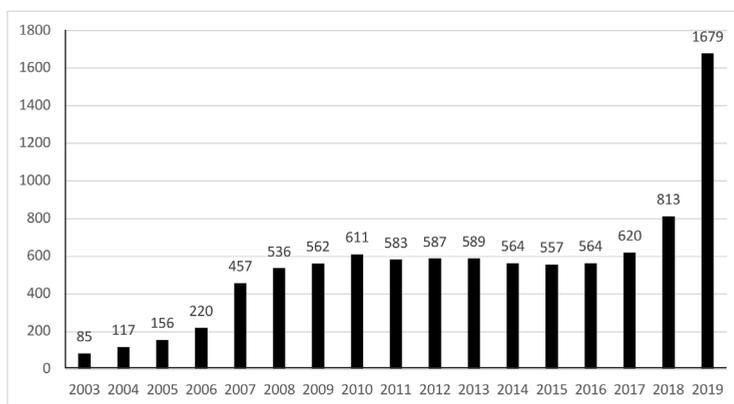


Figura 1 Quantidade de investidores ativos em renda variável na Bolsa de Valores

Fonte: Bolsa de Valores B3 (2019).

Nota: Valores em milhares.

A mudança de comportamento na conjugação da inflação com a taxa básica nominal de juros deve-se à alteração no comportamento no processo de seleção dos investimentos por parte dos indivíduos, o que, por sua vez, provavelmente decorre da redução na rentabilidade real das aplicações em renda fixa quando comparada com anos anteriores. Esse processo de taxas de juros reais menores levam os investidores a alocarem os portfólios de investimentos das pessoas físicas em aplicações financeiras com riscos mais altos.

Para os investidores em FIA, a quantidade de cotistas indicou crescimento, conforme mostrado na Tabela 1.

TABELA 1

Quantidade de cotistas em FIA, de 31/12/2019 a 31/03/2020.

Data	Total de cotistas (unidade)
31/12/2019	2.488.670
31/01/2020	2.746.728
28/02/2020	2.871.806
31/03/2020	2.813.476

Fonte: Elaborada pelos autores com base em CVM (2020a).¹

Apesar de 2019 representar um marco para o investidor pessoa física, o processo de redução na rentabilidade real dos ativos financeiros indexados no Sistema Especial de Liquidação e Custódia (Selic) foi também observado em anos anteriores.

A Figura 2 de Sharpe (1964) permite dimensionar o comportamento de um consumidor no mercado de capitais. Neste gráfico, há uma representação racional do mercado de capitais. O aplicador de recursos somente pode obter retornos mais elevados apenas se aplicar nos recursos financeiros que apresenta maior risco. Essa situação é mostrada pela “Linha do Mercado de Capitais”. O mercado financeiro apresenta duas situações distintas nos rendimentos: a taxa de juros pura ou isenta de risco (mostrado pela interseção da linha com o eixo horizontal onde o risco é zero) e o risco e o retorno esperado adicional por unidade de risco (linha inclinada).

1 Para o cálculo do número de cotistas, a base de dados de fundos de investimentos da CVM foi filtrada nos seguintes campos: Situação do fundo: em funcionamento normal; classe: fundo de ações (CVM); tipo de condomínio: aberto; fundo exclusivo: N; número de cotistas: > 50; dias de operação: > 120 dias úteis. Com essa triagem, temos um total de 786 fundos, que compõem o objeto de estudo.

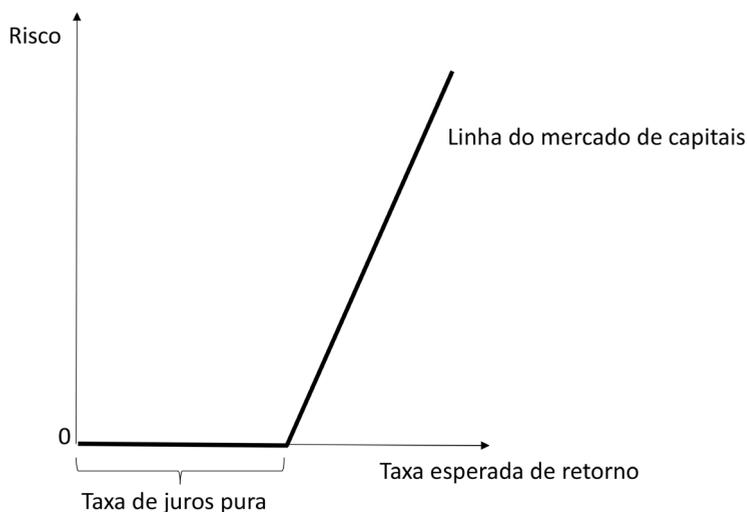


Figura 2 Taxa esperada de retorno no mercado de capitais

Fonte: Sharpe (1964).

A taxa de juros pura tem uma limitada taxa esperada de retorno. No Brasil, as aplicações financeiras com taxas de juros puras são as cadernetas de poupança, o tesouro direto e os certificados de depósitos interbancários destinados às pessoas físicas. Os fundos de ações são mais compatíveis com objetivos de investimento a longo prazo que suportem uma maior exposição a riscos, em troca de uma expectativa de rentabilidade mais elevada (CVM, 2016). Os FIA são investimentos no mercado de ações em que há risco de variação dos preços das ações que os compõem e de sua volatilidade.

Quanto mais a variação nos preços das ações que compõem os FIAs estiver próxima da linha de mercado de capitais, ou seja, quanto menor sua volatilidade, mais previsível será para o investidor a taxa esperada de retorno.

A Figura 3 mostra a rentabilidade do Índice da Bolsa de Valores, a taxa básica de juros, taxa Selic ou de rentabilidade dos títulos públicos brasileiros, e a inflação medida pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Sistemáticamente, quando ocorre uma redução na taxa Selic em termos reais, a rentabilidade do Índice Bovespa (Ibovespa) aumenta. Esse fato pode ser observado nos anos de 1999, 2003, 2009, 2012 e a partir de 2016 até 2019. Ainda que 2019 tenha sido um marco para o investidor pessoa física, visto que nesse ano houve um aumento no número dos investidores individuais, pode-se inferir que esse aumento foi o efeito causado pela redução do rendimento real

dos títulos brasileiros indexados pela taxa Selic, e essa redução ocorreu de forma sistemática também em períodos anteriores.

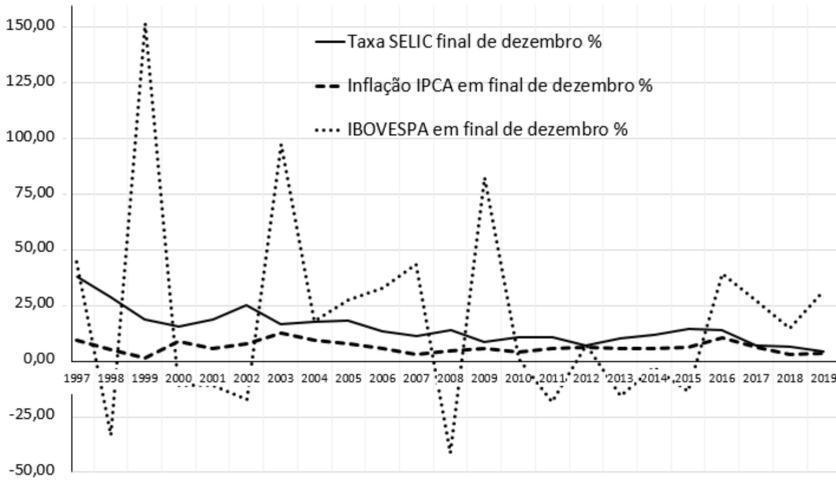


Figura 3 Taxa Selic, inflação (IPCA/IBGE) e rentabilidade do Ibovespa no fim de dezembro de cada ano

Fonte: IBGE (2019), BCB (2020b) e Bolsa de Valores B3 (2020a).

Ao ocorrer uma redução na rentabilidade real das alternativas de investimentos em renda fixa, a rentabilidade do Ibovespa, que é o indicador de rentabilidade das ações mais negociadas na Bolsa de Valores B3, tende a aumentar.

As decisões de investimento são uma escolha pessoal dos investidores, porém envolvem um processo de identificação em relação a risco, rentabilidade e critério de liquidez (PASCALICCHIO; BERNAL, 2013). Essa rentabilidade está ajustada a certa exposição ao risco – com volatilidade apropriada – e com a liquidez conveniente. Os investidores individuais ou pessoas físicas devem ter como prioridade manter a liquidez de suas finanças, embora essa atitude possa torná-los menos suscetíveis a suportarem períodos de crises inesperadas no futuro.

Os investimentos em FIA podem apresentar algumas particularidades. Conforme a CVM (2016), oferecem várias alternativas de investimento, com estratégia diferenciadas e com vários níveis de volatilidade (risco). São investimentos para aqueles que procuram maior rentabilidade, como a que é dada pela renda variável. Ainda conforme a CVM (2016), os fundos de investimentos oferecem maior diversificação de ativos e também uma necessidade de menor comprometimento financeiro do investidor, acesso a diversas modalidades de investimento, gestão profissional, diluição

de custos e maior poder de barganha no momento da negociação. O risco dos FIA é reduzido em consequência da sua composição entre as diversas classes de ativos de renda variável (CVM, 2016). A busca de maior rentabilidade com menor risco é uma evidência do modelo de Markowitz (1952).

Em um fundo, existe a vantagem de oferecer uma gestão feita por equipes especializadas, com conhecimento para analisar os ativos, estruturar a carteira e escolher o melhor momento de compra ou venda, de forma a atender à política e ao objetivo desse (ANBIMA, 2016). Devido a essa particularidade, a atenção dos investidores pode se concentrar na escolha das cotas destes fundos, análise de suas políticas de investimento e objetivos pretendidos por cada fundo. Eles possuem, portanto, certas quantidades de ações e possíveis concentrações. O patrimônio desse fundo, formado pelos ativos financeiros, são divididos em cotas e oferecidos aos investidores. Este estudo considera que cada um dos FIA analisados são únicos, seja pela composição dos ativos financeiros, quantidades de cotistas e valor das cotas, data de constituição, valor patrimonial etc. A probabilidade de replicação é muito baixa. A característica dos FIA de reverter para o valor da cota os rendimentos representados pelos proventos dos títulos, como dividendos e/ou bonificações e variações nos valores de mercado de suas ações – negativas ou positivas –, garante a integralização no patrimônio e, portanto, o valor das quotas. A variação diária dessas cotas é utilizada para a modelagem estatística deste estudo. O estudo de caso utilizou informações diárias entre janeiro e dezembro de 2019 de 106 FIA selecionados. Desconsideramos os resultados do período de pandemia causado pela *coronavirus disease* 2019 (Covid-19), que pode compor um novo estudo comparativo sobre a base de dados utilizada por esta investigação.

Os FIA, seguindo a política de aplicações para esses fundos, conforme definido pela Instrução CVM nº 555 (CVM, 2014), uma vez constituídos, apresentam pouca ou baixa possibilidade de mudanças em sua composição, portanto, a diversificação entre cotas de diversos fundos, proposta pelo modelo de Markowitz, resolve essa restrição que existe se ocorrer a aplicação financeira, por exemplo, em cotas de apenas um FIA com uma política de aplicação definida como a de realizar investimento em companhias com práticas diferenciadas de governança corporativa ou de sustentabilidade.

3 REFERENCIAL EMPÍRICO

A tese de doutorado de Harry Markowitz parte do pressuposto de que o investidor deseja maximizar a rentabilidade de sua aplicação, com a menor volatilidade possível. Isso é possível com a diversificação de sua carteira de investimento, contanto que ela seja descorrelacionada, ou seja, tenha investimentos que se comportem de forma diferente diante dos acontecimentos da economia. Os FIA, por sua diversificação, possuem comportamentos diferentes e são os ideais para se testar essa teoria.

O uso da média e da variância pelo setor financeiro tem sido a base da construção de portfólios desde o artigo de Markowitz (MARKOWITZ, 1952). Sistemáticamente, os profissionais que atuam no mercado e os acadêmicos têm incansavelmente procurado o próximo conjunto de elementos que os guiará a uma alocação de ativos financeiros a médio e longo prazo (SIEGEL, 2014). Há muitos artigos que propõem aprimoramentos para a análise de variância, covariância e média ou algum de seus substitutos. Existe outro conjunto de artigos que considera o perfil irracional de alguns investidores, que não se utilizam da matemática para uma análise racional de investimentos (CASAROTTO FILHO; KOPITKE, 2020). Muitos desses investidores adotam o comportamento de manada, adquirindo ativos nos momentos errados, apenas porque outros também estão adquirindo.

Markowitz, com a análise de risco-retorno, estabeleceu que a teoria do portfólio, isto é, uma carteira de valores constituída por instrumentos financeiros deve ser formada por títulos que estejam no conceito de fronteira eficiente. Markowitz inicia a análise de risco-retorno com um tratamento da teoria da utilidade esperada (MARKOWITZ, 1959). A diversificação da carteira é importante para reduzir os riscos. O risco de uma carteira não é apenas a média de risco dos ativos individuais, é necessário avaliar a correlação entre os ativos. Assim, a teoria de Markowitz exige uma diversificação de ativos financeiros em sua composição (ASSAF, 2007).

As principais relações utilizadas, adaptadas ao ambiente financeiro brasileiro, empregadas para avaliar os FIA nacionais são o retorno diário do ativo (RDA), a variância (σ^2), o desvio padrão (σ), a covariância ou variância conjunta (cov [X, Y]), a correlação r_{xy} (MARKOWITZ, 1952).

3.1 Retorno diário do ativo

Ao se analisar os dados históricos de um ativo é possível avaliar o seu valor histórico ou a variação do valor histórico em um determinado período. Para as fórmulas que serão apresentadas neste trabalho, sempre serão utilizadas as variações diárias do valor do papel, seja ele uma ação ou a cota de um FIA. Essa variação será é o RDA, conforme mostrado na Tabela 2.

TABELA 2

Cotação e retorno diário do ativo Ibovespa, 20/01/2020 a 24/01/2020.

Data	Cota	RDA
20/01/2020 16:56:00	118.861,63	
21/01/2020 16:56:00	117.026,04	-1,54%
22/01/2020 16:56:00	118.391,36	1,17%
23/01/2020 16:56:00	119.527,63	0,96%
24/01/2020 16:56:00	118.376,36	-0,96%

Fonte: elaborada pelos autores com base em Bolsa de Valores B3 (2020).

$$RDA = (cota_{D1} - cota_{D0})/cota_{D0}$$

3.2 Variância (σ^2)

É a medida da dispersão estatística do RDA que indica o quão distante os valores se encontram do valor esperado (valor médio).

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (RDA_i - \overline{RDA})^2}{n}$$

$$\overline{RDA} = \frac{\sum_{i=1}^n (RDA_i)}{n}$$

3.3 Desvio padrão (σ)

É a dispersão em torno da média dos RDA em determinado intervalo de tempo. Todos os valores (RDA) desse intervalo deverão ser considerados, sendo utilizada a fórmula de desvio padrão populacional. Em finanças, o desvio padrão é conhecido como volatilidade.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (RDA_i - \overline{RDA})^2}{n}}$$

$$\overline{RDA} = \frac{\sum_{i=1}^n (RDA_i)}{n}$$

3.4 Covariância (cov [X, Y])

Também conhecida como variância conjunta. É a medida do quanto dois conjuntos de medidas são correlacionados.

$$\begin{aligned} & cov(RDA_{\text{papel A}}, RDA_{\text{papel B}}) \\ &= \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n RDA_{\text{papel A}_i} RDA_{\text{papel B}_i} \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n RDA_{\text{papel A}_i} \right) \left(\sum_{i=1}^n RDA_{\text{papel B}_i} \right) \right] \end{aligned}$$

3.5 Correlação R_{XY}

É a correlação entre dois conjuntos de medidas, expressa por um valor entre -1 e 1. O valor 1 significa totalmente correlacionado, ou seja, os dois ativos variam na mesma proporção e com o mesmo sinal ao mesmo tempo. O valor -1 significa que os dois ativos variam na mesma proporção, mas com sinal trocado, ao mesmo tempo.

$$r_{\text{papel A,papel B}} = \frac{\text{cov}(RDA_{\text{papel A}}, RDA_{\text{papel B}})}{\sigma_{\text{papel A}} \sigma_{\text{papel B}}}$$

3.6 Modelo de Markowitz

A teoria de Markowitz sugere que, para reduzir a volatilidade (risco) de uma carteira de investimento, é necessário diversificá-la – montá-la com diversos ativos cujo comportamento diário sejam descorrelacionados –, ou seja, quando um ativo tem uma rentabilidade negativa, outro deve ter uma rentabilidade positiva, de tal forma que se compensem, reduzindo ou eliminando o risco de a carteira ter uma perda.

Supondo uma carteira com dois ativos, com volatilidades $\sigma_{\text{papel A}}$, $\sigma_{\text{papel B}}$ e proporção $w_{\text{papel A}}$ e $w_{\text{papel B}}$, o desvio padrão da carteira será:

$$\sigma = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \text{cov}(r_A, r_B)}$$

Esse desvio padrão é a volatilidade conjunta da carteira.

O problema a ser resolvido pela teoria de Markowitz é determinar a melhor proporção dos dois papéis $w_{\text{papel A}}$ e $w_{\text{papel B}}$ de forma a conseguir a maior rentabilidade entre os ativos selecionados com o menor risco.

4 METODOLOGIA E TRATAMENTO DE DADOS

Neste trabalho, foi utilizada a carteira de FIA comercializados pela XP Investimentos. A escolha dessa corretora foi consequência de essa ser, segundo as informações disponíveis em janeiro de 2020, uma das maiores corretoras de valores do Brasil, com um patrimônio administrado de 350 bilhões de reais e 1,2 milhões de clientes (XP INVESTIMENTOS, 2020a).

A corretora comercializa um portfólio de 457 fundos de investimentos, parte gerida pela própria XP e parte, por terceiros (XP INVESTIMENTOS, 2020b). Os dados numéricos foram obtidos por meio da CVM (2020a), que torna pública essa informação.

Desses fundos, foram filtrados exclusivamente os FIA conforme a Instrução CVM nº 555 (CVM, 2014). Essa triagem resultou em 106 fundos (Tabela 3). Foi utilizado o valor de cotas diárias,

TABELA 3

Fundos, rentabilidade e volatilidade dos últimos 12 meses.

FUNDO	Rentab. 12 meses	Volatild. 12 meses
PORTO SEGURO AÇÕES FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO	21,5%	17,9%
FAMA FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	30,0%	17,5%
FRANKLIN VALOR E LIQUIDEZ FVL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	23,3%	16,9%
ARX INCOME FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	24,7%	17,5%
XP INVESTOR FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	42,7%	17,8%
AZ QUEST AÇÕES FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	25,5%	18,9%
ICATU VANGUARDA DIVIDENDOS FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	28,0%	14,7%
BOGARI VALUE FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	44,6%	14,9%
GUEPARDO INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	72,6%	18,8%
SHARP IBOVSPA ATIVO FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	20,1%	17,0%
BTG PACTUAL ABSOLUTO FUNDO DE INVESTIMENTO EM QUOTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	30,0%	12,9%
QUELUZ VALOR FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	25,4%	17,1%
BTG PACTUAL DIVIDENDOS FUNDO DE INVESTIMENTO EM QUOTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	26,3%	15,4%
MIRAE ASSET DISCOVERY AÇÕES DIVIDENDOS FUNDO DE INVESTIMENTO	17,2%	16,5%
BAHIA AM VALUATION FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	22,0%	18,8%
ARX LONG TERM FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	20,5%	17,8%
LEBLON AÇÕES FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	29,5%	14,5%
REAL INVESTOR FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	46,3%	13,4%
PERFIN INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	32,7%	12,6%
BNP PARIBAS SMALL CAPS FUNDO DE INVESTIMENTO AÇÕES	48,7%	16,4%
CONSTÂNCIA FUNDAMENTO FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	38,6%	15,5%
STUDIO FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	27,1%	15,7%
JGP LONG ONLY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	26,6%	17,2%
AZ QUEST SMALL MID CAPS FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	52,7%	18,4%
CLARITAS VALOR FEEDER FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	26,5%	17,3%
SUL AMÉRICA EQUITIES FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	34,5%	17,2%
OCCAM FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	26,3%	18,7%
BTG PACTUAL ABSOLUTO INSTITUCIONAL FIQ DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	33,5%	16,9%
EQUITAS SELECTION FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	50,8%	20,5%
ACCESS EUROPE FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES - INVESTIMENTO NO EXTERIOR	26,4%	14,1%
IP PARTICIPAÇÕES IPG FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES BDR NÍVEL I	30,4%	10,0%
BNP PARIBAS ACTION FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO AÇÕES	24,8%	14,3%
VINCI GAS SELEÇÃO DIVIDENDOS FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	31,8%	15,7%
SHARP EQUITY VALUE FEEDER FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	39,8%	11,5%
ALASKA BLACK FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES - BDR NÍVEL I	17,9%	27,2%
OPPORTUNITY SELECTION FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	38,4%	16,3%
AZ QUEST TOP LONG BIASED FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	37,4%	18,5%
PACIFICO AÇÕES FUNDO DE INVESTIMENTO EM QUOTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	41,2%	17,5%
NAVI INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	24,4%	16,0%
BTG PACTUAL ABSOLUTO LS FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	15,7%	5,2%
BRASIL CAPITAL 30 FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	39,2%	15,9%
SPX PATRIOT FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	19,8%	16,2%
EQUITAS SELECTION INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	52,5%	18,6%
APEX INFINITY LONG-BIASED FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	29,5%	14,4%
APEX AÇÕES 30 FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	24,8%	17,8%
SPX APACHE FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	18,8%	16,2%
XP DIVIDENDOS FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	37,1%	16,6%
SPX FALCON FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	15,2%	8,4%
CONSTELLATION INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	43,0%	17,6%

TABELA 3

Fundos, rentabilidade e volatilidade dos últimos 12 meses. (continuação)

OCCAM LONG & SHORT PLUS FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	13,7%	7,5%
STK LONG ONLY INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	31,4%	15,5%
ATHENA TOTAL RETURN FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	40,4%	11,0%
STUDIO 30 FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	32,4%	13,7%
INDIE FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	47,2%	18,1%
NCH MARACANÁ FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	14,5%	10,7%
SHARP EQUITY VALUE INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	40,3%	14,9%
VERTRA FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	34,0%	13,0%
MÓDULO I FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	33,4%	12,2%
WESTERN ASSET FUNDO DE INVESTIMENTO AÇÕES BDR NÍVEL I	44,4%	13,5%
MOAT CAPITAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	28,1%	18,5%
NOVUS AÇÕES INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	21,1%	27,6%
VISTA FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	30,0%	16,9%
ATHENA TOTAL RETURN II FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	47,3%	13,5%
VERDE AM ÚNIQUE LONG BIAS FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	23,6%	15,4%
AT ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	42,6%	14,1%
ARMATA ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	15,2%	8,6%
KIRON FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	47,7%	15,9%
NEO NAVITAS B FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	33,8%	14,9%
IBIUNA EQUITIES 30 FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	29,7%	16,2%
TRUXT I VALOR INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	40,0%	18,3%
TRAFALGAR ROYAL LONG BIAS LATAM FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	26,4%	10,6%
ALASKA BLACK INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	22,1%	19,3%
XP INVESTOR 30 FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	41,6%	17,5%
XP DIVIDENDOS 30 FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	36,6%	16,4%
GEO EMPRESAS GLOBAIS FI EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTOS EM AÇÕES INVESTIMENTO NO EXTERIOR	34,0%	12,5%
XP AÇÕES FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	28,5%	18,3%
LEGG MASON CLEARBRIDGE US LARGE CAP GROWTH FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES INVESTIMENTO NO EXTERIOR	22,6%	12,8%
MILES VIRTUS I FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	27,9%	15,3%
MAUA CAPITAL AÇÕES FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	45,7%	27,9%
VINCI MOSAICO FUNDO DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	36,1%	16,6%
KAPITALO TARKUS FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	25,1%	17,9%
NEO FUTURE II FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	15,7%	23,5%
VINLAND LONG ONLY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	30,6%	16,3%
TREND ESTATAIS FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	25,6%	17,2%
APEX LB II FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	28,6%	14,3%
TREND IBOVSPA FUNDO DE INVESTIMENTOS EM AÇÕES	16,6%	18,1%
SELECTION AÇÕES FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	30,0%	12,6%
TORK FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	44,2%	13,8%
TREND IBOVSPA 2X FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	24,9%	36,7%
GEO EMPRESAS GLOBAIS EM REAIS FI EM COTAS DE FI DE AÇÕES INVESTIMENTO NO EXTERIOR	13,4%	9,2%
MILES VIRTUS ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	32,4%	13,1%
TREND IBOVSPA DOLAR FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	22,0%	19,4%
HIX CAPITAL ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO DE EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	20,5%	4,9%
ABSOLUTE PACE LONG BIASED ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	31,0%	9,6%
XP INVESTOR 30 DOMINUS FUNDO DE INVESTIMENTO COTAS FUNDO DE INVESTIMENTOS EM AÇÕES	40,2%	13,8%
SHARP LONG BIASED ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	19,7%	8,6%
DAHLIA INSTITUCIONAL ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	19,8%	11,3%
MS GLOBAL OPPORTUNITIES ADVISORY FIC FI AÇÕES INVESTIMENTO NO EXTERIOR	11,9%	6,3%
BRADESCO ASSET FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES CRESCIMENTO	16,2%	8,7%
ABSOLUTO PARTNERS ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	25,7%	8,7%
TORK 60 LONG ONLY INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	4,2%	4,5%
BRASIL CAPITAL 30 ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE AÇÕES	7,7%	5,4%
CONSTELLATION INSTITUCIONAL ADVISORY FI EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	8,5%	6,1%
ICATU VANGUARDA DIVIDENDOS 30 FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	11,5%	8,6%
RPS LONG BIAS ADVISORY D60 FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	8,3%	4,7%
TREND XP INC FI EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES INVESTIMENTO NO EXTERIOR	8,6%	19,2%

Fonte: Elaborada pelos autores com base em CVM (2020a).

Nota: a data-base é 30 de janeiro de 2020.

Após a filtragem dos FIA, foram levantadas as rentabilidades e a volatilidade dos 106 fundos selecionados. A Tabela 3 mostra que os 106 FIA analisados apresentaram uma *performance*, nos últimos 12 meses encerrados em dezembro de 2019, superior a 4,2%, sendo que o de maior rentabilidade é de 72,6%.

A volatilidade foi calculada com dados diários pelo período de 12 meses, utilizando-se as 252 cotações diárias. O resultado da volatilidade (Tabela 2) mostra o valor mínimo de 4,5% e o maior de 36,7%. Foi inicialmente montada uma carteira teórica com uma proporção inicial de 1/106 para cada um dos fundos de investimentos. Esse foi denominado Fundo de Fundos-Semente para dar início aos cálculos iterativos. Ainda não é a composição final da carteira, que será formada pelo valor das cotas dos diversos FIA.

Foi calculada, na sequência, a rentabilidade total dessa carteira, que corresponde à média ponderada entre a rentabilidade de cada fundo e a sua proporção na carteira, no caso, de 1/106 por fundo.

O passo seguinte foi o de calcular a volatilidade conjunta da carteira, utilizando a equação de Markowitz (1952). Este cálculo é função da rentabilidade, volatilidade e correlação de cada fundo de investimento. A tabela foi montada de forma matricial, sendo a maior matriz de tamanho 106 x 106, requerendo diversas multiplicações matriciais.

Após a montagem do modelo, o problema se transforma em um problema de pesquisa operacional, em que se fixa uma rentabilidade desejada e variam-se as proporções dos fundos na carteira, para se obter a menor volatilidade possível. Esse problema se constitui em um sistema não linear, pois a função-objetivo contém raízes quadradas, potências, cálculos de correlação e desvios padrões.

No caso, foi utilizado para a solução do sistema o algoritmo gradiente reduzido generalizado (*generalized reduced gradient* [GRG]) descrito por Lasdon *et al.* (1978). Esse algoritmo está presente na função solver do Excel.

Para proporcionar uma visão mais abrangente da influência da proporção de cada fundo e sua volatilidade na rentabilidade da carteira como um todo, foi efetuada uma análise de sensibilidade (SALTELLI *et al.*, 2008), variando-se a restrição de rentabilidade entre 15% e 40% no período analisado.

Ao se atingir 40%, alcançou-se a máxima rentabilidade possível com as restrições dadas. Testes com valores maiores resultaram nos mesmos 40%, explicitando que o sistema alcançou o limite superior, o que significa que, quando mais simulações distintas são realizadas, resulta-se no mesmo retorno esperado. Então, é preferível aquela com desvio padrão menor, ou seja, com a menor volatilidade ou variação, porque sua probabilidade de ocorrência é maior.

Outra restrição ao sistema é a proporção máxima de cada fundo na composição total da carteira e que foi fixada em 10%. Essa restrição foi utilizada experimentalmente para evitar a concentração de poucos fundos na carteira.

A última restrição é que nenhum fundo pode ter uma proporção negativa, o que não faria nenhum sentido econômico, mas que é possível matematicamente.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Após efetuados os cálculos, obtêm-se os resultados mostrados na Tabela 4, com as respectivas volatilidades e proporções na carteira para cada nível de rentabilidade exigida no sistema.

A rentabilidade média do portfólio de fundos de ações da XP Investimentos (106 fundos) foi de 29,1%, no período.

Utilizando os dados de rentabilidade e de volatilidade, torna-se possível criar a Figura 4, que apresenta a fronteira de eficiência do investimento. Essa figura mostra qual é a maior rentabilidade para o menor risco da carteira, que, no caso, está próximo de 15% de rentabilidade com uma volatilidade de 4,75%.

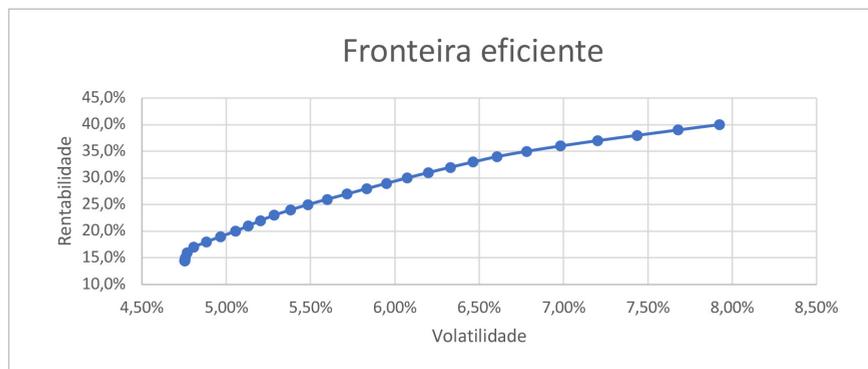


Figura 4 Fronteira eficiente de Markowitz

Fonte: Elaborada pelos autores com base em CVM (2020a).

Nota: a data-base é 30 de fevereiro de 2020.

TABELA 4

Fundos obtidos após a aplicação do método de Markowitz.

FUNDO	Rentab 12 meses	Volatil 12 meses	Restrição de rentabilidade alvo									
			15%	20%	26%	28%	30%	32%	34%	36%	38%	40%
			Proporção de Cada Fundo no Portfólio									
ATHENA TOTAL RETURN FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	40,4%	11,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%
BTG PACTUAL ABSOLUTO LS FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	15,7%	5,2%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	7,8%	0,0%
GEO EMPRESAS GLOBAS FI EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTOS EM AÇÕES INVESTIMENTO NO EXTERIOR	34,0%	12,5%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%
HIX CAPITAL ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO DE EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	20,5%	4,9%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%
WESTERN ASSET FUNDO DE INVESTIMENTO AÇÕES BDR NÍVEL I	44,4%	13,5%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%
ACCESS EUROPE FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES - INVESTIMENTO NO EXTERIOR	26,4%	14,1%	5,8%	5,8%	6,2%	8,1%	8,8%	9,6%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%
GUEPARDO INSTITUCIONAL FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	72,6%	18,8%	2,6%	2,6%	4,2%	5,5%	7,0%	9,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%
MS GLOBAL OPPORTUNITIES ADVISORY FIC FI AÇÕES INVESTIMENTO NO EXTERIOR	11,9%	6,3%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,7%	1,1%	1,2%
ATHENA TOTAL RETURN II FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	47,3%	13,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	2,2%	10,0%	10,0%	10,0%
VINLAND LONG ONLY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	30,6%	16,3%	4,4%	4,4%	4,6%	7,0%	7,4%	7,5%	7,8%	7,2%	7,8%	8,8%
RPS LONG BIAS ADVISORY D60 FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM ACOES	8,3%	4,7%	10,0%	10,0%	10,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
OCCAM LONG & SHORT PLUS FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	13,7%	7,5%	8,0%	8,0%	7,4%	10,0%	10,0%	6,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
SHARP LONG BIASED ADVISORY FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	19,7%	8,6%	4,8%	4,8%	4,7%	1,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
SPX FALCON FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	15,2%	8,4%	4,5%	4,5%	2,8%	7,5%	1,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
SHARP EQUITY VALUE FEEDER FUNDO DE INVESTIMENTO EM COTAS DE FUNDOS DE INVESTIMENTO DE AÇÕES	39,8%	11,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,8%	5,1%	7,9%	10,0%	4,5%	6,9%	10,0%
REAL INVESTOR FUNDO DE INVESTIMENTO EM AÇÕES	46,3%	13,4%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	2,6%	6,4%	10,0%
Porcentagem máxima por fundo			100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Volatilidade total da carteira			4,76%	5,05%	5,60%	5,83%	6,07%	6,33%	6,60%	6,98%	7,44%	7,92%

Fonte: Elaborada pelos autores com base em CVM (2020a).

Nota: a data-base é 30 de fevereiro de 2020.

A fronteira eficiente é conhecida também como portfólio da média variância, ou modelo de Markowitz (FABOZZI; FOCARDI, 2004), que mostra o resultado dos FIA que apresentam o menor risco para um determinado nível de retorno esperado.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo as informações analisadas, que mostraram uma relação entre a rentabilidade do Ibovespa, a taxa básica de juros – taxa Selic, ou de rendimento dos títulos públicos brasileiros – e a inflação medida pelo IPCA do IBGE, para o período de 1999 a 2019, quando ocorre uma redução na taxa Selic em termos reais, a rentabilidade do Ibovespa aumenta. Este fato foi observado nos anos de 1999, 2003, 2009, 2012 e a partir de 2016 até 2019.

Apesar de 2019 representar um marco para o investidor pessoa física devido ao aumento significativo de investidores, o efeito causado pela redução do rendimento real dos títulos brasileiros indexados na taxa Selic ocorreu também em anos anteriores. É possível que agentes financeiros, como bancos de investimento, corretoras, bolsa de valores (B3) e outros agentes do mercado, tenham interpretado o aumento de cotistas como a busca realizada por novos investidores por uma maior rentabilidade para as suas decisões de investimento.

Considerando um ambiente que exige mudança nas decisões de alocação racional dos recursos no mercado financeiro, este estudo sugere que a análise desenvolvida por Markowitz (1952) pode ser utilizada por qualquer investidor, mesmo aqueles com menor experiência no mercado de renda variável. O estudioso sugere realizar a aplicação de maior rentabilidade com menor risco em uma carteira diversificada.

A diversificação de uma carteira analisada por meio das técnicas de otimização pode fornecer um auxílio importante no momento de decidir entre as diversas alternativas de alocação dos recursos financeiros em um investimento. As vantagens da diversificação para a redução do risco são mostradas por meio da análise de um caso prático, selecionando alocação de ativos financeiros entre diversos FIA. A utilização do processo, mesmo para investidores com pouco conhecimento do mercado de capitais, permite que sejam selecionadas carteiras que atendam às exigências básicas de investimento, relacionando maior rentabilidade com baixo risco ou com menor volatilidade.

Para alcançar uma maior taxa de retorno, um investidor deve assumir um nível maior de risco. A diversificação da carteira é sugerida para reduzir o risco geral da car-

teira de títulos. Dessa forma, caso diversas carteiras diferentes sejam entregues ao investidor com o mesmo nível de retorno esperado, a decisão racional seria escolher a carteira com menor risco total e de menor volatilidade. O procedimento de diversificação do perfil dos FIA permite adequar ou criar fundos atraentes aos investidores. Com a aplicação do modelo, foi possível selecionar uma carteira com 13 fundos, que apresentou uma rentabilidade de 15% no período e uma volatilidade de 4,76%. Essa volatilidade é menor que a dos próprios fundos que os compõem, e menor que a volatilidade de todos os fundos analisados. Os FIA, seguindo a política de aplicações para esses fundos, conforme definido pela CVM, são formados por ativos financeiros, que, uma vez constituídos, apresentam pouca ou baixa possibilidade de mudanças em sua composição. Assim, um fundo diversificado, formado por cotas de diversos FIA, constitui a proposta do modelo de Markowitz de resolver a questão associada ao risco. Uma aplicação financeira, por exemplo, em cotas de apenas um FIA apresenta risco maior.

Existe a crítica de que a técnica estatística de avaliar o desempenho passado pode nunca garantir que o mesmo resultado se repetirá no futuro e que não prepara os investidores individuais para períodos de crise ou movimentos erráticos. Esses são imprevistos. Apenas os desempenhos passados é que estão sendo avaliados. Ainda, ao se avaliarem os dados passados, nota-se que as correlações da classe de ativos podem mudar ao longo do período. Entretanto, os resultados podem desempenhar um papel importante como instrumento geral de orientação na tomada de decisão do investidor.

É importante destacar que uma restrição significativa na análise de Markowitz (1952) pode estar no fato de ignorar totalmente o fluxo financeiro do mercado – o saldo das entradas e saídas dos recursos financeiros no mercado de renda variável.

Para estudos futuros, sugerimos que se desenvolva um ajuste no modelo de otimização de Markowitz (1952) de forma a incluir o efeito do saldo financeiro no mercado de renda variável e outro que se comparem os resultados obtidos neste estudo com aqueles do período de pandemia causado pela Covid-19.

EFFICIENT SELECTION AND ALLOCATION IN EQUITY INVESTMENT FUNDS

Abstract

This article proposes the application of the Markowitz model in equity investment funds when a real yield reduction over financial investments indexed to the Brazilian basic rate decreases. It proposes, also, when observing the increase in the number of new investors in the stock market, that any of them, even beginners, should use the Markowitz portfolio optimization model, that is, allocate resources

with a combination of high profitability and lower risk. Simultaneously to real profitability reduction over portfolio allocation indexed to basic interest rate, an increase in the number of new investors is observed. A portfolio composition case with equity investment funds' quotas is analyzed. The proposal of this study can guide resource allocations in securities with less volatility in which the portfolio diversification is a condition for optimization. Besides works and mathematical formulas of the Markowitz model, we used figures from 106 equity investment funds distributed by XP Investimentos stock broke with daily data between January and December 2019. The equity investment funds have their quotas systematically adjusted by bonuses and market values, which improves the calculation of returns and risks analyzed by the model. With the application of the model, it was possible to select a portfolio with 13 investments funds, which showed a volatility of 4.76% and a return of 15% in the period. Volatility is less than the the ones of the funds that comprise it.

Keywords: Financial engineering. Brazil stock exchange. Analysis of financial investment alternatives. Equit. Investment fund. Markowitz Model. Portfolio optimization.

REFERÊNCIAS

ASSAF, N. A. *Mercado financeiro*. São Paulo: Atlas, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIRO E DE CAPITAIS (ANBIMA). *Código ANBIMA de Regulação e Melhores Práticas de Fundos de Investimento*. 2016. Disponível em: https://www.anbima.com.br/pt_br/autorregular/codigos/fundos-de-investimento.htm. Acesso em: mar. 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE PLANEJADORES FINANCEIROS; COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS (CVM). *Planejamento financeiro pessoal*. Rio de Janeiro: CVM: Associação Brasileira de Planejadores Financeiros, 2019. Disponível em: http://gmw.investidor.gov.br/wp-content/uploads/2021/03/livro_TOP_planejamento_financeiro_pessoal.pdf. Acesso em: 1º mar. 2020.

BANCO CENTRAL DO BRASIL (BCB). *Acesso à informação. Glossário*. 2020a. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/acessoinformacao/glossario>. Acesso em: 3 mar. 2020.

BANCO CENTRAL DO BRASIL (BCB). *Política monetária. Comitê de Política Monetária (Copom)*. Histórico das taxas de juros. 2020b. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/historicotaxasjuros>. Acesso em: 3 mar. 2020.

BERNSTEIN, P. L.; DAMODARAN, A. *Administração de investimentos*. Porto Alegre: Bookman, 2000.

BLANK, L.; TARQUIN, A. *Engenharia econômica*. Porto Alegre: McGraw Hill Education: Bookman, 2008.

BOLSA DE VALORES B3. *Classificação setorial*. 2020a. Disponível em: http://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/acoes/consultas/classificacao-setorial/. Acesso em: 3 mar. 2020.

BOLSA DE VALORES B3. *Índices. Índices amplos. Índice Bovespa (Ibovespa B3). Estatísticas históricas*. 2020b. Disponível em: http://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-estatisticas-historicas.htm. Acesso em: 3 mar. 2020.

BOLSA DE VALORES B3. *Perfil dos investidores em renda variável. Divulgação mensal*. 2019. https://www.b3.com.br/pt_br/noticias/investidores.htm Acesso em: 10 dez. 2020.

CASAROTTO FILHO, N.; KOPITTKKE, B. H. *Análise de investimentos*. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2020.

CVM. *Fundos de investimento*. 3. ed. CVM. Rio de Janeiro: CVM, 2016. Disponível em: <https://www.investidor.gov.br/portaldoinvestidor/export/sites/portaldoinvestidor/publicacao/Cadernos/CVM-Caderno-03-3ed.pdf>. Acesso em: 1º mar. 2020.

CVM. *Fundos de investimento – dados diários*. 2020a. Disponível em: <http://www.cvm.gov.br/menu/regulados/fundos/consultas/fundos.html>. Acesso em: 1º mar. 2020.

CVM. *CVM atualiza regras de BDR*. Disponível em: <https://www.gov.br/cvm/pt-br/assuntos/noticias/cvm-atualiza-regras-de-bdr-27792b5cda4a4035a50cca8ca75c35f0>. Acesso em: 28 mar. 2020.

CVM. Instrução CVM 555, de 17/12/2014. Dispõe sobre a constituição, a administração, o funcionamento e a divulgação das informações dos fundos de investimento. Revoga as Instruções 409/04; 411/04; 413/04; 522/12; 524/12; 536/13 e 549/14; os arts. 1º a 11 e 14 da Instrução 450/07; os arts. 1º a 3º da Instrução 456/07; os arts. 1º e 2º da Instrução 465/08 e os arts. 1º a 2º da Instrução 512/11. *Diário Oficial da União (DOU)*, 23 dez. 2014. Disponível em: <http://www.cvm.gov.br/export/sites/cvm/legislacao/instrucoes/anexos/500/inst555consolid.pdf>. Acesso em: 1º mar. 2020.

COSTA, C. L. da. *Opções – operando a volatilidade*. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros: Cultura Editores Associados, 1998.

FABOZZI, F. J.; FOCARDI, S. M. *The mathematics of financial modeling & investment management*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). *Estatísticas. Econômicas. Preços e custos. Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo*. 2020. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?=&t=downloads>. Acesso em: 1º mar. 2020.

LASDON, L. S. *et al.* Design and testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear programming. *ACM Transactions on Mathematical Software*, v. 40, n. 1, p. 34-50, 1978.

LIAN, C.; MA, Y.; WANG, C. Low interest rates and risk taking: evidence from individual investment decisions. *The Review of Financial Studies*, v. 32, n. 6, p. 2107-2148, 2019. DOI 10.1145/355769.355773

MAYO, H. B. *Finanças básicas*. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

MARKOWITZ, H. *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. New Haven; London: Yale University Press, 1959.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952. Disponível em: https://www.math.hkust.edu.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf. Acesso em: 1º mar. 2020.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OECD); WORLD TRADE ORGANIZATION (WTO). Economic diversification: lessons from practice. In: OECD; WTO. *Aid for trade at a glance 2019: economic diversification and empowerment*. Paris: OECD Publishing, 2019. Disponível em: https://www.wto.org/english/res_e/booksp_e/aid4trade19_chap5_e.pdf. Acesso em: 1º mar. 2020.

PASCALICCHIO, A. C.; BERNAL, P. S. M. *Gestão de finanças e investimentos – guia prático*. São Paulo: Editora Érica, 2013.

SALTELLI, A. *et al. Global sensitivity analysis: the primer*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2008.

SAMANEZ, C. P. *Engenharia econômica*. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2010.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964. Disponível em: <http://efinance.org.cn/cn/fm/Capital%20Asset%20Prices%20A%20Theory%20of%20Market%20Equilibrium%20under%20Conditions%20of%20Risk.pdf>. Acesso em: 1º mar. 2020.

SIEGEL, J. J. *Stocks for the long run – the definitive guide to financial market returns and long-term investment strategies*. 5th ed. USA: McGraw-Hill, 2014.

UNITED NATIONS CONFERENCE ON TRADE AND DEVELOPMENT (UNCTAD). *World Investment Report 2018*. New York; Geneva: United Nations Publications, 2018. Disponível em: https://unctad.org/system/files/official-document/wir2018_en.pdf. Acesso em: 1º mar. 2020.

WANG, J.; ZHU, J. Portfolio theory of information retrieval. In: ANNUAL INTERNATIONAL ACM SIGIR CONFERENCE ON RESEARCH AND DEVELOPMENT IN INFORMATION RETRIEVAL, 32., 2009. *Proceedings [...]*, Boston, p. 19-23, Jul. 2009.

XP INVESTIMENTOS. *Quem somos 2020*. 2020a. Disponível em: <https://www.xpi.com.br/quem-somos/>. Acesso em: 1º mar. 2020.

XP INVESTIMENTOS. *Tabela de fundos de investimentos*. 2020b. Disponível em: <https://www.xpi.com.br/investimentos/fundos-de-investimento/lista-de-fundos-de-investimento.aspx>. Acesso em: 1º mar. 2020.

Contato

Oswaldo Ramos Tsan Hu
oshu@yahoo.com

Tramitação

Recebido em outubro de 2020.
Aprovado em abril de 2021.