

CARTEIRAS EFICIENTES E INGÊNUAS: UMA ANÁLISE COMPARATIVA COM O USO DO MODELO DE MARKOWITZ

Tácito Augusto Farias

Doutor em Economia pela Universidade de São Paulo (USP) e mestre em Economia pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Professor do Departamento de Economia da Universidade Federal de Sergipe (UFS).

E-mail: tacitoaugusto@ufs.br

Fábio Rodrigues de Moura

Doutorando em Economia Aplicada pela Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" da Universidade de São Paulo (Esalq/USP) e mestre em Economia pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

E-mail: fabiromash@yahoo.com.br

Resumo

O objetivo deste trabalho é analisar se a composição de um portfólio de ações via modelo de Markowitz é mais eficiente do que uma estratégia simples de diversificação ingênua, em um ano típico de investimento. Para tanto, são simulados dois cenários utilizando-se um conjunto de ações dentre as mais líquidas negociadas no mercado acionário brasileiro. No primeiro cenário, há apenas duas ações para composição de uma carteira; no segundo, estende-se a possibilidade de aplicação para cinco ações. Os resultados mostram que no primeiro cenário o procedimento de otimização de Markowitz foi capaz de gerar um portfólio mais eficiente do que a carteira ingênua, enquanto no segundo cenário a diversificação ingênua foi mais eficiente.

Palavras-chave: Modelo de Markowitz; Carteiras eficientes; Carteiras ingênuas.

1

INTRODUÇÃO

Foi somente com o artigo seminal proposto por Harry Markowitz, em 1952, denominado “Portfolio selection”, que as pesquisas em finanças ganharam um novo rumo. As ideias de Markowitz constituíram a base da chamada “moderna teoria das carteiras”, a qual revolucionou os métodos de composição e gerenciamento de portfólio de ativos financeiros, na busca da combinação mais eficiente e na solução do dilema risco-retorno.

A maior contribuição de Markowitz (1952, 1959) foi, sem dúvida, a distinção por ele realizada entre a variabilidade dos retornos de um ativo individual e sua contribuição para o risco da carteira. O autor observou que, quando se tenta minimizar o risco, não é suficiente simplesmente investir em muitos ativos. É necessário evitar investir em ativos que apresentem um alto grau de interdependência entre seus retornos – formalmente, ativos que apresentem uma alta correlação.

Além disso, Markowitz mostrou que é possível identificar um conjunto de carteiras que fornecem o maior retorno esperado possível para um dado nível

de risco ou o menor nível de risco possível para um dado nível de retorno esperado. O autor determinou que tais carteiras ocupam uma região geométrica de eficiência no espaço risco-retorno, chamada por ele de fronteira eficiente. Para qualquer investidor que se preocupe apenas com o *trade-off* entre risco e retorno, é economicamente eficiente limitar a escolha entre as carteiras que pertencem a essa fronteira.

Por conseguinte, o novo conceito de diversificação proposto por Markowitz estava relacionado ao fato de os preços dos ativos financeiros não se moverem de modo exatamente conjunto, ou seja, não serem perfeitamente correlacionados, como antes se imaginava. Desse modo, quando se combinam ativos com baixa correlação, uma variação em um preço individual pode ser compensada por variações complementares nos outros, reduzindo assim a variação total do portfólio. Isso significa que o risco de uma carteira não é uma simples média ponderada dos desvios padrão dos ativos individuais, dependendo também das relações entre os movimentos contíguos desses ativos.

Entretanto, restava a definição de um método capaz de proceder à confecção das almeçadas carteiras eficientes. Esse problema foi solucionado por Markowitz com a utilização de algoritmos de programação quadrática, conjuntamente com a identificação da estrutura de correlação dos ativos envolvidos. Mediante a utilização de mecanismos de otimização, o autor pôde demonstrar os passos para a determinação das ponderações ótimas – a fração exata do capital, necessária a ser destinada a cada título a fim de se construir um portfólio eficiente, capaz de maximizar o retorno para um dado nível de risco ou minimizar o risco para um dado retorno esperado.

O objetivo deste artigo, portanto, é descobrir qual das estratégias, se a ingênua ou a otimizada, apresentará o melhor desempenho durante um ano típico de investimento. Para tanto, são simulados dois cenários: no primeiro, há somente duas ações disponíveis para a confecção das carteiras; já no segundo, estende-se a possibilidade de aplicação para cinco ações. Com isso, objetiva-se, mais especificamente, comparar carteiras eficientes e ingênuas vinculadas a quantidades diferentes de ativos. Ressalta-se ainda que os títulos utilizados nas simulações foram selecionados dentre aqueles mais negociados no mercado acionário brasileiro.

No que toca à sua estrutura, a segunda seção deste artigo versa acerca da moderna teoria das carteiras de Markowitz. A terceira seção se destina à metodologia. A quarta seção se refere à apresentação e análise dos resultados obtidos. Por fim, temos as considerações finais, nas quais são avaliados os problemas resultantes dos cenários simulados e as possíveis soluções.

2

O MODELO DE MARKOWITZ: CONFECÇÃO DA CARTEIRA ÓTIMA

Nesta seção, são analisadas, sob a perspectiva do modelo de Markowitz, as vantagens advindas do processo de diversificação de uma carteira de investimento. Desse modo, apresentar-se-ão as técnicas matemáticas de otimização utilizadas para determinar a escolha do portfólio ótimo, ou seja, para encontrar as frações ótimas de cada ativo na carteira (SAMANEZ, 2007).

Suponha que um investidor, o qual detém a possibilidade de investir em N ativos de risco, deseje confeccionar um portfólio com o menor risco possível, para um dado retorno esperado. A minimização da variância, nesse caso, é a função objetivo do investidor, que está vinculada a uma determinada restrição, qual seja, um retorno específico almejado pelo investimento. Em outras palavras, o investidor especifica que, para um dado retorno que ele espera obter, sejam determinadas as ponderações ótimas que minimizem a variância:

$$\text{Minimizar: } \sigma_C^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \bar{R}_C = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i$$

Em que o investidor decide a que valor de retorno esperado estará se submetendo. Essa restrição assegura que se obtenham unicamente combinações possíveis, eliminando aquelas que não alcancem a rentabilidade esperada, desejada para a carteira, ou excedam os recursos disponíveis para investimento. A determinação dessas ponderações ótimas assegurará que a carteira escolhida seja eficiente, na medida em que, para um determinado retorno especificado, o risco será minimizado. Isso se caracteriza como um problema de otimização, em que é necessário determinar frações ótimas capazes de minimizar a variância da carteira, levando em conta uma restrição.

Para solucionar esse problema, é necessário construir uma função L , chamada de função lagrangiana, que, por meio do operador λ^1 , o operador la-

1 O valor do operador lagrangiano indica em quanto seria incrementado o risco da carteira para cada 1% de aumento em seu retorno esperado. Uma vez que a função objetivo é uma função não linear, seu coeficiente angular (derivada) varia continuamente. Logo, λ também varia (SAMANEZ, 2007).

grangiano, incorpora a restrição especificada à função objetivo do investidor, que será minimizada:

$$L = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j} + \lambda \left[\bar{R}_C - \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i \right] \quad (2)$$

A minimização consiste em derivar a função L em relação às proporções X_i e ao operador λ , igualando, em seguida, a zero. Estas são chamadas de condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial X_i} = 0 \text{ e } \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0, \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (3)$$

Isso determinará um conjunto de $N + 1$ equações para N incógnitas (as frações ou pesos dos ativos), sendo dessa forma passível de solução. Para exemplificar, vamos desenvolver a função objetivo para dois ativos:

$$L = X_1^2 \sigma_1^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{1,2} + X_2^2 \sigma_2^2 + \lambda \left[\bar{R}_C - X_1 \bar{R}_1 - X_2 \bar{R}_2 \right] \quad (4)$$

Derivando a função L com relação a X_1 , X_2 e λ , e igualando a zero em seguida, temos as seguintes condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 2X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \sigma_{1,2} - \lambda \bar{R}_1 = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 2X_2 \sigma_2^2 + 2X_1 \sigma_{2,1} - \lambda \bar{R}_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \bar{R}_C - X_1 \bar{R}_1 - X_2 \bar{R}_2 = 0$$

Cria-se então um sistema de equações, em que X_1 X_2 resultarão nos pesos ótimos para a minimização do risco. A fim de solucionar o sistema, é necessário substituir, nas equações, os valores da variância de cada ativo, σ_1^2 e σ_2^2 , os retornos esperados individuais, \bar{R}_1 e \bar{R}_2 , a covariância entre o par de títulos, $\sigma_{1,2}$, e, o mais importante, o retorno esperado que o investidor deseja obter: \bar{R}_C .

Deve-se observar que todos os parâmetros são baseados nas expectativas do investidor: os retornos esperados, os riscos individuais e as covariâncias são calculados a partir de observações passadas, enquanto R_C é subjetivamente decidido pelo investidor. Isso implica que os pesos ótimos somente minimizarão a variância para aquela taxa escolhida de retorno se o modelo for capaz de prever, com propriedade, os verdadeiros valores.

O entendimento dessa questão é de grande importância. Suponha, por exemplo, que o investidor deseje confeccionar um portfólio com várias ações. Ele observa o comportamento desses títulos por 12 meses e utiliza os valores obtidos dos retornos para determinar o retorno esperado da carteira para o décimo terceiro mês, bem como para determinar o risco do portfólio, por meio da construção da matriz de variâncias-covariâncias. Como o investidor deseja um portfólio eficiente, ele se utiliza dos mecanismos de otimização demonstrados aqui para determinar quais ponderações deveriam ser aplicadas em cada título a fim de minimizar a variância para um retorno esperado escolhido. Entretanto, o investidor não conhece o comportamento que as ações de fato apresentarão no décimo terceiro mês: tudo está baseado em suas expectativas (BONE, 2000, BRUNI, 1998).

A eficiência do portfólio dependerá, portanto, da capacidade dos dados passados em prever os valores futuros. Caso os verdadeiros retornos do décimo terceiro mês estejam bem aquém do esperado, é possível que a variância da carteira não seja efetivamente minimizada para aquele retorno escolhido ou então que tal retorno desejado não venha a se realizar. Isso pode ocorrer porque o modelo de Markowitz é voltado para trás (*backward-looking*), ou seja, admite-se que as distribuições das taxas de retorno esperadas para o futuro são semelhantes àsquelas observadas no passado (ELTON; GRUBER, 1977).

3

METODOLOGIA

Considerar-se-á, na análise, um investidor hipotético, avesso ao risco, cujo limite máximo de volatilidade em que está disposto a incorrer é aquele gerado por uma carteira ingênua. Nesse sentido, um portfólio somente será mais eficiente perante um ingenuamente diversificado se oferecer, para o mesmo nível de risco deste, um maior retorno. Ou seja, a função objetivo do investidor é maximizar o retorno, sujeito à restrição de que a variância seja a mesma do portfólio ingênuo.

São construídos dois cenários de investimento: no primeiro, as carteiras somente poderão ser integradas por dois ativos, enquanto, no segundo, é possível construir as carteiras com até cinco ações. Objetiva-se com isso determinar se o processo de otimização independe da quantidade de ativos aplicados.

Para as simulações das carteiras, foram selecionadas cinco ações, dentre as mais líquidas negociadas no mercado acionário brasileiro: ações das empresas Vale (VALE5), Petrobras (PETR4), Bradesco (BBDC4), Gerdau (GGBR4) e Companhia Siderúrgica Nacional (CSNA3). As duas primeiras farão parte do primeiro cenário, enquanto as três últimas se juntarão às duas primeiras no segundo cenário.

O horizonte de análise escolhido para este estudo foram os anos de 2006 e 2007, e as estratégias serão iniciadas a partir de janeiro de 2007, findando no mês de dezembro do mesmo ano. O ano de 2006, na realidade, será utilizado para formular as expectativas do investidor quanto ao desempenho das carteiras em 2007.

São utilizados os preços de fechamento diários de cada uma das ações selecionadas, a fim de encontrar a rentabilidade mensal obtida individualmente por cada ativo. Os preços diários de fechamento foram obtidos no portal InfoMoney, e os retornos mensais calculados se encontram no Apêndice A.

O processo de otimização é realizado no início de cada mês, utilizando como base para o cálculo dos valores esperados do retorno e da matriz de variâncias-covariâncias uma janela temporal móvel de quatro meses anteriores. Ou seja, para o cálculo dos valores esperados de janeiro de 2007, utilizar-se-ão os meses anteriores de setembro a dezembro de 2006. A cada mês subsequente de 2007, retira-se a última observação e adiciona-se a mais recente, de modo que os valores esperados para dezembro de 2007, por exemplo, serão baseados nos meses de agosto a novembro. A decisão de uma janela temporal de quatro meses justifica-se por dar maior peso às observações mais recentes.

Para a resolução de todos os cálculos dos dois cenários, é utilizado o *software* Microsoft Excel 2007. Primeiramente são calculados, para as ações selecionadas, os retornos médios, as variâncias, os desvios padrão e a covariância entre os pares de ativos, por meio, respectivamente, das funções MÉDIA, VARP, DESVPAD e COVAR do Excel. Em seguida, serão extraídos os coeficientes de correlação por meio da função CORREL, a fim de construir a matriz de correlação entre os ativos. O risco das carteiras, por sua vez, será calculado por meio da função SOMAPRODUTO, que se utiliza da matriz de variâncias-covariâncias calculada para cada carteira, também a partir das funções DESVPAD e COVAR.

Após a extração de todos esses elementos, será feita a determinação dos pesos ótimos, a serem aplicados no início de cada mês a fim de construir um portfólio eficiente, como propõe o modelo de Markowitz. Para tanto, será utilizada a ferramenta SOLVER do Excel que permite cálculos de otimização. O SOLVER encontra-se dentro do menu ferramentas do Excel, na aba suplementos.

Com os pesos ótimos calculados, confrontar-se-ão os valores esperados com os efetivamente realizados, a fim de testar a precisão do modelo. Como o ano de investimento será 2007, já se dispõe previamente do comportamento apresentado em cada ação. Assim, pode-se testar o que efetivamente ocorreria caso um investidor aplicasse os pesos otimizados durante esse ano, sempre em comparação à estratégia ingênua.

Como forma alternativa de analisar o risco obtido em cada carteira, serão construídas as funções distribuições de probabilidade. Isso será feito a partir do cálculo do histograma dos retornos, com o auxílio do Excel.

Por fim, comparar-se-á a evolução do valor de mercado das carteiras, supondo uma aplicação de R\$ 10 mil no início de 2007.

4 ANÁLISE DE RESULTADOS

■ 4.1 1º Cenário: cesta com dois ativos

O primeiro cenário da nossa análise é formulado com a hipótese de que um investidor tem a possibilidade de aplicar o seu capital em apenas dois ativos: ações da Petrobras (PETR4) e ações da Vale (VALE5), ambas do tipo preferencial nominativa. Trata-se das ações mais líquidas negociadas no mercado acionário brasileiro, representando cerca de 14% e 10% do total do índice Bovespa ao final de 2006, respectivamente, fato que ensejou a escolha inicial desses títulos. Além disso, tais ações costumam oferecer um alto retorno esperado, o que também influencia sua escolha perante um investidor que almeja alta rentabilidade ao custo de um maior nível de risco.

Como propõe a moderna teoria das carteiras, a primeira medida a ser tomada é calcular os parâmetros fundamentais que determinam a avaliação das

ações: a variância e o valor médio da taxa de retorno. A Tabela 1 apresenta os resultados quanto ao retorno e o risco em 2006.

Tabela 1

Retorno médio e risco de PETR4, VALE5 e ativos de renda fixa em 2006

	Retorno médio	Risco
PETR4	3,29%	9,36%
VALE5	2,67%	7,91%
Poupança	0,67%	Livre de risco
CDB ²	0,79%	Livre de risco

Fonte: Elaborada pelos autores.

A promessa de retorno mensal de ambos os títulos baseada nos retornos históricos de 2006 é satisfatória, sendo claramente superior aos comumente conhecidos ativos de renda fixa, como a poupança e o CDB, cujas rentabilidades foram expostas a título de comparação. Entretanto, como contrapartida, o risco associado a cada ação é também elevado: desvios padrão de 9,36% para as ações da Petrobras e 7,91% para as ações da Vale podem ser considerados altos demais para serem isoladamente incorridos por um investidor que não seja totalmente indiferente ao risco.

Ademais, antes de iniciar a estratégia de investimento, cabe ao investidor mensurar o grau de interdependência entre as ações, por meio da correlação. Com isso, é possível gerar uma expectativa quanto ao fato de a aplicação conjunta nas ações ser capaz ou não de reduzir sobremaneira o risco. A Tabela 2 apresenta o coeficiente de correlação entre ambas, em 2006.

2 A referência utilizada foi a taxa média do CDB prefixado do Banco do Brasil, com aplicações realizadas no último dia útil de cada mês. Entretanto, as remunerações do CDB podem variar de acordo com valor aplicado, prazo da aplicação e, claro, banco escolhido.

Tabela 2

Coeficiente de correlação entre PETR4 e VALE5, em 2006

	PETR4	VALE5
PETR4	1	0,76
VALE5	0,76	1

Fonte: Elaborada pelos autores.

Percebe-se, portanto, que os ativos são fortemente correlacionados de forma positiva, pois apresentam um coeficiente de correlação próximo de 1, o que nos leva a concluir que, se tal dependência linear se mantiver em 2007, ano em que decorrerá o investimento, não será possível reduzir o risco para um nível muito abaixo do que seria obtido pela soma ponderada dos desvio padrão dos dois ativos individuais.

Com isso em mente, podem-se confeccionar os portfólios, que serão postos em prática a partir de janeiro de 2007: uma carteira diversificada de forma ingênua, com 50% do capital aplicado em cada ação durante todo o ano, e uma processada de forma eficiente, cujo montante a ser aplicado em cada ação será fornecido mês a mês pelo modelo, com o intuito de otimizar a relação risco-retorno perante a carteira ingênua.

Ressalta-se ainda que o retorno e o risco esperados para cada mês de 2007 foram calculados com base em uma janela móvel de quatro meses anteriores. Desse modo, a expectativa para o retorno e o risco das carteiras em janeiro de 2007 será determinada com base nos meses passados de setembro a outubro de 2006, e assim sucessivamente, movendo um mês adiante e retirando o último para o cálculo dos valores esperados, após serem obtidos os valores efetivos de cada mês, até dezembro de 2007.

Dessa forma, temos que os resultados esperados (*ex ante*) para o ano de 2007, apresentados na Tabela 3.

Tabela 3

Resultados esperados (*ex ante*) – 1º cenário

Período	Retorno esperado		Risco esperado	
	Carteira otimizada	Carteira ingênua	Carteira otimizada	Carteira ingênua
jan./07	7,18%	6,48%	5,12%	5,12%
fev./07	9,10%	7,76%	2,99%	2,99%

(continua)

Tabela 3

Resultados esperados (ex ante) – 1º cenário (conclusão)

Período	Retorno esperado		Risco esperado	
	Carteira otimizada	Carteira ingênua	Carteira otimizada	Carteira ingênua
mar./07	7,81%	4,48%	4,52%	4,52%
abr./07	5,20%	3,48%	3,70%	3,70%
maio/07	4,34%	2,64%	2,92%	2,92%
jun./07	4,17%	2,67%	2,92%	2,92%
jul./07	4,64%	4,60%	0,99%	0,99%
ago./07	4,74%	4,68%	1,06%	1,06%
set./07	3,97%	3,90%	1,82%	1,82%
out./07	9,18%	8,38%	7,48%	1,82%
nov./07	10,67%	10,51%	7,58%	7,58%
dez./07	8,73%	8,50%	9,44%	9,44%

Fonte: Elaborada pelos autores.

Seguindo a função objetivo estipulada, o propósito é obter um retorno superior ao da carteira ingênua, para um mesmo nível de risco. Como demonstra a Tabela 3, quando se executa o processo de otimização no início de cada mês, o retorno esperado do portfólio otimizado torna-se mais elevado do que o do portfólio diversificado de forma simples, para um mesmo desvio padrão. Isso resulta da dinamicidade do modelo quanto aos pesos que devem ser utilizados: enquanto na carteira ingênua o capital foi rateado igualmente entre as duas ações durante todo o período, na carteira otimizada as participações sugeridas para investimento nos dois ativos se modificam substancialmente com o passar do tempo, como mostra a Tabela 4.

Tabela 4

Pesos das carteiras – 1º cenário

Período	Carteira otimizada		Carteira ingênua	
	PETR4	VALE5	PETR4	VALE5
jan./07	32,19%	67,81%	50,00%	50,00%
fev./07	28,30%	71,70%	50,00%	50,00%

(continua)

Tabela 4

Pesos das carteiras – 1º cenário (*conclusão*)

Período	Carteira otimizada		Carteira ingênua	
	PETR4	VALE5	PETR4	VALE5
mar./07	1,27%	98,73%	50,00%	50,00%
abr./07	19,20%	80,80%	50,00%	50,00%
maio/07	30,92%	69,08%	50,00%	50,00%
jun./07	23,21%	76,79%	50,00%	50,00%
jul./07	43,49%	56,51%	50,00%	50,00%
ago./07	46,75%	53,25%	50,00%	50,00%
set./07	42,72%	57,28%	50,00%	50,00%
out./07	93,58%	6,42%	50,00%	50,00%
nov./07	57,24%	42,76%	50,00%	50,00%
dez./07	72,77%	27,23%	50,00%	50,00%

Fonte: Elaborada pelos autores.

Isso significa que, antes do início de cada mês, e a fim de tornar seu portfólio mais eficiente perante a carteira ingenuamente diversificada, o investidor deve modificar as suas posições, seguindo a composição estipulada aqui. Se assim o fizer, e considerando que os valores efetivos para o retorno sejam próximos aos valores esperados, têm-se os resultados como na Tabela 3.

Observando mais atentamente as combinações ótimas, vemos que, em alguns meses, o modelo propõe que quase a totalidade do capital seja destinada a apenas um ativo. Em março isso é mais evidente, pois se sugere que praticamente todo o investimento seja direcionado para as ações da Vale. Quanto a esse fato, o investidor deve estar ciente de que, naquele mês, estará mais vulnerável ao risco dessa ação em específico, já que não diluirá a variância da carteira da mesma forma que ocorreria se investisse igualmente entre as duas ações.

De todo modo, sabemos que os valores esperados são apenas expectativas. Note que o retorno esperado das duas carteiras durante todo o ano de 2007 foi positivo, o que de certa forma foge à realidade volátil do mercado. O objetivo fundamental, portanto, é comprovar se, após obter os verdadeiros valores do retorno dos ativos ao final de cada mês, as ponderações ótimas calculadas pelo modelo são capazes de produzir resultados melhores do que uma composição ingênua. A Tabela 5 apresenta os valores efetivamente obtidos para 2007.

Tabela 5

Resultados obtidos (ex post) – 1º cenário

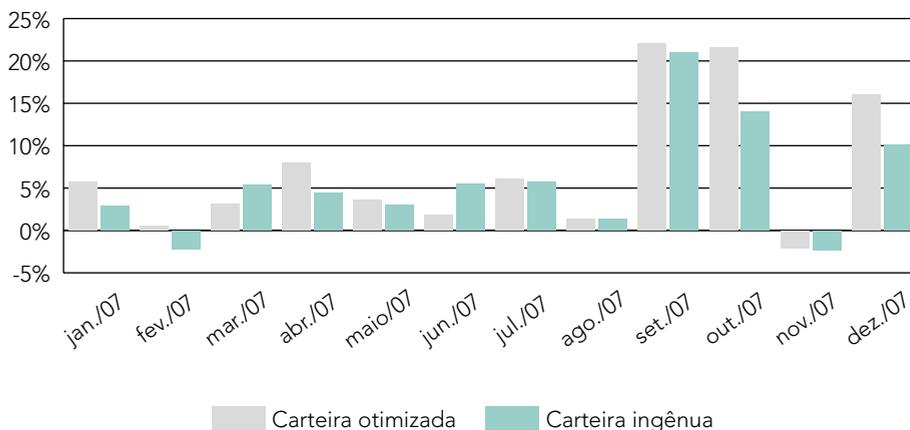
Período	Retorno efetivo		Risco efetivo	
	Carteira otimizada	Carteira ingênua	Carteira otimizada	Carteira ingênua
jan./07	5,79%	2,95%	2,57%	2,99%
fev./07	0,55%	-2,19%	3,32%	4,52%
mar./07	3,18%	5,36%	2,96%	3,70%
abr./07	7,99%	4,46%	2,67%	2,92%
maio/07	3,57%	3,04%	2,32%	2,92%
jun./07	1,88%	5,55%	2,04%	0,99%
jul./07	6,15%	5,68%	1,06%	1,06%
ago./07	1,40%	1,32%	1,76%	1,82%
set./07	22,08%	20,98%	1,82%	1,82%
out./07	21,55%	14,06%	8,69%	7,58%
nov./07	-2,04%	-2,36%	9,23%	9,44%
dez./07	15,99%	10,14%	8,05%	8,48%

Fonte: Elaborada pelos autores.

A percepção inicial, quando se comparam as tabelas 3 e 5, é de que, tanto para o portfólio otimizado quanto para o ingênuo, há uma grande discrepância entre os valores esperados e os obtidos. Aparentemente, a média móvel de quatro meses não foi suficiente para prever satisfatoriamente os resultados futuros para a taxa de retorno. Entretanto, analisemos mais a fundo esses resultados. Observe que, exceto nos meses de março e junho, a carteira otimizada obteve um retorno superior ao da carteira ingênua durante todo o ano. Nos meses de alta, como setembro, outubro e novembro, a carteira otimizada apresentou um desempenho melhor, assim como nos meses de baixa, tais quais fevereiro e novembro, quando apenas nesse último apresentou um rendimento negativo, porém superior ao da carteira ingênua. O Gráfico 1 permite uma visualização melhor do desempenho das duas carteiras.

Gráfico 1

Evolução das taxas de retorno das carteiras – 1º Cenário



Fonte: Elaborado pelos autores.

A princípio, apesar de os retornos esperados divergirem bem dos retornos efetivos, o valor esperado calculado a partir da matriz de variâncias-covariâncias, com base na janela móvel de quatro meses, parece ter se ajustado satisfatoriamente para a determinação da carteira eficiente, fato que pode ser percebido desde o início do ano de investimento. Atente para o fato de que o modelo estipula um desvio gradativo dos recursos em direção às ações da Vale até o mês de março, como se observa na Tabela 4. Isso ocorreu porque as ações da Petrobras apresentaram uma volatilidade crescente desde setembro de 2006, o que pôde ser captado pela matriz de variâncias-covariâncias esperada para janeiro de 2007, assim como para fevereiro e março, à medida que a janela móvel se alterava.

O resultado foi claro: em fevereiro de 2007, as ações da Petrobras caíram -8,51%, o que não afetou negativamente a carteira otimizada, visto que, no início desse mês, 71,70% dos recursos foram aplicados na Vale, que acabou obtendo um retorno positivo de 4,12%. Enquanto isso, a carteira ingênua depositava suas esperanças igualmente nas duas ações, o que resultou em um rendimento negativo nesse mês.

Como já evidenciado, a carteira otimizada não superou o portfólio ingênuo em todos os meses. Em março, o modelo estava influenciado pela matriz

de variâncias-covariâncias baseada nos meses de novembro e dezembro de 2006, além de janeiro e fevereiro de 2007, período que acusava um alto risco para as ações da Petrobras. Entretanto, em março, verificou-se que as ações PETR4 obtiveram um retorno positivo de 7,59%, enquanto as ações VALE5 produziram um retorno inferior, de 3,11%. Dessa vez, a carteira ingênua aproveitou melhor a situação, porquanto os recursos da carteira otimizada estavam majoritariamente investidos nas ações da Vale.

A tendência na distribuição dos pesos da carteira ótima começa a se inverter a partir de junho, mês em que as ações da Petrobras apresentaram o expressivo retorno 12,38%, enquanto as ações da Vale resultaram em queda de -1,29%. Novamente, a carteira ingênua supera o retorno da ótima, pois absorve o crescimento de PETR4 muito mais do que esta, na qual os recursos aplicados na Petrobras foram de apenas 23,21%.

Dado esse resultado de queda da Vale, é plausível que a matriz de variância-covariância tenha passado a absorver mais eficientemente a variância dos retornos efetivos passados, pois o modelo passa a acusar uma redistribuição mais equitativa entre as duas ações para a construção da carteira ótima mensal. O maior retorno gerado pelos dois portfólios ocorre em setembro, quando as ações da Vale obtêm expressivos 28,56% de retorno efetivo. Como, nesse mês, o investimento da carteira ótima ainda pendia mais favoravelmente para VALE5, foi possível obter uma ligeira vantagem em face da carteira ingênua.

De toda sorte, assim como a queda brusca em junho, a rápida elevação do retorno das ações da Vale em setembro confere uma maior variância para esse ativo. Satisfatoriamente, a matriz de variâncias-covariâncias pôde captar esse aumento do risco, redirecionamento em grande medida o capital para aplicação em PETR4, no início de outubro. Ao final desse mês, foi possível comprovar a veracidade do ajustamento proferido pelo modelo, pois as ações da Vale obtiveram apenas 5,46% de rentabilidade ante as ações da Petrobras, que geravam um dos seus maiores retornos em todo o ano, de 22,65%. Disso resultou a enorme amplitude entre os retornos efetivos das duas carteiras no mês de outubro, com uma vantagem de 7,49% para a carteira otimizada.

Não é para menos que esse retorno extraordinário da Petrobras influenciou o modelo quanto ao possível risco, que poderia ser incorrido ao se aplicar nessa ação o mesmo volume de capital como em outubro. Dessa forma, sugeriu-se uma composição mais balanceada para novembro, com certa tendência para PETR4. Nesse mês, ambas as ações declinaram, com retornos

negativos de -4,56% para a Vale e -0,16% para a Petrobras. Apesar do inevitável rendimento negativo para as duas carteiras, a carteira ótima acabou por decair menos em decorrência de suas ponderações durante o mês, com peso maior para PETR4.

Graças ao tamanho retorno negativo da Vale em novembro, o modelo propõe uma transposição maior do montante investido em direção às ações da Petrobras, na ordem de 72,77% do capital total. O desempenho das duas ações no último mês do ano revela mais uma vez a eficiência da carteira ótima: em dezembro, a Petrobras obtém o maior rendimento em 2007, de 22,97%, ao passo que as ações Vale se retraem novamente, com um retorno de -2,70%. Não se descarta o excelente retorno da carteira ingênua, de 10,14%, mas foi alguém em 5,85%, se comparado ao portfólio ótimo.

Após observar a trajetória das duas carteiras ao longo do ano, resta proceder à etapa final da nossa análise: se, para um mesmo nível de risco durante o período, o portfólio ótimo pôde obter um retorno superior ao do ingênuo. Os resultados estão disponíveis na Tabela 6.

Tabela 6

Resultados finais – 1º cenário

	Carteira ótima	Carteira ingênua	PETR4	VALE5
Retorno médio efetivo	7,34%	5,75%	5,66%	5,84%
Risco efetivo	6,79%	6,36%	9,81%	8,31%

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os resultados finais do primeiro cenário em 2007 foram muito satisfatórios. Apesar de o modelo não ter conseguido equalizar o risco da carteira ótima ao da ingênua, os dois foram muito próximos, sendo o da ingênua apenas 0,43% inferior. Em compensação, o retorno médio obtido pelo portfólio ótimo em comparação ao do ingênuo foi mais que proporcionalmente superior à elevação do risco.

Observe também os resultados individuais de cada ação, caso o investidor optasse por investir em apenas uma ou em outra ao longo do ano. Os

retornos efetivos individuais das ações da Vale e da Petrobras foram ambos inferiores ao da carteira ótima, e o retorno de VALE5 conseguiu até mesmo ser superior ao da carteira ingênua. Entretanto, o risco das duas ações em 2007 foi bem mais elevado do que o das carteiras.

Como mencionado anteriormente, segundo a teoria de Markowitz é possível, por meio da combinação eficiente de ativos em uma carteira, obter risco menor que o do ativo individual de mais baixo risco, com um retorno maior que o desse ativo. Isso foi confirmado na carteira ótima: seu desvio padrão é inferior ao de VALE5, e seu retorno é mais elevado do que o desta.

Não obstante, o mais importante na determinação do risco de uma carteira é o grau de interdependência entre o retorno dos títulos, e não simplesmente a contribuição dos desvios padrão de cada título individualmente. Ou seja, a fim analisar coerentemente o risco dos portfólios do primeiro cenário, é necessário identificar a correlação havida entre as ações da Vale e da Petrobras no período, cujo resultado é apresentado na Tabela 7.

Tabela 7

Coefficiente de correlação entre PETR4 e VALE5 – 1º cenário

	PETR4	VALE5
PETR4	1	-0,020
VALE5	-0,020	1

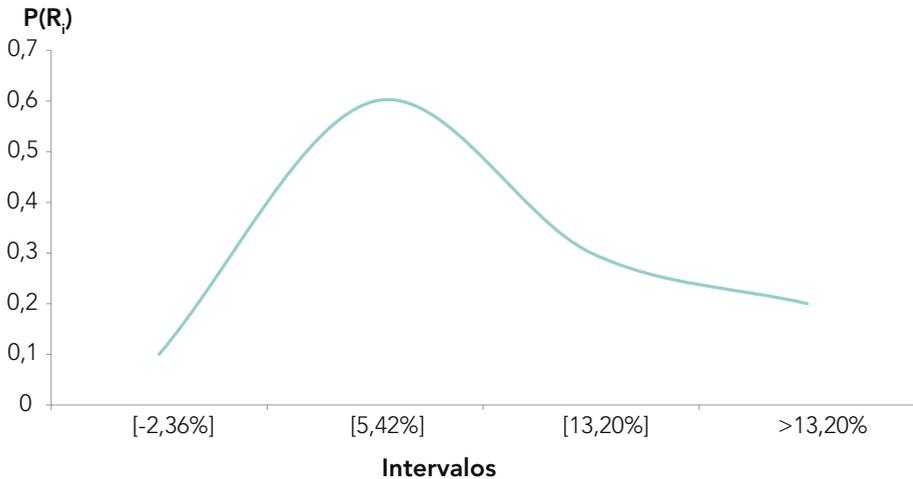
Fonte: Elaborada pelos autores.

Ao contrário do ano de 2006, em que o coeficiente de correlação foi positivamente elevado, no ano de 2007 a correlação entre as ações foi bem inferior, chegando a ser levemente negativa. Isso explica em grande parte a redução do risco dos portfólios formados pelos ativos, comparativamente à participação individual dos desvios padrão dos dois papéis.

O risco das carteiras também pode ser visualizado mediante suas distribuições de probabilidade, que podem ser construídas por meio dos histogramas dos retornos. O Gráfico 2 mostra a distribuição da carteira ingênua.

Gráfico 2

Distribuição de probabilidade da carteira ingênua – 1º cenário



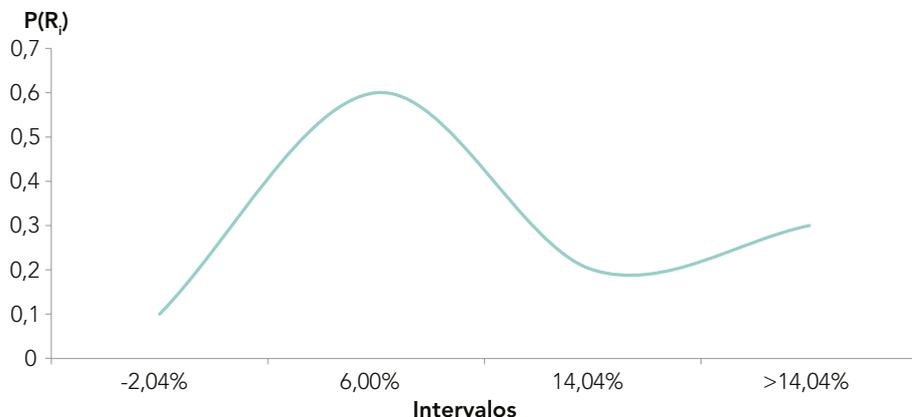
Fonte: Elaborado pelos autores.

No Gráfico 2, os retornos obtidos pela carteira ingênua estão uniformemente distribuídos em três intervalos, entre os valores mínimo e máximo dos dados. A cauda à direita dessa função de probabilidade é mais aberta, o que indica que os grandes retornos, situados no terceiro intervalo (acima de 13,2%), apresentam uma menor probabilidade de ocorrência dos que os baixos retornos, situados no primeiro intervalo. Percebe-se também que o retorno médio da carteira ingênua, de 5,75%, não se encontra no intervalo $[-2,36\%, 5,42\%]$, o de maior probabilidade, com 58,33% de chance de ocorrência. Na realidade, o retorno médio encontra-se no segundo intervalo, qual seja, $[5,42\%, 13,2\%]$, que tem 25% de probabilidade de se realizar. Essa informação ratifica a assimetria à direita dessa distribuição, o que demonstra sua volatilidade.

O Gráfico 3 apresenta a distribuição de probabilidade da carteira otimizada.

Gráfico 3

Distribuição de probabilidade da carteira otimizada – 1º cenário



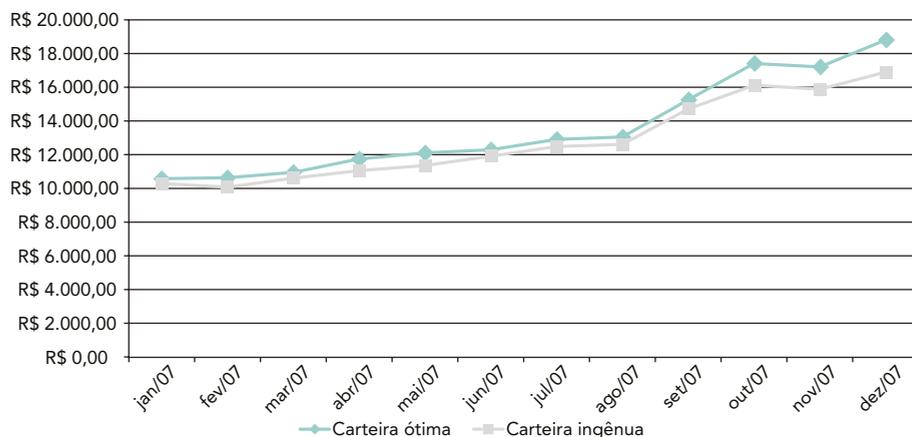
Fonte: Elaborado pelos autores.

A cauda à direita da distribuição de probabilidade da carteira otimizada é mais nervosa do que a da ingênua, indicando uma maior volatilidade daquela em comparação a esta, na região de retornos elevados. O terceiro intervalo de retornos, acima de 14,04%, tem uma probabilidade de 25% de ocorrência, enquanto o segundo intervalo, de 6% a 14,04%, tem apenas 16,7% de probabilidade. Além disso, assim como na carteira ingênua, o retorno médio da carteira otimizada, de 7,34%, não se encontra no intervalo de maior probabilidade, de -2,04% a 6%, o que também indica assimetria à direita. Entretanto, o retorno médio da carteira otimizada se encontra mais distante do limite superior desse intervalo do que o retorno médio da ingênua, mais uma prova da maior volatilidade do primeiro portfólio.

Por fim, podemos comparar a evolução mensal do valor de mercado das duas carteiras ao longo de 2007. Supondo uma aplicação de R\$ 10 mil no início do ano, temos a trajetória apresentada no Gráfico 4.

Gráfico 4

Valor de mercado das carteiras – 1º cenário



Fonte: Elaborado pelos autores.

Os valores de mercado das duas carteiras evoluíram de certo modo próximos até setembro, com uma relativa vantagem da carteira ótima nesse período. Do mês de setembro até o fim de 2007, entretanto, a amplitude aumentou consideravelmente, garantindo a superioridade da carteira ótima. Ao final, o portfólio otimizado apresentou um valor de mercado de R\$ 18.809,00, contra R\$ 16.899,00 da carteira ingênuas.

Em suma, quanto ao primeiro cenário, pode-se concluir que, caso um investidor seguisse a receita de otimização proposta pelo modelo durante o ano, obteria uma carteira mais eficiente do que simplesmente aplicar o seu capital em parcelas iguais entre as ações da Vale e da Petrobras, pois, para um nível risco final muito próximo ao do portfólio ingênuas, a rentabilidade gerada pelo portfólio ótimo seria bem superior.

■ 4.2 2º Cenário: cesta com cinco ativos

Em nosso segundo cenário, à cesta anterior é adicionada a possibilidade de aplicar em mais três ativos bastante líquidos: ações da Gerdau (GGBR4), do Bradesco (BBDC4) e da Companhia Siderúrgica Nacional (CSNA3), sendo as

duas primeiras do tipo preferencial nominativa e a última ordinária nominativa. Juntas, as três ações representavam quase 10% do Índice Bovespa ao final de 2006. Somando às ações da Vale e da Petrobras, a participação total era na ordem de 34%.

A escolha dos títulos a integrar uma carteira deve ser seguida da extração de suas rentabilidades históricas, bem como do grau de dispersão das taxas de retorno em torno da tendência central. A Tabela 8 apresenta o risco e o retorno médio das cinco ações em 2006.

Tabela 8

Retorno médio e risco de PETR4, VALE5, BBDC4, GGBR4 e CSNA3 em 2006

	Retorno médio	Risco
PETR4	3,29%	9,36%
VALE5	2,67%	7,91%
BBDC4	2,73%	10,18%
GGBR4	3,11%	8,62%
CSNA3	3,50%	9,15%

Fonte: Elaborada pelos autores.

Dentre as novas ações selecionadas, constata-se, comparativamente, a ineficiência na relação risco-retorno das ações do Bradesco. O risco desse ativo em 2006 foi superior ao de todas as outras ações, porém não se observa a compensação em termos de sua taxa de retorno média mensal, que é superior apenas a das ações da Vale. Quanto às demais ações, suas medidas de rendimento são razoavelmente próximas, muito embora o custo de oportunidade em termos de desvio padrão ainda seja muito elevado, mesmo para aqueles investidores mais arrojados. De certo modo, isso acabar por estimular o processo de combinação entre os ativos em um portfólio mais amplo, visando à redução do risco, mesmo se tal carteira for ingenuamente diversificada.

A variância de uma carteira que seja composta pelas ações dessa cesta dependerá principalmente da correlação entre seus retornos. Identificar o coefi-

ciente de correlação passado, portanto, é de fundamental importância na percepção futura do risco. A Tabela 9 mostra os resultados de 2006.

Tabela 9

Coefficiente de correlação entre PETR4, VALE5, BBDC4, GGBR4 e CSNA3 em 2006

	PETR4	VALE5	BBDC4	GGBR4	CSNA3
PETR4	1	0,76	0,88	0,89	0,76
VALE5	0,76	1	0,67	0,70	0,63
BBDC4	0,88	0,67	1	0,83	0,70
GGBR4	0,89	0,70	0,83	1	0,82
CSNA3	0,76	0,63	0,70	0,82	1

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os coeficientes de correlação existentes entre as ações no ano anterior ao investimento são todos positivamente muito elevados, sendo nenhum inferior a 0,6. Alguns níveis de dependência linear, como entre as ações da Petrobras e da Gerdau, chegam a ser próximos a 0,9. Isso significa que, nesse ano, os dois títulos se comportaram de forma muito próxima a um movimento proporcional, tanto em meses de alta como em baixa, fato não muito favorável a um investidor que deseje investir conjuntamente em ambos. Sabe-se, pela moderna teoria das carteiras, que, à medida que incrementamos a quantidade de ativos em um portfólio, o risco se reduz, convergindo assintoticamente em direção à covariância média. Ou seja, apesar de a variância de uma carteira inevitavelmente se reduzir ao se investir em uma quantidade maior de ações, essa ainda poderá ser desfavorável para o investidor se as correlações entre os ativos forem muito altas. Espera-se, portanto, que, em 2007, as covariâncias se reduzam a níveis mais satisfatórios, a fim de tornar as carteiras mais eficientes.

Assim, temos que, para o segundo cenário, as carteiras são compostas mediante a seguinte estratégia: 20% do capital investido em cada ação, sem alteração durante o ano, para a confecção da carteira ingênuo, e utilização do procedimento de otimização para a construção da carteira eficiente, com intuito de obter o mesmo risco do portfólio ingênuo, porém com retorno superior.

Uma importante observação deve ser feita quanto à carteira ótima desse cenário. O fato de o investidor ter a possibilidade de aplicar nas cinco ações não implica, necessariamente, que ele deva investir mensalmente em todos os ativos para confeccionar uma carteira mais eficiente. Não há nenhuma restrição ao modelo no qual o investidor deva despendar uma quantia mínima em cada ação. Dessa forma, é possível que a distribuição mensal dos pesos ótimos não abarque um ou outro ativo da cesta. Essa situação não ocorreu no cenário anterior, não obstante a presença de mais ativos aumente a probabilidade de ocorrência.

A Tabela 10 mostra os resultados esperados de risco e retorno para as duas carteiras em 2007.

Tabela 10

Resultados esperados (ex ante) – 2º cenário

Período	Retorno esperado		Risco esperado	
	Carteira otimizada	Carteira ingênua	Carteira otimizada	Carteira ingênua
jan./07	7,51%	4,62%	3,75%	3,75%
fev./07	7,35%	5,74%	2,06%	2,06%
mar./07	7,90%	3,38%	2,74%	2,74%
abr./07	7,47%	3,87%	3,37%	3,37%
maio/07	8,00%	3,80%	3,35%	3,35%
jun./07	8,62%	4,96%	3,67%	3,67%
jul./07	8,61%	6,29%	1,84%	1,84%
ago./07	6,06%	5,22%	1,43%	1,43%
set./07	5,14%	4,43%	2,24%	2,24%
out./07	6,77%	5,86%	4,52%	4,52%
nov./07	8,98%	7,69%	5,03%	5,03%
dez./07	7,12%	5,88%	6,91%	6,91%

Fonte: Elaborada pelos autores.

Quando se realiza o processo de maximização, é possível obter um portfólio em que a esperança de rentabilidade em cada mês seja superior ao de uma carteira ingenuamente diversificada, utilizando como restrição que a variância

de ambos seja a mesma, como mostra a Tabela 10. Tem-se, portanto, um portfólio eficiente que atende ao princípio da dominância, cujos retornos esperados são obtidos a partir da aplicação dos pesos ótimos, calculados com base na matriz de variâncias-covariâncias esperada para cada mês. A Tabela 11 apresenta esses pesos, para o segundo cenário.

Tabela 11

Pesos das carteiras – 2º cenário

Período	Carteira otimizada					Carteira ingênuas
	PETR4	VALE5	GGBR4	BBDC4	CSNA3	Ações da cesta
jan./07	0,00%	64,09%	0,00%	35,91%	0,00%	20,00% em cada
fev./07	0,00%	44,21%	0,00%	47,40%	8,39%	20,00% em cada
mar./07	0,00%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	20,00% em cada
abr./07	0,00%	46,11%	0,00%	0,00%	53,89%	20,00% em cada
maio/07	0,00%	40,05%	0,00%	0,00%	59,95%	20,00% em cada
jun./07	0,00%	38,75%	0,00%	0,00%	61,25%	20,00% em cada
jul./07	0,00%	0,00%	57,79%	0,00%	42,21%	20,00% em cada
ago./07	0,00%	31,99%	37,18%	0,00%	30,83%	20,00% em cada
set./07	31,51%	16,35%	10,53%	0,00%	41,61%	20,00% em cada
out./07	42,81%	0,00%	5,15%	0,00%	52,04%	20,00% em cada
nov./07	19,01%	5,54%	0,00%	0,00%	75,45%	20,00% em cada
dez./07	36,32%	0,00%	0,00%	0,00%	63,68%	20,00% em cada

Fonte: Elaborada pelos autores.

Podemos perceber claramente como as ponderações do capital investido na carteira ótima não abrangem mensalmente todos os ativos da cesta. Na realidade, em metade dos meses do ano, o modelo propõe que se aplique em apenas duas das cinco ações disponíveis. O momento mais peculiar ocorre em março, quando o modelo estima que é possível, aplicando apenas em VALE5, obter uma relação risco-retorno mais eficiente do que a carteira ingênuas. Além disso, quatro é o número máximo de ativos diferenciados em que se destina alguma parcela do capital aplicado para investimento na carteira ótima, já que

isso ocorre apenas uma única vez, no mês de setembro. Em outras palavras, em nenhum momento durante o ano, a carteira ótima é integrada por todos os ativos da cesta.

A implicação básica dessas ponderações calculadas é que, caso a matriz de variâncias-covariâncias esperada não reflita adequadamente a efetiva, o investidor estará à mercê de um nível maior de risco. Em março, por exemplo, a variância da carteira ótima se iguala ao risco individual das ações da Vale, o que restringe significativamente a proteção do investidor contra a volatilidade desse título em específico. Nesse sentido, caso a previsão do modelo falhe consideravelmente, a carteira ingênua levará vantagem, pois, quando se aplica mensalmente em cinco, consegue-se reduzir o risco diversificável mais do que a carteira otimizada, que no máximo aplicou em quatro deles.

De todo modo, somente é possível constatar a precisão do modelo quando se obtêm gradativamente os valores mensais efetivos de retorno e risco de cada ativo. A Tabela 12 apresenta os resultados obtidos para as duas carteiras em 2007.

Tabela 12

Resultados obtidos (ex post) – 2º cenário

Período	Retorno efetivo		Risco efetivo	
	Carteira otimizada	Carteira ingênua	Carteira otimizada	Carteira ingênua
jan./07	6,93%	3,02%	2,32%	2,06%
fev./07	-2,02%	-0,84%	3,65%	2,74%
mar./07	3,12%	8,51%	3,03%	3,37%
abr./07	4,79%	4,50%	2,83%	3,35%
maio/07	10,65%	7,70%	3,55%	3,67%
jun./07	-0,07%	4,45%	5,33%	1,84%
jul./07	1,43%	4,23%	3,07%	1,43%
ago./07	2,22%	1,36%	2,03%	2,24%
set./07	15,41%	13,40%	5,10%	4,52%
out./07	14,25%	11,76%	5,53%	5,03%
nov./07	-1,37%	-3,02%	6,83%	6,91%
dez./07	19,67%	8,05%	7,68%	6,40%

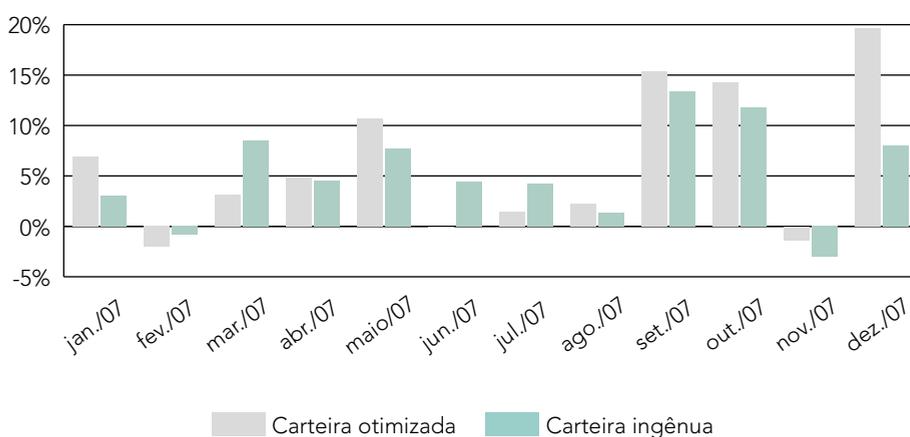
Fonte: Elaborada pelos autores.

Novamente, temos que os valores efetivos são bem divergentes dos valores esperados. Na Tabela 10, todos os retornos esperados foram positivos, o que efetivamente não se verificou, visto que, nos meses de fevereiro, junho e novembro, houve rendimentos negativos. Além disso, entre os meses de janeiro e abril, assim como entre junho e julho, os retornos esperados da carteira otimizada permaneceram bem próximos, algo de difícil probabilidade de ocorrência. Para a carteira otimizada, verifica-se o mesmo fato entre os meses de março e maio.

Observando melhor os resultados, vemos que a carteira otimizada apresentou um retorno superior ao da ingênuas em 67% das vezes, visto que houve quatro meses em que a segunda acabou superando a primeira. Entretanto, a carteira ótima gerou, relativamente, mais prejuízo. Dos dois meses em que ocorreu mútua perda, quando ambas as carteiras apresentaram retornos negativos, a carteira ótima somente declinou menos em novembro. Além disso, temos o mês de junho, em que a carteira ótima gerou prejuízo ante a carteira ingênuas, sendo esse o pior desempenho daquela no ano, em termos comparativos. Quanto aos altos retornos, a carteira ótima se destaca apenas em dezembro, mês em que ocorre a maior diferença de rentabilidade entre as duas estratégias. Nos demais meses, a amplitude não chega a ser superior a 4%, como ilustra o Gráfico 5.

Gráfico 5

Evolução das taxas de retorno das carteiras – 2º cenário



Fonte: Elaborado pelos autores.

Os retornos superiores da carteira ótima não imprimem necessariamente desempenho superior, haja vista que devemos confrontá-lo com o risco gerado. Mediante a Tabela 12, pode-se verificar que o desvio-padrão do portfólio otimizado suplanta o do portfólio ingênuo em mais momentos durante o ano. Nesse caso, é provável que a matriz de variância-covariância esperada, com base na janela móvel de quatro meses passados, não tenha sido capaz de prever satisfatoriamente o verdadeiro risco incorrido, o que já se percebe desde janeiro.

O cálculo do retorno esperado e do risco com base nos quatro meses anteriores ao investimento aponta relação risco-retorno mais eficiente para as ações da Vale e do Bradesco. As ações VALE5 detinham o maior retorno esperado dentre as ações da cesta, de 8,44%, com um risco de 5,27%, enquanto BBDC4 apresentavam o menor desvio padrão, de 1,32%, com um retorno esperado de 5,84%. As ações PETR4 e GGBR4 possuíam um risco por volta de 6%, ambas com retorno esperado inferior a BBDC4. Já as ações CSNA3 demonstravam uma expectativa de risco de 3,82%, porém com um retorno esperado também inferior a BBDC4. Com base nesses dados, o modelo infere que é possível obter a mesma variância da carteira ingênua, com um retorno superior, aplicando somente nas duas ações primeiramente citadas, com maior volume de capital para VALE5, por possuir um retorno mais elevado.

Ao final de janeiro, as ações VALE5 geraram o maior retorno efetivo dentre as ações da cesta, de 10,92%, porém as ações BBDC4 promoveram um rendimento negativo de -0,20%. Mesmo assim, a maior ponderação nas ações da Vale permitiu que carteira ótima produzisse mais que o dobro do rendimento da carteira ingênua, que acabou sofrendo pela queda de -5,02% das ações da Petrobras. De todo modo, o risco efetivo da carteira ótima foi superior ao da ingênua, pois a queda das ações de BBDC4 foi de encontro às expectativas de risco do modelo.

O mês de fevereiro parece reforçar a deficiência no método estabelecido para o cálculo da matriz de variâncias-covariâncias, visando captar o risco passado e construir uma estimativa do futuro. Note que se propõe um peso maior para BBDC4, balanceando de certa forma com VALE5, e com uma proporção de 8,39% para CSNA3, que no mês anterior apresentou um bom retorno de 6,82%. Porém, o resultado fugiu do esperado. As ações do Bradesco novamente apresentaram prejuízo, e dessa vez mais acentuado, de -9,45%. Em decorrência das ponderações utilizadas, os retornos efetivos de 4,12% da Vale e 7,58% da CSN não foram capazes de suavizar a perda, que foi superior à da carteira ingênua. Como esta distribuiu igualmente o capital entre todas as

ações, pôde-se aproveitar melhor do rendimento de CSNA3, inclusive de GG-BR4 que gerou 2,04% de retorno. Todavia, a carteira ingênuas não pôde fugir da queda das ações da Petrobras, de -8,51%, fato que contribuiu para seu retorno negativo no presente mês.

No início de março, temos provavelmente o mais peculiar julgamento do modelo no ano. Com base apenas nos quatro meses anteriores, o retorno esperado das ações da Vale para esse mês era o mais alto dentre todos os da cesta, de 7,90%, com uma volatilidade associada esperada também inferior ao de todos os outros títulos, de 2,61%. Em virtude de a janela temporal utilizada para o cálculo da variância e do retorno esperado das carteiras ser justamente de quatro meses, o modelo concluiu que, independentemente de como as covariâncias existentes entre os demais ativos poderiam reduzir o risco, seria mais eficiente aplicar singularmente o capital em VALE5, supondo corretas as previsões. O fato é que março foi um mês muito favorável no mercado acionário, quando as principais ações do índice Bovespa geraram bons retornos positivos. Contudo, dos cinco títulos disponíveis, os da Vale foram detentores de menor retorno efetivo, de 3,12%. Nesse caso, esse acabou sendo o próprio retorno da carteira otimizada. Em contrapartida, a carteira ingênuas dispôs dos excelentes rendimentos das demais ações, principalmente da CSN, de 19,89%, e da Petrobras, de 7,59%.

Depois de três meses seguidos com alta nas ações da Companhia Siderúrgica Nacional, desde o início do ano, há uma tendência de majoração dos pesos em torno desse título para abril e maio, com o restante do capital aplicado na Vale, já que a janela móvel ainda acusava para os papéis desta um baixo risco e alto retorno esperado. As expectativas da carteira ótima para o quarto mês do período de investimento foram concretizadas apenas em termos de VALE5, que rendeu 10,20%, contra apenas 0,16% de CSNA3. Apesar de a carteira ingênuas ter tomado para si tanto o retorno de VALE5 como o retorno de GGBR4, que também foi elevado, na ordem de 9,85%, incorporou também a queda das ações da Petrobras, de -1,28%. Ademais, como os pesos estavam igualmente divididos em 20%, não foi possível à carteira ingênuas absorver tão eficientemente os altos rendimentos gerados pelas duas ações nesse mês. O resultado é demonstrado na Tabela 12: rateando o capital apenas entre VALE5 e CSNA3, foi possível à carteira ótima (ainda que por pouco) ser mais eficiente do que a ingênuas.

Outrossim, o quinto mês do ano foi vantajoso para a carteira otimizada. O retorno efetivo de 14,79% de CSNA3 foi bem absorvido em decorrência da ponderação de quase 60% nessa ação, além do próprio retorno das ações da

Vale, que foi de 4,44%. Na realidade, maio foi também um ótimo momento para as outras ações da cesta, visto que todas apresentaram rendimentos positivos, sendo um deles bem considerável: 12,54% de BBDC4, 5,07% de GG-BR4 e 1,63% das ações da Petrobras. Novamente, a distribuição dos pesos da carteira ingênua não incorporou satisfatoriamente os grandes retornos ocorridos nesse mês.

Entretanto, em junho ocorre o pior desempenho da carteira otimizada ante a carteira ingênua. O modelo sugeriu uma canalização maior dos recursos para as ações da Companhia Siderúrgica Nacional, que nesse momento detinha a expectativa de maior retorno futuro. As ações da Vale continuavam como complemento do investimento, porquanto a covariância esperada entre esta e CNSA3 seria capaz de reduzir o risco em direção ao da carteira ingênua. Ao fim do mês, verificou-se o baixo retorno dos títulos da Companhia Siderúrgica Nacional, de 0,70%, ao passo que VALE5 gerou perda de -1,29%. Um resultado péssimo para a carteira ótima, cujos cálculos, ao fim do mês, apontaram rendimento negativo. Nesse ínterim, as ações da Petrobras e Gerdau geraram, respectivamente, 12,39% e 14,48% de retorno, o que beneficiou sobremaneira a carteira ingênua. Fatalmente, o risco efetivamente incorrido pelo investidor para o portfólio ótimo, em junho, foi muito superior ao do ingênuo, como podemos observar na Tabela 12.

Os quatro meses anteriores de referência provocaram uma mudança de perspectiva nos valores esperados para o mês de julho, o que influi diretamente na definição dos pesos a serem aplicados. No início do sétimo mês do ano, sugere-se a retirada dos títulos da Vale, para aplicação nos da Gerdau. Naquele momento, o modelo determinava que GGBR4 possuía um maior retorno esperado para um mesmo nível de VALE5, já que o nível de interdependência esperado entre aquele e CSNA3 seria suficiente para equalizar o nível de risco da carteira ingênua. Contudo, o baixo desempenho da carteira otimizada em julho se deveu precisamente ao ativo da Gerdau, que rendeu -4,04%. Esse portfólio ainda pôde apresentar o retorno positivo de 1,43% graças à rentabilidade de 8,93% de CNSA3, que contrabalanceou mais que proporcionalmente a queda de GGBR4. De qualquer forma, o desvio padrão efetivo do portfólio ótimo mais uma vez superou o nível de risco da carteira ingênua.

Nos cinco meses restantes do ano, a carteira ótima apresentou um retorno superior ao da ingênua, com um risco associado maior em setembro, outubro e dezembro. O mês de setembro foi o primeiro e único momento em que houve uma abertura de capital para quatro das cinco ações presentes, estratégia

vinculada à mudança da expectativa da matriz de variâncias-covariâncias para com os títulos da Petrobras. Ao final do mês, vemos que as duas carteiras ofertaram excelentes rendimentos, puxados principalmente pelo retorno extraordinário de VALE5, de 28,57%. Com relação às demais ações, todas geraram grandes retornos, exceto GGBR4: -0,20%, o que colaborou para a elevação do risco da carteira otimizada, que gerenciava apenas quatro títulos, contra todos os cinco da ingênuas.

O retorno propiciado pelas ações da Vale em setembro afetou consideravelmente o julgamento do modelo quanto ao risco esperado, dando assim a sugestão de desfazer-se dos títulos VALE5 para outubro, aplicando o capital mais entre PETR4 e CNSA3, com uma parcela residual em GGBR4. Os 22,65% de retorno de PETR4 ao fim do mês foram suficientes para a carteira otimizada superar a ingênuas em termos de rentabilidade, porém não melhor em termos de risco. O retorno obtido pelas ações da Petrobras, do mesmo modo que as da Vale no período anterior, foi muito dispar, se comparado aos quatro meses anteriores. Visto que o portfólio otimizado destinou mais que o dobro de peso para PETR4 do que o portfólio ingênuo, aquele sofreu mais a volatilidade dessa ação, incrementando o risco total.

Assim, seguindo o princípio de redução do risco em torno da carteira ingênuas, no mês de novembro o modelo propõe uma fuga do capital das ações da Petrobras, a fim de provocar uma maior concentração de peso nos títulos da Companhia Siderúrgica Nacional, cujo retorno se mantinha mais estável de acordo com matriz de variâncias-covariâncias esperada. No entanto, novembro acabou se revelando o pior mês para as ações da cesta, com um rendimento negativo generalizado de todos os ativos. Os menos afetados foram PETR4 e CSNA3, com -0,16 e 1,45%, respectivamente, o que, de certa forma, sustentou as previsões do modelo. Apesar de o risco gerado pelos dois portfólios ter sido bastante elevado, a perda de capital da carteira ótima foi inferior ao da ingênuas, que foi atingida pelas duras quedas da Vale, de -4,56%, e da Gerdau, de -5,07%.

O último mês de 2007 foi o de maior amplitude entre os retornos das carteiras, com uma diferença de 11,62% para o portfólio otimizado. Por meio da Tabela 12, vemos que a carteira ótima proposta para o mês de dezembro é integrada por apenas dois ativos, quais sejam, títulos da Petrobras e da Companhia Siderúrgica Nacional, escolhidos por apresentarem, nos quatro últimos meses, uma relação mais eficiente entre o retorno e o risco esperado. E foram exatamente esses os responsáveis pelo excelente resultado da carteira otimizada: as ações PETR4 obtiveram 22,98% e CSNA3 17,78% de retorno.

Além de não ter sido capaz de englobar da mesma forma esses grandes retornos, a carteira ingênua teve de suportar os rendimentos negativos da Vale, de -2,70%. De toda sorte, o menor retorno da carteira ingênua veio seguido de um menor desvio padrão efetivo.

Dadas todas essas observações analíticas quanto à trajetória das duas carteiras no segundo cenário, é necessário agora confrontarmos os resultados finais, a fim de objetivamente determinarmos se a carteira ótima pôde ou não cumprir os requisitos de maior eficiência no período.

Tabela 13

Resultados finais – 2º cenário

	Retorno médio efetivo	Risco efetivo
Carteira ótima	6,25%	5,97%
Carteira ingênua	5,26%	4,66%
PETR4	5,66%	9,81%
VALE5	5,84%	8,31%
BBDC4	2,60%	6,41%
GGBR4	3,80%	5,77%
CSNA3	8,41%	6,94%

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os resultados finais obtidos no segundo cenário não foram tão satisfatórios. Apesar de o retorno médio da carteira otimizada ter sido mais elevado que o do portfólio ingênuo, o risco vinculado daquela não se aproximou deste. Ou seja, o objetivo de alcançar um portfólio mais eficiente não foi cumprido, haja vista que um retorno mais alto veio à custa de um risco mais que proporcionalmente superior.

A carteira ingênua, por sua vez, seguiu em conformidade com os princípios teóricos da moderna teoria das carteiras. Observe que seu risco foi inferior ao do ativo de menor desvio padrão no ano, GGBR4, porém com um retorno superior.

O fato de haver três ações na cesta que individualmente superaram o retorno médio do portfólio ingenuamente diversificado não retira o seu mérito. Ainda que um portfólio ingênuo represente o limiar superior do risco que um investidor esteja disposto a assumir no processo de diversificação, a divisão simples do capital entre todos os ativos já foi, no nosso segundo cenário, capaz de reduzir sensivelmente o desvio padrão. É fato que um risco inferior tem como consequência um retorno também inferior. Porém, observando os resultados finais individuais dos títulos, percebe-se a eficiência da carteira ingênuo: a redução da variância resultante da combinação equitativa entre os cinco ativos não foi seguida por uma queda na mesma intensidade do retorno.

De importância fundamental para análise do risco efetivo associado aos portfólios desse cenário é a visualização das correlações havidas entre os retornos dos títulos da cesta durante o período de investimento. A Tabela 14 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 14

Coefficiente de correlação entre PETR4, VALE5, BBDC4, GGBR4 e CSNA3 – 2º cenário

	PETR4	VALE5	BBDC4	GGBR4	CSNA3
PETR4	1	-0,20	0,41	0,36	0,39
VALE5	-0,20	1	0,45	-0,11	0,26
BBDC4	0,41	0,45	1	0,15	0,52
GGBR4	0,36	-0,11	0,15	1	-0,15
CSNA3	0,39	0,26	0,52	-0,15	1

Fonte: Elaborada pelos autores.

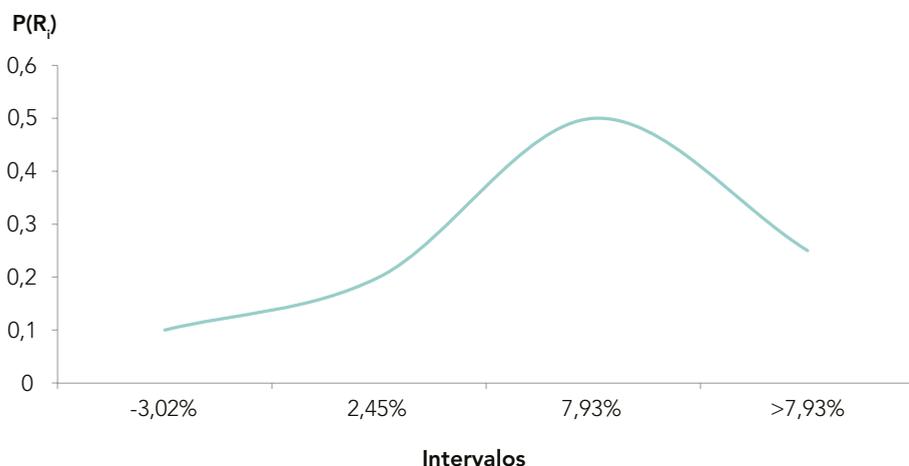
Os níveis de dependência linear entre os retornos das ações no ano de 2007 foram significativamente inferiores aos do ano anterior, com cinco pares apresentando correlação negativa e apenas um par com correlação acima de 0,5. Esses resultados foram essenciais para a redução do risco incorrido nas duas carteiras. Os reduzidos coeficientes de correlação durante o ano de investimento permitem alcançar um nível mais baixo de risco sistemático, se

comparado ao ano de 2006. Em outras palavras, a redução da covariância média da cesta de ações em 2007 contribuiu sobremaneira para a redução do risco total dos portfólios.

Podemos alternativamente comparar o risco das carteiras por meio de suas distribuições de probabilidade. Por meio da geração do histograma dos retornos efetivos da carteira ingênua, temos a distribuição indicada no Gráfico 6.

Gráfico 6

Distribuição de probabilidade da carteira ingênua – 2º cenário



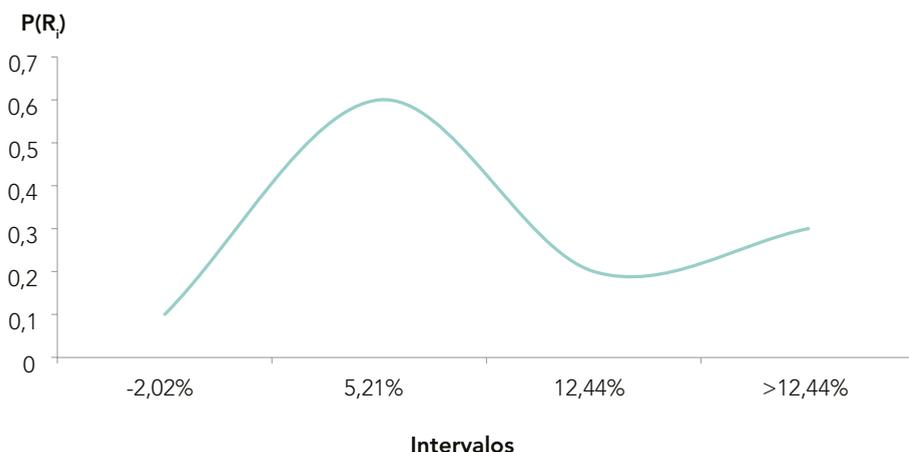
Fonte: Elaborado pelos autores.

Quando se analisa a distribuição de probabilidade da carteira ingênua, verifica-se que a probabilidade de ocorrência de grandes retornos, situados no terceiro intervalo, acima de 7,93%, e a probabilidade de ocorrência de baixos retornos, presentes no primeiro intervalo, de -3,02% a 2,45%, são muito próximas, girando em torno de 25%, o que assinala uma maior simetria dessa distribuição. Fato que também ratifica a menor dispersão das observações na carteira ingênua é quanto à localização do seu retorno médio efetivo do período, de 5,26%: este se encontra no segundo intervalo, de 2,45% a 7,93%, o qual, nessa distribuição, apresenta a maior probabilidade de ocorrência, de 50%.

Por sua vez, a carteira otimizada apresentou, ao final de 2007, a distribuição ilustrada no Gráfico 7.

Gráfico 7

Distribuição de probabilidade da carteira otimizada – 2º cenário



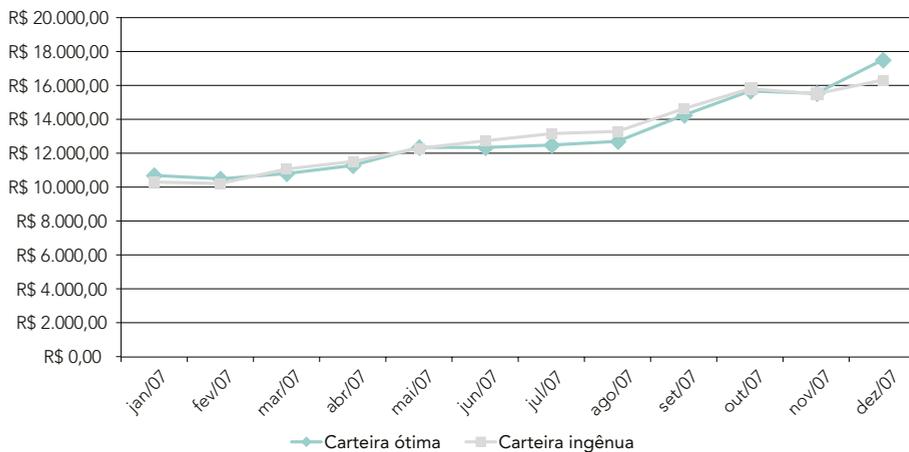
Fonte: Elaborado pelos autores.

A distribuição de probabilidade da carteira ótima se assemelha à do cenário anterior: uma visível assimetria à direita, configurando uma maior volatilidade no terceiro intervalo, de grandes retornos. De forma análoga, o retorno médio da carteira otimizada desse cenário não figura no intervalo de maior probabilidade. Ao contrário, o segundo intervalo, no qual ele se localiza, é o de menor probabilidade: 16,67%. De fato, a dispersão dos retornos da carteira otimizada foi visivelmente superior ao da ingênua, quando se comparam suas distribuições.

Em todo caso, podemos ainda checar a evolução mensal do valor de mercado das duas carteiras ao longo de 2007 para o segundo cenário. Contando novamente com uma aplicação de R\$ 10mil no início do ano, temos o movimento apresentado no Gráfico 8.

Gráfico 8

Valor de mercado das carteiras – 2º cenário



Fonte: Elaborado pelos autores.

É perceptível como o valor absoluto de mercado da carteira otimizada ficou abaixo do da carteira ingênua a maior parte do ano, mais precisamente entre os meses de março e abril, e entre junho e outubro. Observe que nos períodos de alta, quando ambas as carteiras apresentaram crescimento, o valor de mercado do portfólio ingênuo permaneceu sempre acima, salvo em dezembro. Na realidade, foi apenas graças ao retorno extraordinário promovido no último mês do ano pelos títulos integrantes da carteira ótima que esta pôde superar, ao final do período de investimento, o valor de mercado de sua rival, elevando consigo a média global de seus retornos. Trata-se de uma clara ineficiência da carteira otimizada, se levarmos em consideração que uma parte relativamente apreciável do capital por ela gerado se concentrou em um único mês. Em todo caso, o valor de mercado apresentado pela carteira otimizada ao final de 2007 foi de R\$ 17.501,00, contra R\$ 16.312,00 da carteira ingênua.

Podemos assim concluir que a carteira otimizada não foi capaz de alcançar os pré-requisitos de eficiência ante a carteira ingênua, haja vista que o *trade-off* entre risco e retorno apresentado não foi o almejado pelo nosso investidor: sua função objetivo consistia em obter um retorno superior de capital, restrito a um risco que não ultrapassasse o teto estabelecido ao se di-

versificar de forma simples, dividindo igualmente o capital entre todos os ativos possíveis. Ora, devemos lembrar que estamos lidando com um investidor racional, avesso ao risco, que não admite incorrer em uma maior volatilidade de seu investimento se não obtiver como recompensa um retorno mais que proporcional. Dessa forma, caso o investidor, no segundo cenário, realizasse os métodos de otimização como foram aqui propostos, os resultados finais fugiriam ao seu objetivo. O mais recomendado, portanto, seria aplicar os mesmos pesos entre as cinco ações disponíveis, durante todo o período de investimento.

5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo procurou implementar as ferramentas de análise oferecidas pelo modelo de Markowitz, com o intuito de construir carteiras capazes de superar, em termos de eficiência, uma estratégia de diversificação ingênua. Supondo um investidor avesso ao risco, cujo limiar de volatilidade é representado justamente pelo desvio padrão resultante de uma divisão igualitária entre os ativos disponíveis, um portfólio mais eficiente somente seria obtido caso apresentasse, para esse nível de risco, um retorno superior.

De posse dos retornos mensais de cinco dos ativos mais líquidos negociados no mercado acionário brasileiro, foram construídos dois cenários de oportunidade de investimento no ano de 2007, quando neles simulou-se um confronto entre as diferentes estratégias: utilização do processo de otimização no início de cada mês do período de investimento, a fim de determinar os pesos ótimos de aplicação *versus* ponderações idênticas entre todos os títulos.

No primeiro cenário, no qual os portfólios somente poderiam ser integrados por duas ações, quais sejam, títulos da Vale e da Petrobras, a estratégia de otimização se mostrou superior praticamente durante todo o ano, resultando, ao final, em um portfólio mais eficiente: foi possível obter um retorno médio mensal mais que proporcionalmente superior ao da estratégia ingênua, para níveis de risco muito próximos.

Entretanto, no segundo cenário, no qual se acrescentaram mais três títulos à cesta – ações do Bradesco, da Companhia Siderúrgica Nacional e da Gerdau –, a estratégia de otimização se mostrou falha: apesar de a restrição do

modelo ter sido atendida, ou seja, o retorno médio mensal ter se mostrado superior ao da carteira ingenuamente diversificada, não foi possível alcançar a função objetivo, ou seja, obter a mesma variância. Por investir igualmente nos cinco ativos durante todo o ano, a carteira ingênua pôde eliminar mais propriamente o risco diversificável do que a carteira otimizada.

Isso significa que, considerando os cenários aqui propostos, um investidor que optasse pelo método de otimização de Markowitz para diversificar sua carteira somente obteria mais eficiência, durante o ano de 2007, se aplicasse somente nas duas ações iniciais. Caso desejasse expandir seus investimentos, incluindo os outros títulos aqui selecionados, visando a uma maior redução do risco, seria mais vantajoso simplesmente proceder à estratégia ingênua de diversificação.

É provável que tal falha no segundo cenário esteja diretamente relacionada com a metodologia utilizada para o cálculo dos valores esperados para os retornos e a matriz de variâncias-covariâncias: a expectativa baseada em uma janela móvel dos retornos obtidos nos quatro meses anteriores ao mês corrente se ajustou bem apenas aos dois ativos. Contudo, o modelo de otimização se mostrou insatisfatório ao lidar com os valores previstos com base nos quatro meses anteriores para um número maior de ativos.

Segundo Costa e Assunção (2005), uma das críticas ao modelo de Markowitz é justamente quanto à instabilidade dos portfólios ótimos gerados, em razão da obtenção de resultados completamente diferentes relacionados a pequenas variações nos parâmetros de entrada. Isso parece ter sido verificado neste estudo, ao se adicionar um número maior de variáveis no modelo.

Portanto, poderíamos esperar resultados diferentes dos obtidos neste trabalho caso os parâmetros de entrada fossem outros: valores esperados baseados em um horizonte temporal diferenciado (uma janela temporal formada por um número maior ou menor de retornos mensais anteriores, ou mesmo a utilização apenas dos retornos diários) ou ainda a utilização de outros ativos para a confecção do portfólio. Sugere-se, dessa forma, como desenvolvimento de novos trabalhos, a utilização de informações diferentes na entrada do modelo de otimização.

Em todo caso, o modelo de Markowitz foi e continua sendo a base para o gerenciamento de risco e construção de portfólios eficientes. A compreensão do funcionamento dos seus instrumentais é de fundamental importância para todo aquele que deseja aprofundar-se em modelos mais robustos e precisos de seleção de carteiras.

EFFICIENT PORTFOLIOS AND NAIVE: A COMPARATIVE ANALYSIS USING THE MARKOWITZ MODEL

Abstract

This study aims to analyze if the Markowitz Model for a stock portfolio composition is more efficient than a simple strategy of naive diversification, in a typical year of investment. For this purpose, we simulate two scenarios using a set of stocks among the most liquid traded on the Brazilian stock market. In the first scenario there are only two stocks in the portfolio, and in the second one there is a possibility to invest in five different stocks. The results show that in the first scenario the Markowitz optimization proceeding generated a more efficient portfolio than the naive one, whilst in the second scenario the naive diversification was more efficient.

Keywords: Markowitz model; Efficient portfolios; Naive portfolios.

Referências

- BONE, R. B. Estabilidade da relação risco-retorno das ações do Ibovespa: o impacto do novo regime cambial de 1999. *Perspectiva Econômica*, v. 35, n. 112, p. 5-19, out./dez. 2000.
- BRUNI, A. L. *Risco, retorno e equilíbrio: uma análise do modelo de precificação de ativos financeiros na avaliação de ações negociadas na Bovespa (1988-1996)*, 1998. Dissertação (Mestrado em Administração)—Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.
- COSTA, O. L. do V.; ASSUNÇÃO, H. G. V. *Análise de risco e retorno em investimentos financeiros*. Barueri: Manole, 2005.
- ELTON, E. J.; GRUBER, M. J. Risk reduction and portfolio size: an analytical solution. *Journal of Business*, v. 50, n. 2, p. 415-437, Oct. 1977.
- MARKOWITZ, H. M. Portfolio selection. *Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91, Mar. 1952.
- MARKOWITZ, H. M. *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. New York: John Wiley & Sons, 1959.
- SAMANEZ, C. P. *Gestão de investimentos e geração de valor*. São Paulo: Pearson-Prentice Hall, 2007.

Apêndice A

Retorno mensal dos ativos

	Petrobras (PETR4)	Vale (VALE5)	Bradesco (BBDC4)	Gerdau (GGBR4)	CSN (CSNA3)
jan./06	28,03%	16,76%	28,57%	22,14%	29,23%
fev./06	-4,78%	-7,56%	0,73%	3,01%	4,09%
mar./06	-3,61%	3,45%	-11,11%	-0,81%	6,42%
abr./06	8,63%	0,17%	2,72%	11,27%	7,71%
maio/06	-4,82%	-4,81%	-12,01%	-10,47%	-5,02%
jun./06	-1,88%	0,08%	-3,22%	1,72%	4,50%
jul./06	4,00%	-1,77%	8,17%	4,44%	0,31%
ago./06	-4,23%	-8,05%	-4,48%	-7,99%	-8,50%
set./06	-5,61%	1,27%	3,61%	-5,51%	-0,96%
out./06	5,94%	15,93%	6,43%	7,39%	7,25%
nov./06	9,10%	9,61%	7,02%	9,72%	-2,72%
dez./06	8,66%	6,95%	6,32%	2,38%	-0,31%
jan./07	-5,02%	10,92%	-0,20%	2,57%	6,82%
fev./07	-8,51%	4,12%	-9,45%	2,04%	7,58%
mar./07	7,59%	3,12%	7,67%	4,26%	19,89%
abr./07	-1,28%	10,20%	3,58%	9,85%	0,16%
maio/07	1,63%	4,44%	12,54%	5,07%	14,79%
jun./07	12,39%	-1,29%	-4,03%	14,48%	0,70%
jul./07	2,08%	9,27%	4,91%	-4,04%	8,93%
ago./07	0,13%	2,52%	-0,07%	1,78%	2,44%
set./07	13,39%	28,57%	9,53%	-0,20%	15,73%
out./07	22,65%	5,47%	10,48%	12,72%	7,48%
nov./07	-0,16%	-4,56%	-3,85%	-5,07%	-1,45%
dez./07	22,98%	-2,70%	0,11%	2,09%	17,78%

Fonte: Elaborada pelos autores.