

# CONSTRUÇÃO DE UMA CARTEIRA DE AÇÕES POR MEIO DE COINTEGRAÇÃO COM A CARTEIRA DE REFERÊNCIA: EVIDÊNCIA A PARTIR DE AÇÕES NA BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO

*CONSTRUCTION OF COINTEGRATION INDEX AND UTILIZATION OF MARKOV SWITCHING MODELS TO IDENTIFY RISK AND RETURN: EVIDENCE BASED ON BRAZIL'S STOCK MARKET (BOVESPA)*

**Patrícia Marília Ricomini e Almeida**

Graduação em Economia pela Universidade de São Paulo (USP) e mestrado em Administração de Empresas pela Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM).  
Rua da Consolação, 986, Edifício João Calvino, 2º andar  
São Paulo, SP, CEP 01302-907  
E-mail: patymarilia@yahoo.com.br

**Diogenes Manoel Leiva Martin**

Doutor em Administração de Empresas pela Fundação Getulio Vargas (FGV).  
Professor permanente da Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM).  
Rua da Consolação, 986, Edifício João Calvino, 2º andar  
São Paulo, SP, CEP 01302-907  
E-mail: diomartin@mackenzie.br

**Herbert Kimura**

Doutor em Administração pela Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo (USP) e pela Escola de Administração do Estado de São Paulo da Fundação Getulio Vargas (EAESP/ FGV).  
Professor adjunto da Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM).  
Rua da Consolação, 986, Edifício João Calvino, 2º andar  
São Paulo, SP, CEP 01302-907  
E-mail: herbert.kimura@gmail.com

**Wilson Toshio Nakamura**

Doutor em Administração pela Universidade de São Paulo (USP) e Professor da Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM).  
Rua da Consolação, 986, Edifício João Calvino, 2º andar  
São Paulo, SP, CEP 01302-907  
E-mail: wtnakamura@mackenzie.br

## Resumo

Este artigo examina o desempenho de uma estratégia de indexação dinâmica geral de ativos baseada em cointegração, do ponto de vista da eficiência de mercado, observando diferentes níveis de risco e regimes. Esta nova carteira será comparada com a carteira do modelo de Markowitz. A identificação desses regimes autoregressivos no processo de geração de retornos no mercado brasileiro de ações, especialmente na BOVESPA, para o período pós Plano Real (janeiro de 1995 a setembro de 2004) será elaborado através do Modelo de Regimes de Conversão de Markov. Com este modelo é possível identificar a estrutura não linear dos dados com relação à média condicional e com relação à variância condicional. Como resultado, a dinâmica do processo de geração poderá ser função de ciclos de crescimento (“bull markets”) e decrescimento (“bear markets”).

**Palavras-chave:** Geração de retornos de títulos; Eficiência de mercado; Cointegração; Regimes de conversão markovianos; Bovespa.

## Abstract

This paper examines the performance of a general dynamic equity indexing strategy based on cointegration, from a market efficiency perspective, observing the different levels of risk and regimes. This new portfolio will be compared with Markowitz portfolio model. The identification of these autoregressive regimes in the process of generating returns in the Brazilian Market, especially in Bovespa, for the Plano Real period (January of 1995 to September of 2004), will be elaborated through a Markov Switching Model. With this model, it is possible to identify the nonlinear structure of the data and its relation to the conditional mean and conditional variance. As result the dynamics of the data generation process, the returns can be described as function of the growth cycle (“bull markets”) and decrease (“bear markets”).

**Keywords:** Securities return generation process; Market efficiency; Cointegration; Markovian switching regimes; Bovespa.

# 1

## INTRODUÇÃO

Alguns estudos, tais como os de Jensen (1968), apresentam evidências em favor da eficiência de mercado, já que mostram que a administração ativa tem desempenho pior do que a passiva na maior parte do tempo, após os custos de transação e taxas de administração.

Alexander e Dimitriu (2002), ao investigarem o desempenho de uma estratégia de indexação dinâmica denominada *Cointegration Based Index Tracking*, encontraram evidências de retornos anormais em certas condições de mercado, mesmo após os custos de transação, em diferentes universos de ações e ao longo de diferentes períodos de tempo.

Cabe salientar que, ao contrário do estudo de Alexander e Dimitriu (2002), muitos outros estudos, como os de Alexander (1964) e Fama e Blume (1966), têm mostrado que, mesmo quando diferentes estratégias obtêm sucesso antes dos custos de transação, depois de contabilizados tais custos os lucros desaparecem.

Todos esses estudos não encontraram evidências contra a eficiência de mercado, definida por Jensen (1978) como uma estratégia de negociação que produz ganhos econômicos consistentes após uma definição apropriada de custos de transação e através de um longo período de tempo.

Alexander e Dimitriu (2002) utilizaram uma abordagem denominada modelo markoviano de conversão, que revelou a existência de dois regimes no mercado acionário com características distintas. A maior parte dos retornos anormais esteve associada com o regime caracterizado por alta volatilidade do *benchmark* e baixos retornos.

Apoiado nessas reflexões, principalmente no estudo de Alexander e Dimitriu (2002), um dos objetivos do presente estudo consiste na criação de uma carteira cointegrada com um *benchmark* (Ibovespa) para o mercado acionário brasileiro, considerando a existência de regimes markovianos de conversão e comparando-a com a carteira de Markowitz.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### ■ 2.1 Cointegração

O fenômeno de indexação de ações tem atraído interesse de acadêmicos durante os últimos dez anos. A indexação de ações é a forma mais popular de investimento passivo, que objetiva replicar as características de risco e retorno de um *benchmark*, usualmente um índice de ações. A razão para utilizar uma estratégia passiva está na crença na eficiência de mercado, que provém do fundamento teórico da indexação.

A teoria tradicional de mercado de capitais afirma que o portfólio de mercado, como definido por Fama (1970), oferece o maior nível de retorno por unidade de risco, e o único caminho pelo qual os investidores conseguem bater o mercado em longo prazo é tomando riscos maiores.

Segundo estudos de Jensen (1968), Elton et al. (1993) e Carhart (1997), a administração ativa tem desempenho pior do que a passiva na maior parte do tempo, mesmo após os custos de transação e taxas de administração.

De acordo com a definição de Jensen (1978) de eficiência de mercado, uma estratégia de negociação que produz consistentes ganhos econômicos, após uma definição apropriada de custos de transação e através de um longo período de tempo, é evidência contra a hipótese de eficiência de mercado.

A evidência pública de lucratividade nas negociações, após os custos de transação, é escassa. O artigo de Lakonishok e Vermaelen (1990) foi um dos poucos que documentaram a lucratividade de algumas regras de negociação destinadas a explorar anomalias do comportamento dos preços.

No artigo de Alexander e Dimitriu (2002), investigou-se o desempenho de uma estratégia de indexação dinâmica que recentemente chamou a atenção de muitos administradores de fundo – *Cointegration Based Index Tracking*, introduzido por Alexander (1999).

Um modelo de indexação baseado na cointegração permite a replicação de qualquer tipo de *benchmark*, com diferentes números de ações. Dessa maneira, obtém-se uma carteira com reduzido número de ações indexada à carteira de referência ou *proxy* de mercado. A cointegração tem se tornado a ferramenta predominante da econometria de séries de tempo, desde o trabalho de Engle e Granger (1987).

Alexander (2003) considera essa técnica robusta para a investigação das tendências comuns em séries de tempo multivariadas, além de fornecer uma metodologia sólida para modelar as dinâmicas de logo e curto prazos de um sistema.

A autora afirma ainda que a cointegração não se refere aos movimentos conjuntos dos retornos, mas sim aos movimentos conjuntos dos preços dos ativos (ou taxas de câmbio ou rentabilidades). Se os *spreads* apresentam reversão à média, então os preços dos ativos estão ligados, no longo prazo, por uma tendência estocástica comum, e, nesse caso, pode-se dizer que os preços são “cointegrados”.

Um conjunto de séries  $I(1)$  é dito “cointegrado” se há uma combinação linear dessas séries que seja estacionária. Portanto, no caso de apenas duas séries integradas, tem-se que:

$$\begin{aligned} & x \text{ e } y \text{ são cointegradas,} \\ & \text{se } x, y \sim I(1) \text{ e se existe } \alpha \text{ tal que } x - \alpha y \sim I(0) \end{aligned}$$

Cabe salientar que a cointegração e a correlação, embora relacionadas, são conceitos diferentes. Elevada correlação não implica elevada cointegração e vice-versa. As séries cointegradas podem ter correlações que, às vezes, são muito baixas. Por exemplo, um grande e diversificado portfólio de ações de um índice de ações, em que as alocações são determinadas pelos seus pesos no índice, deve ser cointegrado com o índice.

Ainda que o portfólio deva se mover em linha com o índice de ações no longo prazo, pode haver períodos em que as ações, que não estão no portfólio, tenham movimentos excepcionais de preços. Dessa forma, as correlações empíricas entre o portfólio e o índice podem ser, antes de tudo, baixas durante certo tempo. O inverso também pode ocorrer, ou seja, os retornos podem ser altamente correlacionados sem que haja elevada cointegração nos preços.

É importante acrescentar que as altas correlações podem facilmente ocorrer quando há e quando não há cointegração. Portanto, a correlação nada nos diz a respeito da relação comportamental de longo prazo entre dois mercados: eles podem ou não estar se movendo juntos ao longo de grandes períodos, e a correlação não é a ferramenta adequada para medir isso.

A correlação reflete os movimentos conjuntos dos retornos, responsáveis pelas grandes instabilidades ao longo do tempo. É intrinsecamente uma me-

dida de curto prazo. Portanto, as estratégias de *hedge* que se baseiam na correlação exigem geralmente um rebalanceamento freqüente.

As estratégias de administração de investimento que se baseiam somente na correlação não podem garantir um desempenho no longo prazo, porque não há um mecanismo que possa assegurar a reversão do *hedge* do ativo subjacente. E não há nada que possa evitar que o erro de aderência se comporte, de uma maneira imprevisível, como um passeio aleatório.

Já que uma alta correlação não é suficiente para garantir o desempenho de longo prazo do *hedge*, existe a necessidade de que as metodologias usuais de modelagem de risco-retorno sejam ampliadas para levar em conta as tendências comuns de longo prazo dos preços. Isso é exatamente o que a cointegração proporciona.

A cointegração mede os movimentos conjuntos de longo prazo dos preços que podem ocorrer mesmo ao longo de períodos em que as correlações estáticas pareçam ser baixas. Logo, as metodologias de *hedge* baseadas em ativos financeiros cointegrados devem ser mais eficientes no longo prazo.

No método de Engle e Granger (1987), simplesmente, é feita a regressão de uma variável integrada contra as outras variáveis integradas, e, a seguir, testa-se a estacionariedade dos resíduos usando o teste de raízes unitárias.

Os modelos de *benchmarking* ou de aderência ao índice, que normalmente são baseados na cointegração, empregam a regressão linear dos logaritmos dos preços. A variável dependente é o logaritmo de índice de preço ou algum outro *benchmark*.

O processo de alocação ótimo usa a análise de regressão de mínimos quadrados: as alocações são feitas de acordo com a regressão de cointegração para assegurar que o portfólio ajustado seja cointegrado com o *benchmark* e que o erro de aderência seja estacionário.

A construção de portfólios, baseada numa relação de cointegração com o *benchmark*, se deve às seguintes características da cointegração: a diferença no preço entre o *benchmark* e a réplica do portfólio é, por construção, estacionária. Além disso, os pesos das ações, estando baseados em grande proporção na história, têm uma estabilidade intensificada. Finalmente, existe um uso completo da informação contida em variáveis tais como os preços das ações.

Acrescenta-se ainda que a relação de cointegração entre um *benchmark* e um portfólio, contendo todas ou parte de suas ações, é sempre fácil de se achar quando *benchmarks* são igualmente ponderados, pelo preço ou pela capitalização, porque o *benchmark* é somente uma combinação linear de preços de ações.

O modelo básico de cointegração por um portfólio, compreendendo todas as ações incluídas no *benchmark* num dado momento, é dado pela seguinte regressão:

$$\ln(\text{benchmark}) = c_1 + \sum_{k=1}^n c_{k+1} \ln(P_{k,t}) + \varepsilon_t \quad (1)$$

Onde o *benchmark* é construído historicamente baseado em sua composição e pesos atuais, e  $n$  é o número total de ações incluídas no *benchmark*. Todas as variáveis no modelo, com exceção do termo erro, são integradas de ordem um. A especificação do modelo em variáveis de logaritmo natural tem a vantagem de que, quando feita a primeira diferença, os retornos esperados no portfólio irão ser iguais aos retornos do *benchmark*, fazendo que o erro não-planejado seja um processo estacionário.

Cabe salientar que a aplicação do método de mínimos quadrados às variáveis não-estacionárias e dependentes, tais como  $\ln(\text{benchmark})$ , é válida somente no caso especial de uma relação de cointegração.

Os resíduos em (1) são estacionários se, e somente se,  $\ln(\text{benchmark})$  e o portfólio estão cointegrados. Se os resíduos da regressão são não-estacionários, os coeficientes estimados pelo método de mínimos quadrados não serão consistentes e nenhuma inferência será válida. Portanto, um teste de cointegração é essencial na construção de portfólios de cointegração ótimos.

A metodologia de Engle e Granger (1987) para o teste de cointegração é, particularmente, atraente nesse sentido, em razão de sua implementação intuitiva. Além disso, suas bem conhecidas limitações, como problemas de amostra pequena, assimetria no tratamento das variáveis, entre outras, não são efetivas nesse caso.

Alexander e Dimitriu (2002) encontraram evidências de retornos anormais a partir da estratégia de indexação de cointegração, mostrando que o portfólio em questão, compreendendo todas as ações do *benchmark*, produz retornos positivos anormais em certas condições de mercado, mesmo depois de descontados os custos de transação.

Cabe acrescentar que existe uma variabilidade do excesso de retorno ao longo do tempo, longe de estar sendo acumulado uniformemente ao longo da amostra. Períodos de excessos de retornos estacionários se alternam com

períodos nos quais os retornos anormais são consistentemente acumulados. Alexander e Dimitriu (2002) indicam que os períodos nos quais a maior parte dos retornos anormais são acumulados coincidem com as principais crises de mercado: crises da Ásia, da Rússia e o *crash* tecnológico.

### ■ 2.1.1 Regimes markovianos de conversão

Os modelos denominados de regimes markovianos de conversão provêm de uma abordagem sistemática para modelar quebras múltiplas e mudanças de regimes na data de geração do processo. Além disso, as mudanças de regime são geralmente governadas por processos estocásticos exógenos, já que não se trata de eventos singulares e determinísticos.

Com o trabalho pioneiro em relação a esses modelos, Hamilton (1989) apresentou a primeira representação estatística formal da idéia de que recessões e expansões econômicas influenciam o comportamento de variáveis econômicas, tais como taxa de juros. O autor demonstrou ainda que o resultado de crescimento real poderia seguir uma de duas auto-regressões diferentes, dependendo se a economia estaria se expandindo ou se contraindo, com a mudança entre os dois estágios gerada pelo resultado de uma cadeia de Markov não observada.

A partir de seu estudo, outros surgiram, propiciando uma densa pesquisa na literatura: Hansen (1992a), Kim (1994), Diebold et al. (1994), Garcia (1998), Psaradakis e Sola (1998) ou Clarida et al. (2003).

Nordem e Schaller (1993) analisaram a previsibilidade da mudança de regime do mercado de ações da Bolsa de Toronto no período de 1956 a 1989. Os resultados confirmaram as evidências de que as explosões de crescimento que antecedem os colapsos resultam do desvio de fundamentos, como sugerido pelo modelo de bolhas.

McQueen e Thorley (1994) encontraram evidências de que a probabilidade de mudança do regime de alta seguida e persistente dos preços das ações da Bolsa de Nova York, no período de 1927 a 1991, com periodicidade mensal, decresce em razão do prazo de duração dessa fase.

Nordem e Schaller (1996), utilizando dados mensais para o mercado norte-americano, no período de 1926 a 1989, de preço e de dividendos, não encontraram evidências de que a previsibilidade dos retornos obedecesse a uma relação não linear.



Maheu e McCurdy (2000) encontraram evidências de não-linearidade dos retornos mensais das ações da Bolsa de Nova York, no período de 1834 a 1995. Os autores identificaram o período de maior retorno como sendo os períodos de crescimento (*Bull*) e o período de menor retorno como sendo o período de decrescimento (*Bear*). Ao período de maior crescimento correspondeu a menor volatilidade condicional, e ao período de menor crescimento correspondeu a maior volatilidade condicional.

Coe (2002) utilizou o regime de conversão markoviano para estudar as crises financeiras e, em especial, a grande depressão de 1929. Brooks e Katasaris (2003) consideraram o regime de conversão markoviano com três fases de bolha.

Os modelos de conversão de Markov, específicos para os excessos de retorno, assumem a presença de uma variável latente (variável não-observável), que determina a forma de uma relação linear entre o retorno anormal e a dispersão defasada nos preços das ações.

As vantagens sobre a utilização de uma abordagem com variável latente, em vez de um indicador predefinido, foram longamente documentadas; por exemplo, quanto à análise de ciclos de negócios. Nesse caso, o modelo de Markov produz estimativas das probabilidades condicionais que contêm informação mais precisa sobre os estados que estão comandando o processo, do que um simples indicador binário de estados, o qual está sujeito a erros significativos. A estimativa das probabilidades condicionais de cada estado permite maior flexibilidade em modelar o processo de conversão.

Uma motivação adicional para o uso de uma abordagem com variável latente, nesse caso, é o fato de que não existe um indicador óbvio dos estados dos processos gerando um retorno anormal – o preço de dispersão parece ser o indicador chefe do retorno anormal, mas não há prioridade no determinante dos regimes variantes.

No modelo de conversão de Markov de retorno anormal, assume-se que o intercepto, o coeficiente de inclinação da regressão e a variância dos erros são estáticos e dependentes.

Se a variável latente for  $S_t$ , a qual pode assumir valores distintos em razão dos diferentes regimes, então o modelo de regressão pode ser escrito como:

$$y_t = z_t' \beta_{S_t} + \varepsilon_{S,t} \quad (2)$$

onde:

$y_t$  = vetor do excesso de retorno;

$z_t = (1 \ x_t \ x_t^2)$ , a matriz de variáveis explicativas;

$x_t$  = vetor de mudança defasada na dispersão de preços;

$\beta_{S,t} = (\mu_{S,t}, \gamma_{S,t}, \theta_{S,t})$  é o vetor dos coeficientes estáticos e dependentes da regressão;

$\varepsilon_{S,t}$  = vetor dos distúrbios, assumindo uma normal com variância estática e dependente  $\sigma_{S,t}^2$ .

Assume-se que as probabilidades de transição, para os dois estados, seguem uma cadeia de Markov de primeira ordem e que é constante ao longo do tempo:

$$P\{S_t = j \mid S_{t-1} = i, S_{t-2} = l, \dots\} = P\{S_t = j \mid S_{t-1} = i\} = p_j \quad (3)$$

A matriz de probabilidades de transição pode ser escrita como:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 & 1-p_2 \\ 1-p_1 & p_2 \end{pmatrix} = (p_{ij}) \quad (4)$$

Sendo  $\xi_t$  uma cadeia de Markov, com  $\xi_t = (1,0)$  quando  $S_t = 1$  e  $\xi_t = (0,1)$  quando  $S_t = 2$ , então a expectativa condicional de  $\xi_{t+1}$ , dado  $S_t = i$  é dada por:

$$E(\xi_{t+1} \mid S_t = i) = \begin{pmatrix} p_{i1} \\ p_{i2} \end{pmatrix} = P\xi_t$$

As densidades condicionais de  $y_t$ , assumidas como sendo Gaussian, são coletadas num vetor  $2 \times 1$ :  $\eta_{it} = (\eta_{1t}, \eta_{2t})$ , onde  $\eta_{it} = f(y_t \mid S_t = i, z_t; \alpha)$  é a função de densidade normal, na qual os parâmetros  $\alpha$  são condicionais ao estado. Isto é,  $\eta_{it} = [(2\pi)^{1/2} \sigma_i]^{-1} \exp(-y_t - z_t' \beta_i)^2 / 2\sigma_i^2$ .

As probabilidades condicionais estáticas podem ser obtidas recursivamente:

$$\hat{\xi}_{t|t} = \frac{\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t}{1' \left( \hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t \right)}$$

$$\hat{\xi}_{t+1|t} = P \hat{\xi}_{t|t}$$

Onde  $\hat{\xi}_{t|t}$  representa o vetor de probabilidades condicionais para cada estado estimado no momento  $t$ , baseado em toda a informação disponível no momento  $t$ , enquanto  $\hat{\xi}_{t+1|t}$  representa uma previsão das mesmas probabilidades condicionais, baseadas na informação disponível no momento  $t$  ao momento  $t + 1$ .

O símbolo  $\otimes$  denota a multiplicação elemento por elemento. O elemento  $i^{\text{th}}$  do produto  $\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t$  pode ser interpretado como a distribuição conjunta condicional de  $y_t$  e  $S_t = i$ . O numerador na expressão (6) representa a densidade do vetor observado  $y_t$  condicional às observações passadas.

Dadas as hipóteses feitas em relação à densidade condicional dos distúrbios, a função logarítmica de probabilidade pode ser escrita como:

$$L(\alpha, P) = \sum_{t=1}^T \log f(y_t | z_t; \alpha; P) = \sum_{t=1}^T \log 1' \left( \hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t \right) \quad (5)$$

Essa abordagem permite a estimação de dois conjuntos de coeficientes da regressão e a variância dos termos residuais, juntamente com um conjunto de probabilidades de transição.

Um número de restrições precisa ser imposto nos valores dos coeficientes para assegurar a consistência com as hipóteses do modelo. As probabilidades de transição foram restringidas a estar entre 0 e 1, enquanto foi imposto um limite não-negativo ao desvio padrão dos resíduos em ambos os estados.

Cabe salientar que, nos modelos de Markov, é essencial assegurar uma amostra suficientemente longa para a identificação correta da variabilidade no tempo dos parâmetros. Nesse sentido, por exemplo, Alexander e Dimitriui (2002) cobriram o período amostral, de 1992 a 2002.

### 3

## TESTES EMPÍRICOS

Nesse estudo, o portfólio cointegrado foi denominado Pc. Este foi criado por meio da escolha de ações que pertenciam ao Ibovespa desde janeiro de 1995, que é a data inicial da amostra, até novembro de 2004. Portanto, no total, a carteira foi composta por doze ações. São elas: ACES4, ARCZ6, BBDC4, CESP4, ELET3, ELET6, PTIP4, ITAU4, ITSA4, KLBN4, LIGH3 e PETR4.

O primeiro passo consistiu em regressar os logaritmos dos preços diários das doze ações contra o logaritmo do Ibovespa diário, obtendo-se os coeficientes da regressão que são os pesos ótimos ( $w^*$ ).

$$\ln(Ibov) = \ln(P_1)w_1^* + \ln(P_2)w_2^* + \dots + \ln(P_{12})w_{12}^* \quad (6)$$

Os doze pesos ótimos foram normalizados para que o somatório destes correspondesse a 100%, ou seja,  $\sum_n w = 100\%$ .

Pela fórmula a seguir, foi obtido o portfólio cointegrado (Pc):

$$\ln(Pc) = \ln(P_1)w_1^* + \ln(P_2)w_2^* + \dots + \ln(P_{12})w_{12}^* \quad (7)$$

onde:

$\ln(Pc)$  = logaritmo do preço do portfólio cointegrado

$\ln(Pn)$  = logaritmo do preço da ação n

$w_n^*$  = peso ótimo da ação n

Também foram encontradas evidências de retornos anormais a partir da estratégia de indexação de cointegração, mostrando que o portfólio em questão, compreendendo as doze ações do *benchmark*, produz retornos positivos anormais em certas condições de mercado. Esses retornos anormais foram obtidos por meio da comparação entre o retorno do portfólio de cointegração e o retorno do próprio Ibovespa (não foram descontados os custos de transação).

Como base de comparação, foi criada uma carteira por meio da técnica de Markowitz, utilizando a mesma amostra. Essa carteira foi denominada Pm. Na Tabela 1, podem ser comparados os pesos usados em ambos os portfólios.

**Tabela 1**

**Pesos das ações nas carteiras (em %)**

Carteiras	BBDC4	PETR4	ACES4	ARCZ6	CESP4	ELET3	ELET6	ITAU4	ITSA4	LIGH3	PTIP4	KLBN4
Pc (*)	-2,00	4,00	-2,00	4,00	-9,00	-85,00	120,00	47,00	-12,00	20,00	13,00	1,00
Pm (*)	0,40	-0,03	0,00	0,12	42,44	15,29	18,41	8,77	8,53	-0,04	3,37	2,74

Fonte: Elaboração dos autores.

(\*) Restrição: a soma dos pesos é igual a 100%.

Segundo o conceito de carteiras eficientes (DAMODARAM, 2004), devem-se maximizar os retornos esperados dado um determinado desvio padrão. Portanto, para obter os pesos do Pm, o desvio padrão foi fixado em 2,97%, que é o mesmo desvio do Pc. Para esse dado nível de desvio, foi encontrado o maior retorno da carteira.

Cabe salientar que os critérios usados na análise de cointegração, que consistem em maximizar a estacionariedade (e minimizar a variância) do erro de aderência, contrastam com o critério da fronteira eficiente, já que, na estrutura de Markowitz, os portfólios baseiam-se na análise média-variância e não há nada que possa garantir que os erros de aderência apresentem reversão à média. Embora, os portfólios possam ser eficientes, os erros de aderência podem ser passeios aleatórios. Assim, o portfólio de replicação pode se afastar arbitrariamente para longe do *benchmark*, a menos que ele seja freqüentemente rebalanceado (ALEXANDER, 2004).

Ao se usar a cointegração, é possível planejar as alocações que tenham erros de aderência com reversão à média. De fato, qualquer estratégia de investimento que garanta que os erros de aderência sejam estacionários deve ser baseada na cointegração. Quando os erros de aderência são estacionários, o portfólio fica atado ao índice: ele não pode se afastar para muito longe do índice porque os erros de aderência apresentam reversão à média.

Conforme a Tabela 2, é possível verificar que o portfólio Pm apresenta alguns retornos anormais, que acabam superando os resultados do portfólio cointegrado (Pc) para os anos de 1997, 2000, 2001 e 2003. No entanto, ele apresenta perdas significativas nos demais anos. Com isso, na média, o portfólio cointegrado (Pc) apresenta um retorno médio anual de 10,79%, que é maior do que o retorno médio anual apresentado pelo Pm, de 8,05%.

**Tabela 2**

**Retornos anuais de Pc e Pm (em %)**

Anos	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	Período
Pc	2,01	58,41	37,37	-44,17	86,92	-6,58	-17,60	-12,92	62,58	12,47	178,50
Pm	-20,03	39,97	41,67	-66,53	68,02	28,56	-9,98	-40,80	71,74	5,18	117,81

**Tabela 3**

**Retornos anormais\* de Pc e Pm (em %)**

Anos	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	Período
Pc	2,48	9,09	0,33	-3,43	-5,48	4,76	-5,92	5,72	-5,39	6,26	8,42
Pm	-19,57	-9,35	4,63	-25,78	-24,37	39,89	1,70	-22,16	3,77	-1,03	-52,27

(\*) Retorno anormal = retorno da carteira – retorno do *benchmark* (sem considerar custos de transação).

Merecem destaque as grandes flutuações na trajetória do Ibovespa. Tais flutuações podem ser causadas pela existência de bolhas especulativas racionais, implicando, portanto, mudança de regime.

É importante mencionar que o conceito de não-linearidade refere-se à mudança de regimes ou estados, o que quer dizer que algumas propriedades da série de tempo, como a média, a variância e a função de autocovariância, são diferentes em razão dos distintos regimes. Cada um dos regimes gera uma série de observações que pode ser descrita por um processo linear. Entretanto, a combinação ou o somatório desses processos gera uma dinâmica não-linear. O processo de transição de um estado para o outro obedece a um processo de Markov.

Para estimação do modelo, utilizou-se o *software* MSVAR de Hans-Martin Krolzig. Considerou-se a média condicional variável, supondo variância condicional igual e constante em cada regime, modelos MSM(M)-AR(p). Os modelos testados para periodicidade mensal estão relacionados na Tabela 4.

Todos os modelos com periodicidade mensal mostraram-se significativos a 5%. As maiores probabilidades referem-se à permanência nos atuais regimes, e a maior probabilidade é de permanecer no regime 2 para todos os casos. Quanto à duração e ao número de observações, destaca-se novamente o regime 2, com números superiores aos demais regimes para todos os modelos analisados, conforme Tabela 4.

**Tabela 4**

**Estimativas dos modelos MSM (M) -Ar (p) para periodicidade mensal**

	MSM (2) AR (2)	MSM (2) AR (3)	MSM (3) AR (2)	MSM (3) AR (3)
Média $\mu_1$ (fase 1)	-0,3145 (-4,1642)	-0,0721 (-3,2619)	-0,2841 (-5,7360)	-0,1043 (-9,6048)
Média $\mu_2$ (fase 2)	0,0290 (2,9617)	0,0528 (4,2402)	0,0227 (2,5124)	0,0354 (7,8246)
Média $\mu_3$ (fase 3)		0,1053 (3,1214)	0,0926 (10,3799)	
Prob. Trans. 11	0,00	63,52	0,00	55,62
Prob. Trans. 22	96,32	85,29	96,69	81,73
Prob. Trans. 33			47,21	77,42
Prob. Não Cond. R1	3,55	28,74	4,22	22,47
Prob. Não Cond. R2	96,45	71,26	87,55	54,59
Prob. Não Cond. R3			8,23	22,94
Duração Regime 1	1,00	2,74	1,00	2,25
Duração Regime 2	27,15	6,80	30,25	5,47
Duração Regime 3			1,89	4,43
Obs. Regime 1	4,1	33,1	5,1	26,1
Obs. Regime 2	111,9	81,9	100,6	62,7
Obs. Regime 3			10,3	26,2
LR <sub>msw</sub> teste	14,4662	4,2720	21,4111	16,0897

Fonte: Elaboração dos autores.

Observação: (t-student) os parâmetros não são significativos a 5%.

De acordo com os critérios de informação, a especificação do modelo com três regimes mostrou-se mais apropriada em relação à de apenas dois regimes, conforme o teste de diagnóstico de modelos apresentado na Tabela 5.

**Tabela 5**

**Teste de diagnóstico de modelos**

Critérios	MSM (2) AR (2)	MSM (2) AR (3)	MSM (3) AR (2)	MSM (3) AR (3)
AIC	-1,6195	-1,5180	-1,5931	-1,5338
HQ	-1,5520	-1,4405	-1,4775	-1,4079
SC	-1,4533	-1,3271	-1,3083	-1,2235
LogLik.	100,9287	95,2863	104,4012	101,1951

Fonte: Elaboração dos autores.

A partir da separação dos retornos das ações em três regimes, foram calculados os betas das doze ações para cada um dos três regimes, utilizando a equação, com dados diários:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + \varepsilon_{it} \quad (8)$$

onde:

$r_{it}$  = retorno esperado do ativo i

$r_{mt}$  = retorno esperado do portfólio de mercado

$\beta_i$  = beta do ativo i

O Ibovespa foi utilizado como *proxy* para o portfólio de mercado. Verificou-se que, enquanto para algumas ações o beta aumenta à medida que se torna mais arriscado, para outras ações essa relação é inversa, ou seja, o beta diminui num regime de maior risco.



**Tabela 6**

**Betas dos retornos das carteiras nos três regimes com dados mensais**

Ações	Regime 3	Regime 2	Regime 1
BBDC4	0,79	0,92	0,87
PETR4	1,05	0,86	1,43
ACES4	0,97	0,90	0,75
ARCZ6	1,48	0,51	0,54
CESP4	1,17	0,71	1,12
ELET3	1,36	1,22	1,28
ELET6	1,23	1,18	1,24
ITAU4	0,98	0,72	1,03
ITSA4	0,82	0,92	0,63
LIGH3	-0,24	1,09	0,81
PTIP4	0,15	0,76	0,66
KLBN4	0,54	0,38	0,70

Fonte: Elaboração dos autores.

Nem todas as ações, entretanto, partem de um mesmo nível para o beta. Existem ações cujos betas são maiores do que um, menores ou próximos de um.

**Tabela 7**

**Classificação dos betas**

Classificação	Nível do beta, onde regime $i = 1, 2, 3$
c = acima	para ações com $\beta > 1$ no regime $i$ , $i = 1, 2, 3$
m = média	para ações com $\beta \cong 1$ no regime $i$ , $i = 1, 2, 3$
a = abaixo	para ações com $\beta < 1$ no regime $i$ , $i = 1, 2, 3$

Fonte: Elaboração dos autores.

De acordo com a classificação apresentada na Tabela 7, podem-se encaixar essas ações em nove quadrantes diferentes, como demonstra a Tabela 8.

**Tabela 8**

**Classificação das ações**

Nível do beta	Trajetória do beta		
	Sobe	Constante	Desce
c = acima	cs	cc	cd
m = média	ms	mc	md
a = abaixo	as	ac	ad

Fonte: Elaboração dos autores.

Obedecendo a esses critérios, as ações foram classificadas de acordo com o exposto na Tabela 9.

**Tabela 9**

**Classificação das ações**

Grupos	Sobe	Constante	Desce
c = acima	-	CESP4 ELET3 ELET6	ARCZ6
m = média	PETR4	ITAU4	ACES4
a = abaixo	LIGH3 PTIP4 KLBN4	BBDC4 ITSA4	-

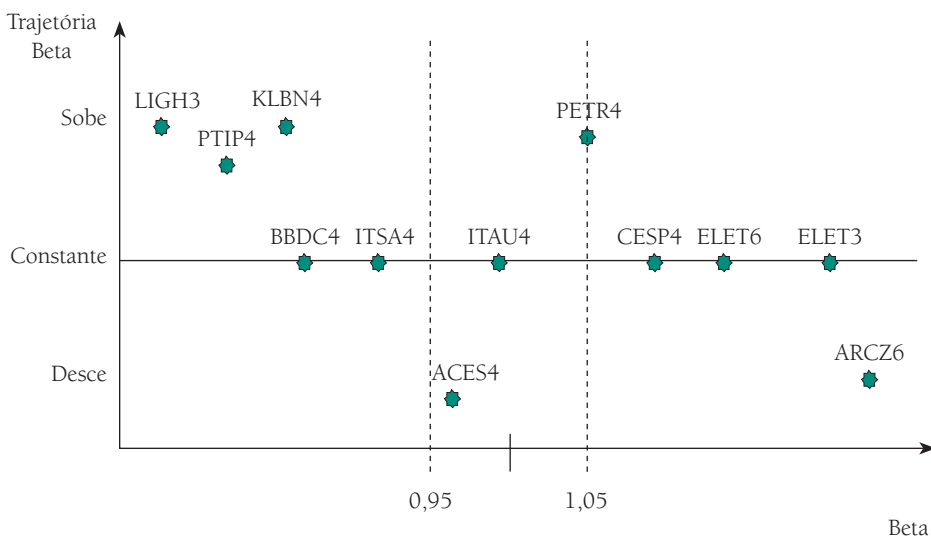
Fonte: Elaboração dos autores.

Portanto, dos nove quadrantes possíveis, as ações foram classificadas em sete grupos distintos, denominados como:

- cc: ações com  $\beta > 1$  e trajetória constante;
- cd: ações com  $\beta > 1$  e trajetória decrescente;
- ms: ações com  $\beta \cong 1$  e trajetória ascendente;
- mc: ações com  $\beta \cong 1$  e trajetória constante;
- md: ações com  $\beta \cong 1$  e trajetória decrescente;
- as: ações com  $\beta < 1$  e trajetória ascendente;
- ac: ações com  $\beta < 1$  e trajetória constante.

### Gráfico 1

#### Classificação das ações por quadrante



Das ações cujos betas começaram abaixo de 1, a maioria desses betas subiu ou se manteve constante, sendo a única exceção ACES4, cujo beta passou de 0,97 para 0,75. O mesmo padrão de comportamento pode ser verificado para ações com betas acima de 1, sendo a única exceção ARCZ6, já que seu beta teve trajetória descendente.

Das ações cujos betas começaram abaixo de 1, a maioria desses betas subiu ou se manteve constante, sendo a única exceção ACES4, cujo beta passou de 0,97 para 0,75. O mesmo padrão de comportamento pode ser verificado para ações com betas acima de 1, sendo a única exceção ARCZ6, já que seu beta teve trajetória descendente.

Em termos de comparação para a análise da estratégia de alocação das ações, foi construído também um portfólio baseado em Markowitz. Quando se analisam os portfólios construídos nesse estudo, observam-se comportamentos distintos na alocação dessas ações.

**Tabela 10**

**Posição das ações nas carteiras**

Ações	Pc	Pm	Grupos
BBDC4	-	+	ac
PETR4	+	-	ms
ACES4	-	0	md
ARCZ6	+	+	cd
CESP4	-	+	cc
ELET3	-	+	cc
ELET6	+	+	cc
ITAU4	+	+	mc
ITSA4	-	+	ac
LIGH3	+	-	as
PTIP4	+	+	as
KLBN4	+	+	as

Fonte: Elaboração dos autores.

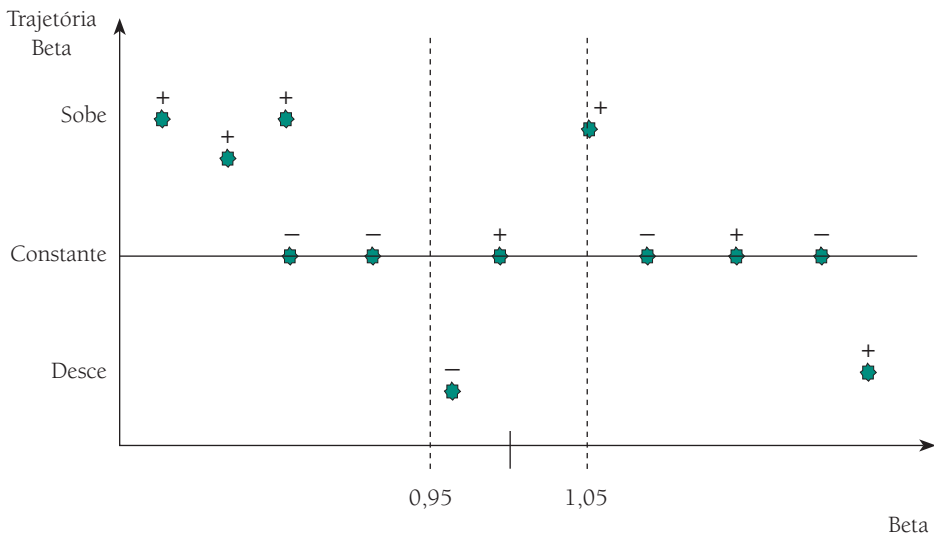
Onde: + significa compra; - significa vende; 0 significa não-alocação no portfólio.

ação BBDC4 e ITSA4, classificadas como “ac”, vende CESP4 e ELET3, classificadas como “cc”. Só não vende ITAU4, que se manteve constante e que o beta de início era próximo a 1.

A estratégia de alocação das ações nos portfólios Pc pode ser observada, conforme demonstra o Gráfico 2.

## Gráfico 2

### Estratégia de alocação no portfólio cointegrado (Pc)



Conclui-se, portanto, que o portfólio cointegrado (Pc) consegue um maior retorno que o Pm, por meio da compra de ações cujos betas sobem quando se passa para um regime com maior risco. Entretanto, o portfólio cointegrado (Pc) consegue manter um nível de risco no mesmo patamar que o risco do portfólio de Markowitz (Pm).

Conclui-se, portanto, que o portfólio cointegrado (Pc) consegue um maior retorno que o Pm, por meio da compra de ações cujos betas sobem quando se passa para um regime com maior risco. Entretanto, o portfólio cointegrado (Pc) consegue manter um nível de risco no mesmo patamar que o risco do portfólio de Markowitz (Pm).

## 4 CONCLUSÕES

A partir das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo, que compõem o Ibovespa, foi possível a criação de um portfólio cointegrado, primeira proposta do presente trabalho, denominado de Pc. Após a construção desse portfólio cointegrado (Pc), foram apurados os retornos anormais (retornos do portfólio cointegrado – retornos do Ibovespa) derivados dessa estratégia de cointegração.

Para fins de comparação, construiu-se também um portfólio, chamado Pm, adotando o modelo de Markowitz e fixando um risco igual ao do portfólio Pc. Pode ser verificado que o retorno do Pm é menor que o retorno obtido pela estratégia de cointegração. Conseqüentemente, o portfólio cointegrado possui um menor coeficiente de variação em relação ao portfólio Pm.

Acrescenta-se ainda que o portfólio cointegrado conseguiu replicar seu *benchmark* na maior parte do tempo e teve desempenho melhor em condições especiais de mercado, com maior volatilidade.

Cabe salientar que o sucesso da estratégia de cointegração em explorar a informação contida nos preços passados das ações não pode ser somente interpretado como evidência contra a hipótese de eficiência de mercado na forma fraca, se, e somente se, o retorno anormal não representar um único fator de risco pelo prêmio escondido.

Notam-se, ainda, grandes flutuações na trajetória do Ibovespa, que podem derivar de mudanças de regimes. Portanto, o processo de geração de retornos do mercado e dos títulos foi modelado como processo de conversão de Markov.

Encontraram-se evidências de diferentes regimes no mercado acionário. A especificação do modelo com três regimes mostrou-se mais apropriada em relação à de apenas dois regimes.

- *Construção de uma carteira de ações por meio de cointegração com a carteira de referência*, Patrícia Marília Ricomini e Almeida, Diogenes Manoel Leiva Martin, Herbert Kimura, Wilson Toshiro Nakamura

Com base no número de regimes do mercado acionário e em seus períodos definidos, os betas das ações foram calculados para cada regime. De acordo com a trajetória dos betas, elaborou-se uma classificação dessas ações em nove grupos distintos, o que permitiu estabelecer uma associação entre a trajetória dos betas e a estratégia de alocação dessas ações para o portfólio cointegrado.

Em resumo, a estratégia de cointegração para alocação de ativos, que consiste em comprar ações cujos betas aumentam, quando se passa para um regime mais arriscado, permite obter um retorno maior do que o portfólio de mercado (Ibovespa) e que o portfólio construído por meio de Makowitz (Pm), sem aumentar, no entanto, seu nível de risco.

Essas informações podem ser usadas como uma ferramenta de diagnóstico e incorporadas na construção de portfólios e modelos de alocação de ativos.

## Referências

ALEXANDER, C. Optimal hedging using cointegration. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, v. 357, p. 2039-2058, 1999.

\_\_\_\_\_. *Equity indexing, cointegration and stock price dispersion: a regime switching approach to market efficiency*. Discussion paper 2003-02, ISMA Discussion Paper Series in Finance, 2003.

\_\_\_\_\_. *Market models: a guide to financial data analysis*. São Paulo: John Wiley, 2004.

ALEXANDER, C.; DIMITRIU, A. *The cointegration alpha: enhanced index tracking and long-short market neutral strategies*. Discussion paper 2002-08, ISMA Discussion Paper Series in Finance, 2002.

ALEXANDER, S. Price movements in speculative markets: trends or random walks. *Industrial Management Review*, v. 5, n. 2, p. 25-46, 1964.

BROOKS, C.; KATASARIS, A. A three-regime model of speculative behavior: modelling the evolution of S&P 500 composite index. *Working Paper*, 2003.

CARHART, M. On persistence in mutual fund performance. *Journal of Finance*, v. 52, p. 57-82, 1997.

CLARIDA, R. H. et al. The out-of-sample success of term structure models as exchange rate predictors: a step beyond. *Journal of International Economics*, v. 60, p. 61-83, 2003.

COE, P. Financial crisis and the great depression: a regime switching approach. *Journal of Money*, v. 34, p. 76-93, 2002.

DAMODARAM, A. *Corporate finance: theory and practice*. 2. ed. New York: John Wiley, 2004.

DIEBOLD, F. X.; LEE, J. H.; WEINBACH, G. C. (1994). *Regime switching with time-varying transition probabilities*. Oxford: Oxford University Press, 1994, p. 283-302.

ELTON, E. J. et al. Efficiency with costly information: a reinterpretation of evidence from managed portfolios. *Review of Financial Studies*, v. 1, p. 1-22, 1993.

ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. Co-integration and error correction: representation, estimation and testing. *Econometrica*, v. 552, p. 251-276, 1987.

FAMA E. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, v. 25, p. 383-417, 1970.

FAMA E.; BLUME, M. Filter rules and stock market trading. *Journal of Business*, v. 39, Issue 1, p. 226-241, 1966.

GARCIA, R. Asymptotic null distribution of the likelihood ratio test in Markov Switching Models. *International Economic Review*, v. 39, p. 763-788, 1998.

HAMILTON, J. D. A new approach to the economic analysis of nonstationarity time series and the business cycle. *Econometrica*, v. 57, p. 357-384, 1989.

HANSEN, B. E. The likelihood ratio test under non-standard conditions: testing the Markov Switching Model of GNP. *Journal of Econometrics*, v. 7, p. S61-S82, 1992a.

\_\_\_\_\_. E. Erratum: The likelihood ratio test under non-standard conditions: testing the Markov Switching Model of GNP. *Journal of Econometrics*, v. 11, p. 195-199, 1992b.

HWANG, S.; SATCHELL, S. The Disappearance of Style in US Equity Market. *Financial Econometrics Research Centre Working Paper*, Cass Business School, 2001.

JENSEN, M. C. The performance of mutual funds in the period 1955-1964. *Journal of Finance*, v. 23, p. 389-416, 1968.

\_\_\_\_\_. Some anomalous evidence regarding market efficiency. *Journal of Finance*, v. 6, p. 95-101, 1978.

KERLINGER, F. N. *Metodologia da pesquisa em ciências sociais*. São Paulo: EPU/Edusp, 1980.

KIM, C. J. Dynamic linear models with Markov switching. *Journal of Econometrics*, v. 60, p. 1-22, 1994.

LAKONISHOK, J.; VERMAELEN, T. Anomalous price behavior around repurchase tender offers. *Journal of Finance*, v. 45, n. 2, p. 455-477, 1990.

MAHEU, J. M.; MCCURDY, T. H. Identifying bull and bear markets in stock returns. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 18, n. 1, p. 100-112, 2000.

MCQUEEN, G.; THORLEY, S. Bubbles, stock returns and duration dependence. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 29, p. 379-401, 1994.



- *Construção de uma carteira de ações por meio de cointegração com a carteira de referência*, Patrícia Marília Ricomini e Almeida, Diogenes Manoel Leiva Martin, Herbert Kimura, Wilson Toshiro Nakamura

NORDEM, S. van; SCHALLER, H. The predictability of stock market regime: evidence from the Toronto Stock Exchange. *The Review of Economics and Statistics*, p. 505-514, 1993.

\_\_\_\_\_. Speculative behavior, regime-switching and stock market crashes. *Working Paper*, Bank of Canada, p. 96-130, 1996.

PEREZ-QUIROS, G.; TIMMERMANN, A. Firm size and cyclical variation in stock returns. *Journal of Finance*, v. 50, p. 1229-1262, 2000.

PSARADAKIS, Z.; SOLA, M. Finite – sample properties of the maximum likelihood estimator in autoregressive models with Markov switching. *Journal of Econometrics*, v. 86, p. 369-386, 1998.

SCHWERT, G. W. Business cycles, financial crisis and stock volatility. *Carnegie – Rochester Conference Series on Public Policy*, v. 31, p. 83-126, 1989.

SHARPE, W. F. Mutual fund performance. *Journal of Business*, v. 39, p. 119-138, 1966.

TURNER, C. M.; STARTZ, R.; NELSON, C. R. (1989). A Markov model of heterocedasticity, risk and learning in the stock market. *Journal of Financial Economics*, v. 25, p. 3-22, 1989.