

AS RAÍZES DA TEORIA DA ESTABILIDADE DO EQUILÍBRIO COMPETITIVO EM MERCADO ÚNICO: AS CONTRIBUIÇÕES DE WALRAS E MARSHALL¹

Tácito Augusto Farias

Doutor em Economia Aplicada pela Universidade de São Paulo (USP) e mestre em Economia pela Universidade Federal de Pernambuco (UFP). Professor associado da Universidade Federal de Sergipe (UFS).

E-mail: tacitoaugusto@yahoo.com.br

Lucas Emanuel da Silva

Mestrando em Economia pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

E-mail: kodlucas@hotmail.com

José Henrique Santos Rodrigues

Mestrando em Economia pela Universidade Federal de Alagoas (UFAL).

E-mail: jhenriques@hotmail.com

¹ Este artigo está baseado no capítulo 3 da tese de doutorado intitulada *Uma abordagem histórica sobre a teoria da estabilidade na análise do equilíbrio competitivo* (FARIAS; PRADO, 1999).

Resumo

Neste artigo, propomos traçar um panorama analítico e histórico da teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo walrasiana e marshalliana. Usamos como elemento fundamental a geometria analítica, o cálculo diferencial para solução do problema do equilíbrio competitivo, e fechamos o artigo com comentários sobre a obra de Walras.

Palavras-chave: Equilíbrio; Estabilidade; Excesso de demanda.

1

A ESTABILIDADE DO EQUILÍBRIO EM MERCADO ÚNICO

1.1 A influência de Cournot

Leon Walras (1834-1910), estabelecido num ambiente de filosofia cartesiana na Suíça, é considerado o expoente da escola neoclássica, mais precisamente um dos pilares da escola marginalista, juntamente com Carl Menger (1840-1921), que respirava num ambiente neokantiano da Áustria, e William Stanley Jevons (1835-1882), que vivia sob a tradição empírica e utilitarista da filosofia britânica (SCHUMPETER, 1964).

Associado ao panorama histórico-institucional, um elemento influenciador da conduta analítica de Walras traduz-se na obra de Antoine Augustin Cournot, denominada *Researches into the mathematical principles of theory of wealth*, publicada em 1838, quatro anos após o nascimento de Walras. As contribuições de Cournot que marcaram a obra Walras são estabelecidas em cinco partes: geométrica, conceitual, monopólio puro, duopólio e estudo comparativo da concorrência perfeita, e as estruturas de monopólio e duopólio.

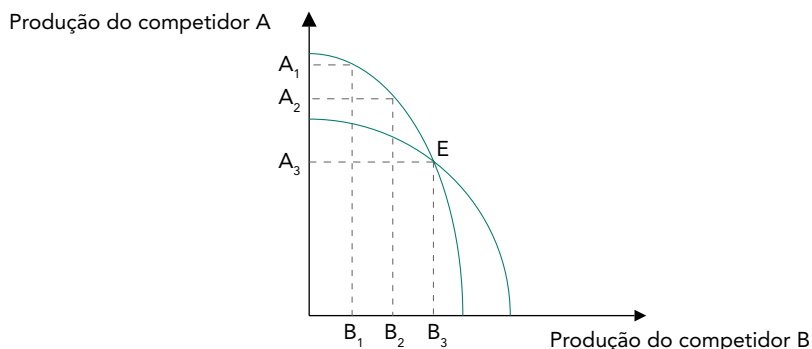
Cournot (1838) foi o primeiro escritor em teoria econômica a definir e traçar uma curva da demanda. Segundo esse autor, a curva da demanda de mercado possui representação geométrica e apresenta declividade negativa, que expressa a relação entre as quantidades efetivas que os consumidores compram a cada ano a um preço médio anual; a curva de demanda é uma relação empírica entre vendas e preços.

Monopólio puro é uma estrutura do mercado em que existe um único produto que não possui substituto próximo. As funções de demanda, receita total, receita marginal e custo marginal são estabelecidas por Cournot (1838) com o propósito de esclarecer a condição de maximização de lucro: 1. condição de primeira ordem na qual a derivada do lucro em relação ao preço iguala a zero, o que implica receita marginal igual a custo marginal; e 2. a condição de segunda ordem mostra que receita marginal é menor do que o custo marginal no campo de definição do equilíbrio na estrutura monopolística.

Na construção de Cournot (1838), a teoria do duopólio repousa na hipótese concorrência, segundo a qual os compradores anunciam os preços e os vendedores ajustam a sua produção aos preços dados. O autor estabelece a estratégia de ação do duopolista: cada duopolista avalia a função da demanda do produto e mantém fixas as quantidades do produto que deve ser negociado, tomando como hipótese que a produção do seu competidor permanece inalterada. Apesar de cada duopolista ajustar a sua produção simultaneamente à produção do seu competidor, haverá sempre a suposição de que a produção do competidor permanecerá inalterada, o que significa que uma solução deverá ser estabelecida (SCHUMPETER, 1964). É possível caracterizar tal estratégia de ação graficamente por meio do uso das curvas dos competidores:

Figura 1

Funções de reação dos competidores A e B



Fonte: Elaborada pelos autores.

Cournot (1838) estabelece comparações dos níveis de preço e produção entre as estruturas de mercado: concorrência perfeita, duopólio e monopólio. O autor constata que, quanto ao nível de preços, a concorrência perfeita apresenta níveis inferiores àquele alcançado pelo duopólio e este inferior ao monopólio. Em relação ao nível de produção, aponta que os níveis de produção em concorrência perfeita são superiores àqueles alcançados pelo duopólio e monopólio, em que este apresenta o menor dos níveis de produção.

Portanto, é possível constatar que Walras (1954, 1996), na construção de sua teoria, utiliza os elementos-chave de Cournot (1838): 1. a função excesso da demanda que usa como parte integrante a função da demanda; 2. a noção de equilíbrio, otimização e determinância; 3. o uso do aparato algébrico e gráfico para representar situações econômicas abstratas.

Como material de apoio ao supracitado, focalizam-se as principais contribuições de Walras (1954, 1996) na forma de conceitos e proposições, e realiza-se um exercício numérico em detalhe, de maneira a facilitar a compreensão das principais contribuições à teoria da estabilidade, focalizando os casos possíveis.

2

A CONTRIBUIÇÃO DE WALRAS

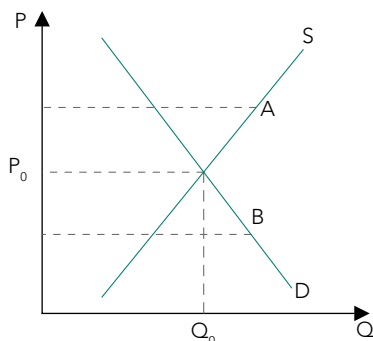
Num sistema econômico walrasiano, o preço e a quantidade de equilíbrio resultam da igualdade entre oferta e demanda. Por conseguinte, o equilíbrio caracteriza-se pelo entendimento no mercado entre compradores e vendedores, o que significa que nenhum dos participantes no mercado está disposto a modificar seu comportamento. Porém, a simples existência de tal equilíbrio não justifica que este seja alcançado. Quando as negociações começam a se processar, nada garante que o preço de equilíbrio será atingido. Também não há garantia ou mesmo razão para imaginar que o preço inicial seja aquele de equilíbrio. Ademais, as curvas de oferta ou de demanda podem se alterar como resultado de mudanças nas inovações técnicas ou preferências dos consumidores. Esses fatores implicam uma mudança na situação estabelecida do equilíbrio. A mudança conduz a uma nova situação do equilíbrio, e, mesmo assim, não há qualquer garantia de que ele será atingido (WEINTRAUB, 1983).

Num sistema econômico, diz-se que uma perturbação representa uma situação na qual o preço real difere daquele de equilíbrio. No mesmo sistema, define-se que um equilíbrio é estável se uma perturbação implica um retorno ao equilíbrio. Caso contrário, afirma-se que o equilíbrio é instável.

Qualquer perturbação no esquema analítico do equilíbrio walrasiano gera um processo de ajustamento de mercado, ou seja, se o preço real for superior ao preço de equilíbrio, ponto A do gráfico, o ajustamento se processará no sentido de menor número de lances do consumidor, restaurando, assim, o equilíbrio no mercado. Caso contrário, aumenta o número de lances do consumidor, restaurando o equilíbrio no mercado, ponto B do gráfico (HAHN, 1961, 1962; INGRAO; ISRAEL, 1990).

Figura 2

Processo de ajustamento



Fonte: Elaborada pelos autores.

A análise sobre estabilidade do equilíbrio walrasiano é feita segundo a ótica estática, o que significa que não se considera o tempo necessário para o processo de ajustamento e examina-se única e especificamente a natureza da mudança. Tecnicamente, a análise estática é um método de tratar fenômenos econômicos que procura estabelecer relações entre elementos do sistema econômico – preço e quantidade de bens – que se referem ao mesmo período de tempo (SAMUELSON, 1941, 1947; HAHN, 1961, 1962; INGRAO; ISRAEL, 1990).

Em Walras (1954, 1996), encontramos um elemento de análise que caracterizou seu estudo sobre a estabilidade do sistema econômico: a função excesso da demanda. Essa função é definida como a diferença entre as funções demanda e oferta. Na representação matemática, temos:

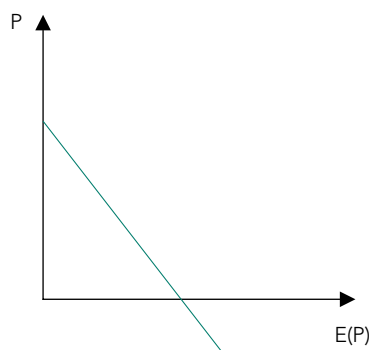
$$E(P) = D(P) - S(P), \quad P > 0 \quad (1)$$

em que $E(P)$ é a função excesso da demanda ao preço P ; $D(P)$, a função demanda ao preço P ; e $S(P)$, a função oferta ao preço P .

Considerando que as curvas de demanda e oferta apresentam inclinações convencionais e que tais curvas sejam descritas graficamente no plano cartesiano, a curva de excesso da demanda é descrita também num plano cartesiano e tem inclinação negativa (MCKENZIE, 1960). Quando as curvas de demanda e oferta são lineares, a curva de excesso da demanda tem o formato apresentado na Figura 3.

Figura 3

Função excesso da demanda



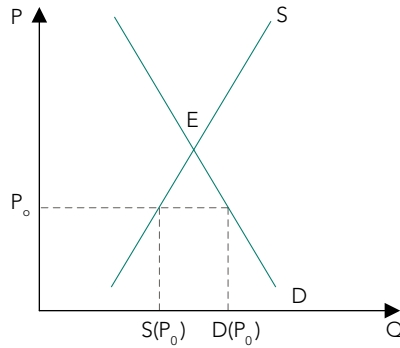
Fonte: Elaborada pelos autores.

Geometricamente (CORNWALL, 1984), é possível imaginar três situações:

- *Situação 1:* $E(P_0) > 0$, pois $D(P_0) > S(P_0)$.

Figura 4

Excesso de demanda positivo

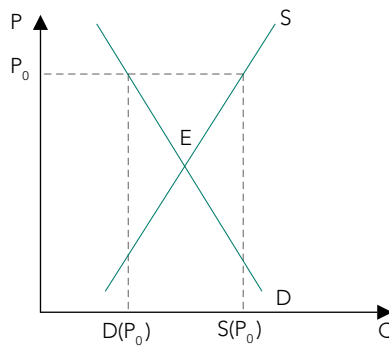


Fonte: Elaborada pelos autores.

- *Situação 2:* $E(P_0) < 0$, pois $D(P_0) < S(P_0)$.

Figura 5

Excesso de demanda negativo

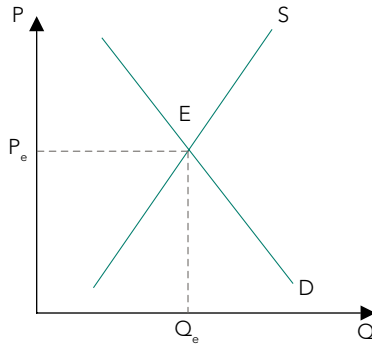


Fonte: Elaborada pelos autores.

- Situação 3: $E(P_e) = 0$, pois $D(P_e) = S(P_e)$.

Figura 6

Excesso da demanda nulo



Fonte: Elaborada pelos autores.

É a partir da definição da função excesso da demanda que Walras (1954, 1996) estabelece a condição fundamental relativa à estabilidade do equilíbrio competitivo: um mercado é estável se uma elevação do preço reduz o excesso da demanda. Formalmente, representa-se, em notação atual, essa condição de estabilidade (TAKAYAMA, 1996) como segue:

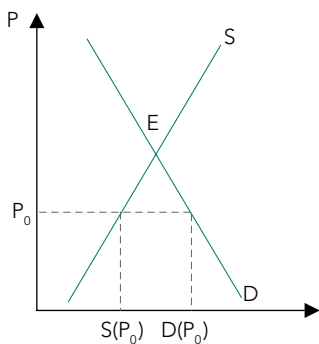
$$\frac{dE(P)}{dP} = E'(P) = D'(P) - S'(P) < 0 \quad (2)$$

É geometricamente possível (CORNWALL, 1984) ilustrar situações em que a Equação (2) pode ou não ser satisfeita:

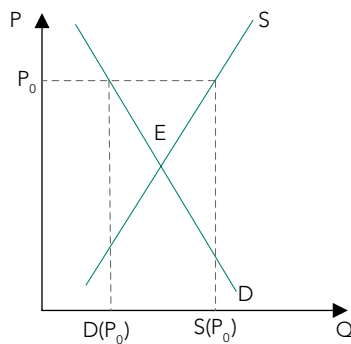
- Situação 1: $D'(P) < 0$ e $S'(P) > 0$.

Figura 7

Equilíbrio estável



(a) $E(P) > 0$



(b) $E(P) < 0$

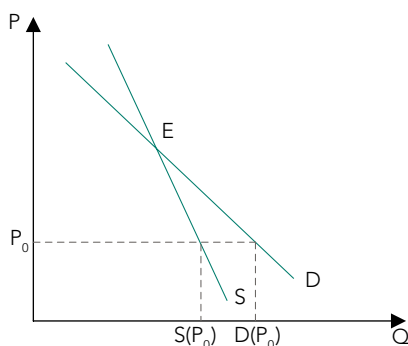
Fonte: Elaborada pelos autores.

Na situação 1, em que as curvas de oferta e demanda estão em seus formatos convencionais, a diferença $D'(P)$ menos $S'(P)$ sempre será negativa. Dessa forma, o equilíbrio resultante será estável.

- Situação 2: $D'(P) < 0$ e $S'(P) < 0$, em que $S'(P) < D'(P)$.

Figura 8

Equilíbrio estável



Fonte: Elaborada pelos autores.

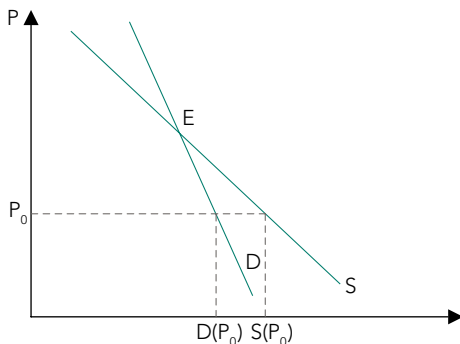
Na situação 2, mesmo com a curva de oferta negativamente inclinada, o fato de a curva de demanda ter maior inclinação garante que a diferença

$D'(P)$ menos $S'(P)$ seja negativa, mantendo, assim, a existência do equilíbrio estável.

- Situação 3: $D'(P) < 0$ e $S'(P) < 0$, em que $D'(P) < S'(P)$.

Figura 9

Equilíbrio instável



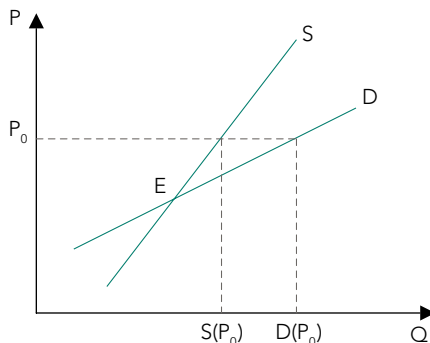
Fonte: Elaborada pelos autores.

Na situação 3, o fato de a curva de oferta apresentar uma inclinação negativa, superior à inclinação da demanda, faz com que a diferença $D'(P)$ menos $S'(P)$ seja positiva, quebrando, assim, a condição fundamental relativa à estabilidade do equilíbrio competitivo imposta por Walras. Fazendo, portanto, com que o equilíbrio seja instável.

- Situação 4: $D'(P) < 0$ e $S'(P) < 0$, em que $S'(P) > D'(P)$.

Figura 10

Equilíbrio instável



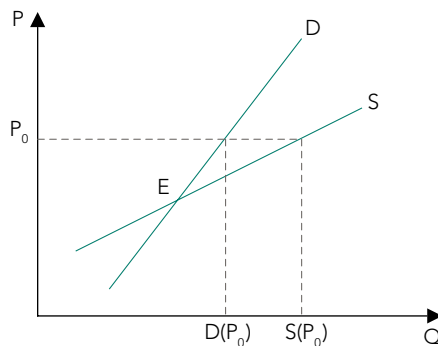
Fonte: Elaborada pelos autores.

Na situação 4, a curva de demanda representa um bem de Giffen, estando, portanto, positivamente inclinada. No entanto, essa curva apresenta uma inclinação inferior à apresentada pela curva de oferta, tornando a diferença $D'(P)$ menos $S'(P)$ positiva, e, conseqüentemente, o equilíbrio instável.

- Situação 5: $D'(P) > 0$ e $S'(P) > 0$, em que $S'(P) < D'(P)$.

Figura 11

Equilíbrio estável



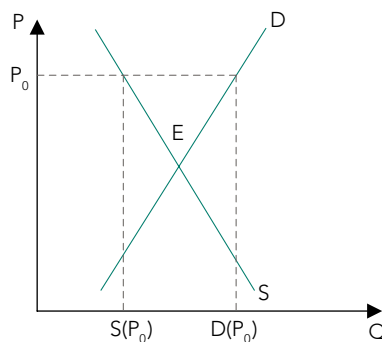
Fonte: Elaborada pelos autores.

Na situação 5, a curva de demanda novamente retrata um bem de Giffen. Contudo, dessa vez, essa curva está mais inclinada do que a curva de oferta, resultando em uma diferença $D'(P)$ menos $S'(P)$ negativa. Nesse caso, verifica-se um equilíbrio estável.

- Situação 6: $D'(P) > 0$ e $S'(P) < 0$.

Figura 12

Equilíbrio instável



Fonte: Elaborada pelos autores.

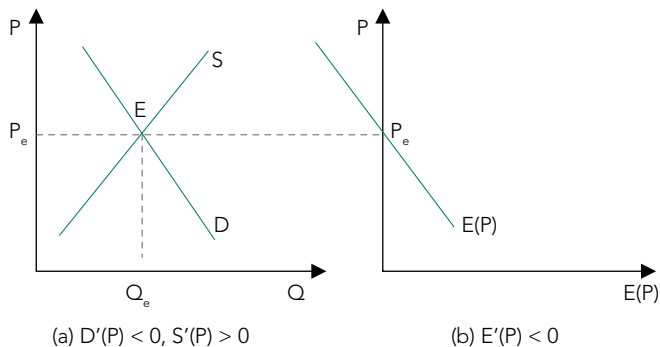
Na situação 6, ambas as curvas apresentam inclinação atípicas, fazendo com que a diferença $D'(P)$ menos $S'(P)$ seja positiva, o que gera um equilíbrio instável.

É possível descrever graficamente a função excesso da demanda em um sistema cartesiano retangular, com vários casos possíveis. A seguir, apresentam-se algumas situações.

- *Situação 1:* formatos convencionais das curvas de oferta e demanda.

Figura 13

Equilíbrio estável único



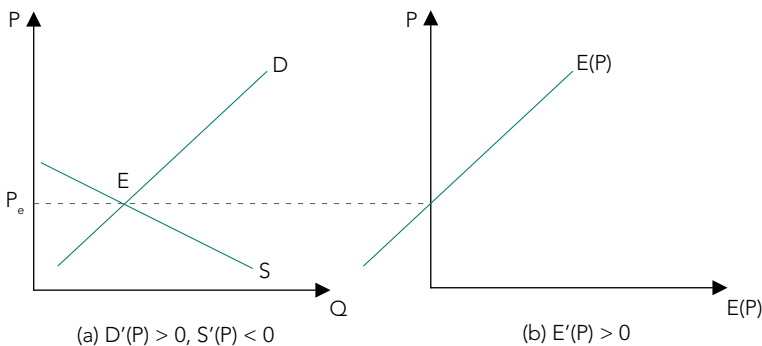
Fonte: Elaborada pelos autores.

Nesse caso, com as curvas de oferta e demanda em inclinações “normais”, a diferença entre $D'(P)$ e $S'(P)$ é negativa, fazendo com que haja um equilíbrio estável, e dessa forma, a curva da função do excesso de demanda está negativamente inclinada.

- *Situação 2:* Formatos não convencionais das curvas de oferta e demanda.

Figura 14

Equilíbrio instável único



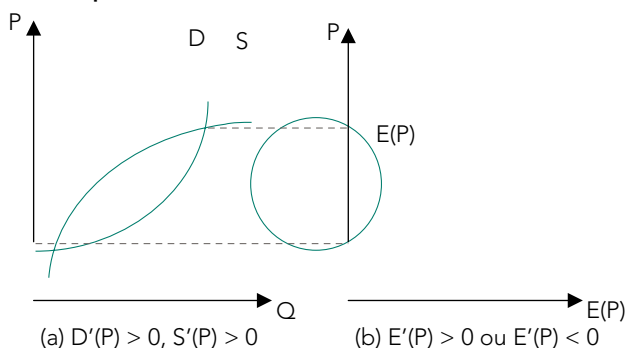
Fonte: Elaborada pelos autores.

Na situação 2, as curvas de oferta e demanda apresentam inclinações não convencionais, negativa para a oferta e positiva para a demanda, fazendo com que a diferença entre $D'(P)$ e $S'(P)$ seja positiva. Nesse caso, há um equilíbrio instável e a curva da função excesso de demanda está positivamente inclinada.

- Situação 3: formato não convencional da curva da demanda.

Figura 15

Equilíbrio múltiplo



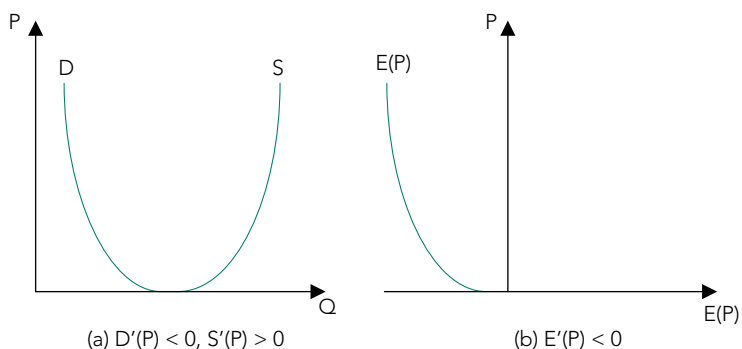
Fonte: Elaborada pelos autores.

No caso em que as curvas de oferta e demanda se cruzam em dois pontos distintos, com as curvas de demanda com formato não usual, a diferença entre $D'(P)$ e $S'(P)$ pode ser positiva em certo ponto, e negativa em outro, gerando um mercado com equilíbrios múltiplos.

- Situação 4: formatos convencionais das curvas de oferta e demanda.

Figura 16

Não existência de equilíbrio



Fonte: Elaborada pelos autores.

Na situação 4, mesmo com as curvas das funções oferta e demanda com formatos usuais e com a diferença entre $D'(P)$ e $S'(P)$ sendo negativa, não há equilíbrio, pois não há ponto de interceptação entre oferta e demanda. A curva da função excesso de demanda permanece negativamente inclinada.

Apesar da importância dos instrumentos analíticos desenvolvidos por Walras para tratar o problema da estabilidade do equilíbrio competitivo, ele pecou em não buscar circunscrever o caso geral (mercado múltiplo), realizando com sucesso apenas o caso do mercado único (DAAL; JOLINK, 1990). Embora não tenha feito o caso geral, Walras abriu as portas para o estabelecimento da metodologia no campo da teoria do equilíbrio econômico que fornece como fruto principal o desenvolvimento fecundo da dinâmica e da estática comparativa. Ainda, destaca-se que, sob a ótica walrasiana, quaisquer afirmações relativas à estabilidade do equilíbrio dependem das suposições relativas ao mecanismo do mercado e do comportamento dos seus participantes, o que significa que, numa gama de situações reais, a estabilidade do equilíbrio somente pode ser avaliada mediante suficientes informações empíricas sobre o padrão de comportamento dos participantes do mercado (ARROW; MACMANUS, 1958; ARROW; BLOCK; HURWICZ, 1959; ARROW; HURWICZ, 1960; ARROW; HAHN, 1971).

Estabelecida a formulação teórica e gráfica do problema da estabilidade do equilíbrio competitivo segundo a concepção estática walrasiana, cumpre apresentar um exemplo numérico detalhado. Suponha uma economia abstrata pelas funções demanda e oferta:

$$\begin{cases} D = -0,25 + 50 \\ S = -0,05 + 25 \end{cases}$$

$$\frac{dD(P)}{dP} = D'(P) = -0,25 < 0$$

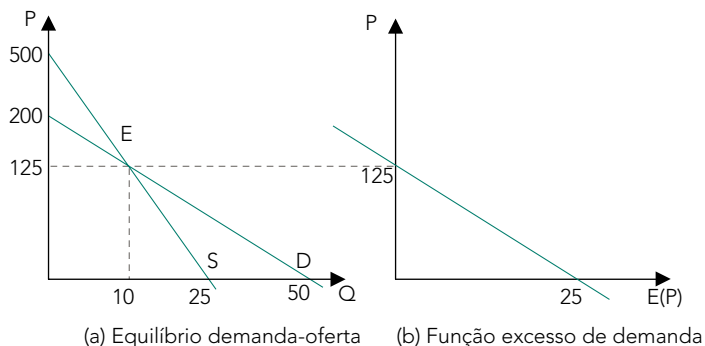
$$\frac{dS(P)}{dP} = S'(P) = -0,05 < 0$$

$E'(P) = D'(P) - S'(P) = -0,25 + 0,05 = -0,20 < 0$, condição de estabilidade estática.

A Figura 17 apresenta graficamente esse processo.

Figura 17

Equilíbrio estável único



Fonte: Elaborada pelos autores.

Mesmo com a curva de oferta negativamente inclinada, a maior inclinação da curva de demanda faz com que a diferença entre $D'(P)$ e $S'(P)$ ainda seja negativa, de forma que a curva de excesso de demanda seja negativamente inclinada e que haja um só equilíbrio estável, cujos cálculos são estabelecidos a seguir:

$$-0,25P + 50 = -0,05P + 25$$

$$50 - 25 = -0,05P + 0,25P$$

$$25 = 0,20P$$

$$P = \frac{25}{0,20}$$

$$P_e = 125 \quad \text{preço de equilíbrio}$$

$$D = -0,25 \times 125 + 50 = -31,25 + 50 = 18,75$$

$$S = -0,05 \times 125 + 25 = -6,25 + 25 = 18,75$$

$$Q_e = 18,75 \quad \text{quantidade de equilíbrio}$$

$$E(P) = D(P) - S(P) = -0,25P + 50 - (-0,05P + 25)$$

$$E(P) = -0,25P + 0,05P + 50 - 25$$

$$E(P) = -0,20P + 25 \quad \text{função de excesso da demanda}$$

$$\left. \begin{array}{l} P = 0 \rightarrow E(P) = 25 \\ E(P) = 0 \rightarrow P = 125 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Pontos para construção da curva de excesso} \\ \text{da demanda} \end{array}$$

E conclui-se que o equilíbrio walrasiano é estável no sentido estático.

Um segundo exemplo posiciona-se próximo a uma situação real. Seja uma empresa fabricante de fogões X, localizada em um distrito industrial de uma determinada cidade. Após a realização de uma pesquisa de mercado, a empresa estabeleceu as funções de oferta e demanda de mercado como (MORETTIN et al., 2005):

$$D(P) = 100 - P$$

$$S(P) = -40 + P$$

A condição de equilíbrio no mercado de fogões X é estabelecida como segue:

$$D(P) = S(P)$$

$$100 - P = -40 + P$$

$$2P = 140$$

$$P_e = 70$$

Substituindo o valor de P em qualquer uma das funções, temos:

$$D(P) = 100 - 70$$

$$D(P) = 30$$

ou:

$$S(P) = -40 + 70$$

$$S(P) = 30$$

$$Q_e = 30$$

Calculando as derivadas das funções demanda e oferta em relação ao preço, obtém-se:

$$\frac{dD(P)}{dP} = -1 < 0 \qquad \frac{dS(P)}{dP} = +1 > 0 \qquad (3)$$

Então,

$$E'(P) = D'(P) - S'(P)$$

$$E'(P) = 1 - (1)$$

$$E'(P) = -2 < 0$$

E conclui-se que o equilíbrio walrasiano é estável do sentido estático, o que significa que, na hipótese de ocorrer um excesso de demanda por fogões no mercado, ocorrerá um processo de ajustamento das forças econômicas naquele mercado que levará o preço do fogão ao preço original, ou seja, ao preço de equilíbrio.

3

A CONTRIBUIÇÃO DE MARSHALL

Alfred Marshall, nascido em 26 de julho de 1842, em Londres, fez curso superior de Matemática na Universidade de Cambridge, sendo essa a sua principal vocação. Em 1868, tornou-se professor, especializando-se em economia política. Dada a sua grande facilidade com a matemática, que fora usada como seu principal instrumento analítico e metodológico na área da economia, ele conseguiu transformar o material de Adam Smith, David Ricardo e Stuart Mill em uma máquina moderna de pesquisa (MARSHALL, 1890).

A sua contribuição à economia matemática é incontestável. O que diferencia a sua abordagem da abordagem de outros autores, como Jevons, Adam Smith, David Ricardo e Stuart Mill, é o conhecimento matemático maior e mais treinado que ele possuía, por ser esse o seu dom. Dessa forma, ele se estabeleceu como o primeiro a empregar o conhecimento matemático em uma análise de forma mais sistemática, construtiva e exemplar (MARSHALL, 1890).

No prefácio à primeira edição do livro *Principles of economics*, Marshall (1890) justifica o uso da matemática em questões econômicas como uma maneira de auxiliar as pessoas a poder anotar e fixar seus pensamentos de forma mais rápida e sucinta para uso próprio, possibilitando que haja premissas suficientes para suas conclusões.

Porém, mesmo com toda a abordagem, o uso da matemática era comedido em vista da sua grande necessidade de comunicação, da sua preocupação de que a leitura e o entendimento fossem assegurados para o maior número de

peças, até mesmo para aquelas que não tivessem conhecimentos matemáticos. O método de trabalho marshalliano consistia na utilização da matemática como meio de investigação, servindo de acessório, juntamente com os exemplos da vida real, para a melhor exposição das teorias (MARSHALL, 1890).

Essa metodologia marshalliana se espalhou sobre a moderna teoria econômica inglesa, a partir da “Escola de Cambridge”, e foi seguida por autores como Keynes, Hicks e Pigou. Dessa forma, o aparato analítico-matemático e seu uso prudente foram uma de suas principais contribuições no desenvolvimento da moderna ciência econômica, juntamente com as suas inovações metodológicas e conceituais em *Principles of economics* e na sua teoria monetária (MARSHALL, 1890).

■ 3.1 Teoria da estabilidade em mercado único

O preço de oferta, na visão de Marshall, é o preço que consegue pagar o esforço necessário à produção de determinada quantidade de mercadoria, em um dado período de tempo. O custo da mão de obra utilizada na produção e o tempo necessário na acumulação do capital empregado formam o custo real de produção de uma mercadoria. O custo monetário de produção refere-se às quantias a serem pagas pelos esforços e sacrifícios realizados, também chamados de despesas de produção, as quais são constituídas pelos respectivos preços de oferta das quantidades dos fatores de produção utilizados. Juntos, custo real e custo monetário de produção formam o preço de oferta de uma mercadoria (MARSHALL, 1890).

Mais objetivamente, o preço de oferta de uma mercadoria vai ser o preço praticado no mercado que se tem em vista, ou seja, o preço que será proposto para aquelas pessoas que procuram pela mercadoria em questão. A característica e localização dos mercados para onde serão levadas as mercadorias também influenciam no preço de oferta. Um exemplo simples é o custo de transporte, que é bastante relevante quando o local de produção é distante do mercado objetivado (MARSHALL, 1890).

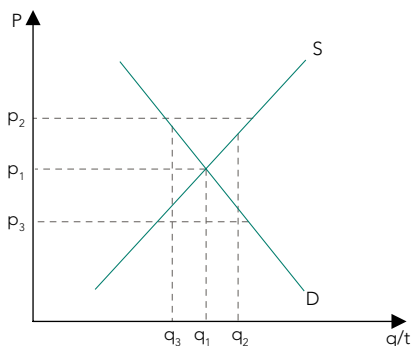
Já o preço de procura é determinado como o preço que possibilita que dada quantidade de mercadoria encontre compradores em um dado período de tempo. Se a quantidade ofertada da mercadoria aumentar, o preço de procura será menor, ou seja, o preço de procura de uma mercadoria terá uma relação inversa com a quantidade ofertada do produto (MARSHALL, 1890).

Tomando certa mercadoria, em um determinado tempo, quando a sua quantidade produzida está em um nível em que o preço de procura é maior

do que o preço de oferta, os produtores são estimulados porque eles estão recebendo mais do que julgaram suficientes para pagar seus esforços de produção, gerando, então, uma tendência ao aumento da quantidade ofertada. Na Figura 18, essa situação é representada pelo nível de quantidade ofertada q_3 , sendo o preço da oferta um valor aproximado de p_3 e o preço de procura aproximadamente p_2 , onde $p_2 > p_3$, comprovando a tendência de aumento de q_3 em direção a q_1 (MARSHALL, 1890; BILAS, 1983).

Figura 18

Análise da quantidade e preço de equilíbrio



Fonte: Elaborada pelos autores.

Entretanto, para aquela dada quantidade de mercadoria, em um determinado período de tempo, se o seu nível for tal que o preço de procura seja menor que o preço de oferta, os vendedores terão estímulos negativos, já que eles receberão valores menores do que aqueles que julgaram suficientes para cobrir seus esforços de produção, não valendo mais a pena continuar produzindo as mesmas quantidades, ou até mesmo, para alguns, não produzir mais. Dessa forma, a grande tendência seria a de redução da quantidade produzida daquela mercadoria. Graficamente, na Figura 18, essa situação seria representada pela quantidade ao nível q_2 , onde, dessa vez, p_3 seria o valor aproximado do preço de procura, e p_2 , o valor aproximado do preço de oferta. Claramente $p_3 > p_2$, comprovando a tendência à redução de q_2 em direção a q_1 (MARSHALL, 1890; BILAS, 1983).

No momento em que o preço de procura for igual ao preço de oferta, a quantidade produzida estará em equilíbrio, sem tender nem a aumentar, nem a diminuir. Na Figura 18, o preço p_1 e a quantidade q_1 são o preço e a quantidade de equilíbrio, que são determinados, geometricamente, pela interseção entre as curvas de demanda e oferta. Nesse ponto, compradores e vendedores concordam com sua situação, e nenhum deles tem necessidade de modificar o comportamento (MARSHALL, 1890; HENDERSON; QUANDT, 1979).

Esse equilíbrio é estável porque qualquer perturbação do equilíbrio irá gerar a atuação de forças no sentido contrário ao da perturbação, resultando novamente na posição de equilíbrio. Segundo Marshall (1890), a característica do equilíbrio estável é que o preço de procura é maior que o de oferta para quantidades menores que a de equilíbrio, e, para quantidades maiores que o equilíbrio, é o preço de oferta que é maior que o de procura. Para a Figura 18, o equilíbrio é estável para perturbações em qualquer direção, seja para q_3 ou para q_2 ; nesse caso, a tendência é sempre para o retorno do equilíbrio em q_1 (MARSHALL, 1890; BILAS, 1983; HENDERSON; QUANDT, 1979).

Essa primeira análise apresenta equilíbrio estável sobre a ótica marshalliana, em que o retorno ao equilíbrio se dá com ajustes no nível de produção com base nos preços, representando uma análise de um mercado de longo prazo. Outra ótica de análise é a walrasiana, em que o retorno ao equilíbrio, sendo estável, se dá com variações nos níveis de preço, representando uma análise de mercado de curto prazo. Graficamente, ainda na Figura 18, em níveis de preço maiores que o de equilíbrio p_1 , por exemplo, no nível p_2 , a quantidade ofertada é maior que a demanda, formando um excesso de oferta ou escassez de demanda. Nessa situação, os vendedores buscam liquidar esse excesso, reduzindo os preços até o nível p_1 , novamente. De forma contrária, supondo um nível de preço abaixo de p_1 , em p_3 , por exemplo, a quantidade demandada será maior que a ofertada, formando uma situação de escassez de oferta que pressionará os preços a subir para p_1 novamente (BILAS, 1983).

Matematicamente (BILAS, 1983), dadas as curvas lineares de demanda e oferta apresentadas a seguir:

$$D = \alpha + aP \qquad S = \beta + bP \qquad (4)$$

tem-se que a estabilidade walrasiana irá existir se

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{b} \qquad (5)$$

e a estabilidade marshalliana irá existir se

$$a < b \quad (6)$$

Segundo Henderson e Quandt (1979), definindo o excesso de demanda como

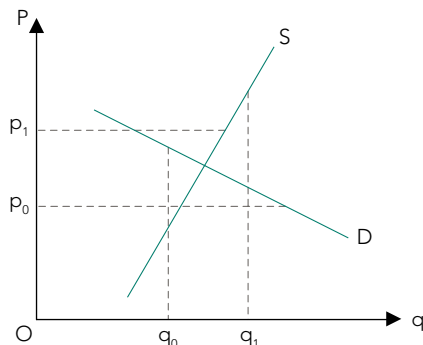
$$E(p) = D(p) - S(p) \quad (7)$$

a condição de estabilidade walrasiana indica que os compradores tenderão a oferecer mais se o excesso da demanda for positivo, gerando aumento de preços, e que os vendedores reduzirão seus preços se o excesso de demanda for negativo. Na Figura 19, no nível de preço p_0 , o excesso de demanda é positivo, e negativo no nível p_1 . Sendo isso correto, a condição de estabilidade se dará se um aumento de preços gerar uma diminuição ao excesso de demanda, matematicamente representado por:

$$\frac{dE(p)}{dp} = E'(p) = D'(p) - S'(p) < 0 \quad (8)$$

Figura 19

Equilíbrio estável walrasiano/equilíbrio estável marshalliano



Fonte: Elaborada pelos autores.

Ainda, segundo Henderson e Quandt (1979), a condição de estabilidade de Marshall afirma a tendência, por parte dos produtores, em aumentar a produção se houver preço do excesso da demanda positivo e reduzir no caso de preço de excesso de demanda negativo. Esse preço é determinado como:

$$F(q) = D^{-1}(q) - S^{-1}(q) \quad (9)$$

onde $D^{-1}(q)$ é o preço da demanda p_d ; $S^{-1}(q)$, o preço da oferta p_s ; e D^{-1} e S^{-1} , as inversas das funções de demanda e oferta.

Na Figura 19, existe preço de excesso de demanda positivo em q_0 e negativo em q_1 . Sendo assim, em q_0 , o produtor vai buscar aumentar a produção, já que os compradores estão oferecendo mais na tentativa de aumentar o lucro. Porém, em q_1 os compradores estão oferecendo bem menos que o aceitável para os produtores, incentivando-os a reduzir a produção para fugir do prejuízo (HENDERSON; QUANDT, 1979).

Dessa forma o equilíbrio estável marshalliano existirá se um aumento na quantidade produzida gerar uma redução no preço do excesso de demanda, o que é representado por

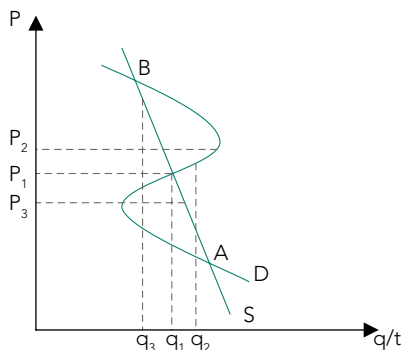
$$\frac{dF(q)}{dq} = F(q) = D^{-1}(q) - S^{-1}(q) < 0 \quad (10)$$

Todas essas análises da teoria de estabilidade são válidas somente para casos em que as curvas de oferta e procura apresentem inclinações normais, ou seja, positiva para a de oferta e negativa para a de procura. As exceções a essa teoria da estabilidade são todos aqueles casos em que as inclinações das curvas de oferta e procura estão em direções incomuns (BILAS, 1983).

Entre elas, a mais simples é o caso do bem de Giffen, que apresenta curva de procura positivamente inclinada e curva de oferta negativamente inclinada. Na Figura 20, quando se analisa a parte com inclinação positiva da curva de procura e com base na visão walrasiana de mercado de curto prazo, sendo p_1 e q_1 os preços e as quantidades de equilíbrio, percebe-se que, no nível de preço p_2 , ocorrerá uma escassez de oferta porque a quantidade demandada a esse preço será maior do que a quantidade ofertada, forçando o preço a subir ainda mais. Já no nível de preços p_3 , haverá um excesso de oferta, por ser demandado menos do que ofertado, influenciando o preço a cair ainda mais (BILAS, 1983).

Figura 20

Equilíbrio instável walrasiano/equilíbrio instável marshalliano



Fonte: Elaborada pelos autores.

Seguindo no mesmo exemplo do bem de Giffen, a partir da visão marshalliana de mercado de longo prazo, se a quantidade estivesse no nível q_2 , o preço da procura seria maior que o da oferta, incentivando os produtores a aumentar ainda mais a sua produção. Se o nível de produção estivesse em q_3 , o preço da procura seria menor que o da oferta, reduzindo o nível de comércio, desestimulando os produtores que, por sua vez, reduziriam a sua produção (BILAS, 1983).

Em ambos os casos relacionados ao bem de Giffen, os equilíbrios inicialmente existentes são equilíbrios instáveis. Qualquer que seja a perturbação, em qualquer sentido, o efeito será o afastamento contínuo da posição inicial de equilíbrio. Sendo assim, na primeira análise, que representa um mercado de curto prazo, existe um equilíbrio instável walrasiano, e, no segundo, para um mercado de longo prazo, há um equilíbrio instável marshalliano (BILAS, 1983).

■ 3.2 Teorema fundamental: enunciado e aplicação

Com base no que foi apresentado nas seções anteriores, conclui-se que o equilíbrio no mercado único representa uma situação, que, uma vez alcançada, tende a perdurar. Existem duas formas de análise do equilíbrio no mercado único: marshalliana e walrasiana. A diferença entre esses dois tipos se dá quanto à forma dos ajustes em relação à posição de equilíbrio. Na análise do equilíbrio walrasiano, os ajustes acontecem por meio de mudanças nos preços, ao passo que, na análise do equilíbrio marshalliano, os ajustes acontecem por meio de mudanças nas quantidades. Além disso, como também já desta-

cado, o equilíbrio no mercado único pode ser estável – quando qualquer perturbação em relação à posição de equilíbrio gera forças reguladoras que causam o retorno para a posição de equilíbrio inicial – ou instável – quando a perturbação gerada faz com que haja um continuado afastamento da posição de equilíbrio inicial (BILAS, 1983).

Esta seção complementarará a seção anterior, pois apresentará os demais casos em que pode ocorrer o equilíbrio instável, segundo a análise marshalliana ou walrasiana. Os exemplos apresentados a seguir trazem um *insight* importante: o equilíbrio poderá ser estável, segundo a análise marshalliana, e, ao mesmo tempo, instável, segundo a análise walrasiana, ou vice-versa. Para melhor entendimento, esses casos serão analisados a partir de exemplos numéricos com curvas lineares, nos quais se aplicarão os critérios de existência de estabilidade walrasiana e marshalliana, com base nos coeficientes de inclinação das retas, conforme apresentado por Bilas (1983) e indicado anteriormente neste artigo.

- *Exemplo 1:* $Q_D = 10 - P$ e $Q_S = 18 - 3P$.

a) Verificação da existência de estabilidade walrasiana:

$$\frac{1}{-1} < \frac{1}{-3} \rightarrow \text{existe equilíbrio estável walrasiano}$$

b) Verificação da existência de estabilidade marshalliana:

$$-1 > -3 \rightarrow \text{existe equilíbrio instável marshalliano}$$

c) Preço e quantidade de equilíbrio:

$$Q_D = Q_S$$

$$10 - P = 18 - 3P$$

$$2P = 8$$

$$P_e = 4 \quad \text{preço de equilíbrio}$$

Substituindo o valor de P em qualquer uma das funções, temos:

$$Q_D = 10 - 4$$

$$Q_D = 6$$

ou:

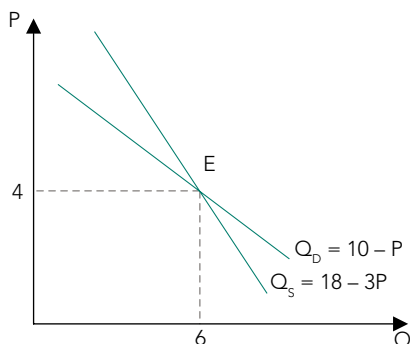
$$Q_S = 18 - 3 \times 4$$

$$Q_S = 6$$

$$Q_e = 6 \quad \text{quantidade de equilíbrio}$$

Figura 21

Equilíbrio estável walrasiano/equilíbrio instável marshalliano



Fonte: Elaborada pelos autores.

• Exemplo 2: $Q_D = 18 - 3P$ e $Q_S = 10 - P$.

a) Verificação da existência de estabilidade walrasiana:

$$\frac{1}{-3} > \frac{1}{-1} \rightarrow \text{existe equilíbrio instável walrasiano}$$

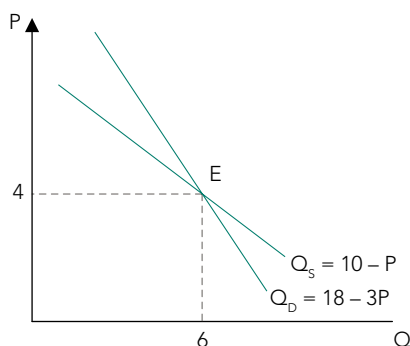
b) Verificação da existência de estabilidade marshalliana:

$$-3 < -1 \rightarrow \text{existe equilíbrio estável marshalliano}$$

c) Preço e quantidade de equilíbrio: igual ao exemplo anterior.

Figura 22

Equilíbrio instável walrasiano/equilíbrio estável marshalliano



Fonte: Elaborada pelos autores.

• *Exemplo 3*: $Q_D = -5 + 3P$ e $Q_S = 1 + P$.

a) Verificação da existência de estabilidade walrasiana:

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{1} \rightarrow \text{existe equilíbrio estável walrasiano}$$

b) Verificação da existência de estabilidade marshalliana:

$$3 > 1 \rightarrow \text{existe equilíbrio instável marshalliano}$$

c) Preço e quantidade de equilíbrio:

$$Q_D = Q_S$$

$$-5 + 3P = 1 + P$$

$$2P = 6$$

$$P_e = 3 \quad \text{preço de equilíbrio}$$

Substituindo o valor de P em qualquer uma das funções, temos:

$$Q_D = -5 + 3 \times 3$$

$$Q_D = 4$$

ou:

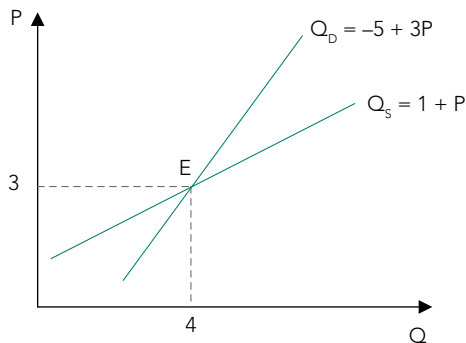
$$Q_S = 1 + 3$$

$$Q_S = 4$$

$$Q_e = 4 \quad \text{quantidade de equilíbrio}$$

Figura 23

Equilíbrio estável walrasiano/equilíbrio instável marshalliano



Fonte: Elaborada pelos autores.

• *Exemplo 4:* $Q_D = 1 + P$ e $Q_S = -5 + 3P$.

a) Verificação da existência de estabilidade walrasiana:

$$\frac{1}{1} > \frac{1}{3} \rightarrow \text{existe equilíbrio instável walrasiano}$$

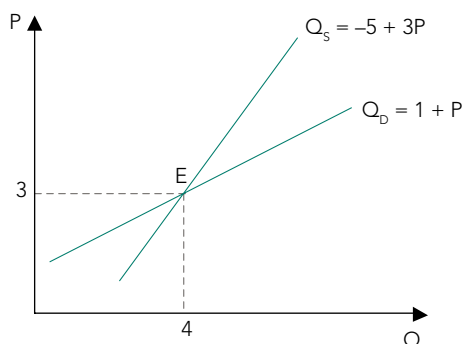
b) Verificação da existência de estabilidade marshalliana:

$$1 < 3 \rightarrow \text{existe equilíbrio estável marshalliano}$$

c) Preço e quantidade de equilíbrio: igual ao exemplo anterior.

Figura 24

Equilíbrio instável walrasiano/equilíbrio estável marshalliano



Fonte: Elaborada pelos autores.

4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por que a obra de Walras não produziu uma repercussão à altura da literatura corrente do núcleo marshalliano até o seu resgate nos anos 1930? Apon-tam-se quatro razões diretas.

Primeira, a literatura marshalliana (BLAUG, 1984; MARSHALL, 1890) está escrita em linguagem mais acessível, pois pretendia atingir um público ligado à área de negócios e não ao especialista em economia pura, o que não fez Walras em seus escritos.

Segunda, a literatura marshalliana (BLAUG, 1984; MARSHALL, 1890) manteve fidelidade com a grande tradição da economia política clássica cuja linhagem remontava a Adam Smith, David Ricardo e Stuart Mill, o que não fez Walras, pois alinou-se completamente à nova visão marginalista protagonizada por ele, Jevons (Inglaterra) e Menger (Áustria).

Terceira, o que dificultou o avanço da literatura walrasiana foi o limitado conhecimento do próprio Walras sobre a teoria matemática existente àquela época, quando do seu período de atividade intelectual mais intenso (1870-1890). O professor Struik (1997) afirma que, por volta de 1870, as matemáticas formavam uma estrutura enorme e complexa, dividida em um grande número de campos, só conhecidos pelos especialistas. Mesmo os grandes matemáticos – Hermite, Weierstrass, Cayley, Beltrani – só podiam ser eficientes em poucos desses domínios. Para se ter uma ideia do grau de conhecimento que a matemática produzia no período (1800-1910), é possível visualizar a elaboração das geometrias não euclidianas de Lobachevsky e Bolyai, e a álgebra pura de Felix Klein, Sophus Lie, Sylvester e Grasmann. No domínio da análise real, sobressaíram Riemann, Grasmann, Hamilton, Dedekind e Poincaré.

Quarta, ataques frontais e muito pesados sobre o uso da matemática em economia são deferidos por matemáticos eminentes, como J. Bertrand, e por economistas ilustres que obtiveram sucesso em seu empreendimento teórico sem o uso da matemática, tais como John Bates Clark e Böhm Bawerk, que alertavam para a não necessidade do uso da matemática para o conhecimento e a aplicação do núcleo teórico estabelecido (SCHUMPETER, 1964).

Como se observa nos dois livros mais conhecidos de Walras, *Elements of pure economics* (1954) e *Compêndios dos elementos de economia política pura* (1996), a literatura matemática trabalhada consistia apenas em cálculo diferencial e integral elementar e geometria analítica plana elementar, o que representaria muito pouco para que Walras pudesse aprofundar-se em questões mais intrincadas na teoria do equilíbrio geral, como a elaboração e solução do problema da estabilidade em mercado múltiplo. Talvez fosse o caso de Walras utilizar ativamente os aspectos computacionais e qualitativos das equações diferenciais ordinárias e parciais, inclusive o método de Liapunov desenvolvido no último decênio do século XIX, publicado em 1892, que estavam bastante desenvolvidos àquela época de sua maior atividade intelectual (1870-1890) (BOYER, 1996; STRUIK, 1997; EVES, 1997).

Walras demonstrara muito esforço na busca cada vez mais intensa de conhecimento na literatura matemática como pôde ser constatado em suas correspondências com célebres matemáticos daquela época, tal como o francês Henri Poincaré, conforme Ingrao e Israel (1990). Não faltaram interesse e motivação, porém o ser humano tem suas limitações ponderáveis.

THE ROOT OF THE THEORY OF STABILITY OF COMPETITIVE BALANCE SINGLE MARKET: THE CONTRIBUTIONS OF WALRAS AND MARSHALL

Abstract

In this article is purposed treating the analitical and historical scenaries on the walrasian and marshallian stability of competitive equilibrium using analytical geometry and diferencial calculus as only elements for solution of the competitive equilibrium problem and finish the article with considerations about the work of Walras.

Keywords: Equilibrium; Stability; Demand excess.

Referências

- ARROW, K. J.; BLOCK, H. D.; HURWICZ, L. On the stability of competitive, part 2. *Econometrica*, v. 27, p. 87-109, 1959.
- ARROW, K. J.; HAHN, F. H. *General competitive analysis*. San Francisco: Holden-Day, 1971.
- ARROW, K. J.; HURWICZ, L. On the stability of competitive equilibrium, part 1. *Econometrica*, v. 26, p. 522-552, 1958.
- ARROW, K. J.; HURWICZ, L. Some remarks on the equilibria of economic systems. *Econometrica*, v. 28, p. 640-646, 1960.
- ARROW, K. J.; MACMANUS, M. A note of dynamic stability. *Econometrica*, v. 26, p. 297-305, 1958.
- BILAS, R. A. *Teoria microeconômica: uma análise gráfica*. 10. ed. Rio de Janeiro: Forense-Universitária, 1983.
- BLAUG, M. *História do pensamento econômico*. Lisboa: Dom Quixote, 1984. 2 v.
- BOYER, C. *História da matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. 496 p.
- CORNWALL, R. *Introduction to the use of general equilibrium analysis*. Amsterdam: North Holland, 1984. 722 p.
- COURNOT, A. *Researches into the mathematical principles of the theory of wealth*. New York: Kelly, 1838.
- DAAL, J. V.; JOLINK, A. *The equilibrium economics of Leon Walras*. New York: Routledge, 1990. 531 p.
- EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Editora da Unicamp, 1997. 843 p.

FARIAS, T. A.; PRADO, E. F. da S. As raízes da teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo. In: FARIAS, T. A.; PRADO, E. F. da S. *Uma abordagem histórica sobre a teoria da estabilidade na análise do equilíbrio competitivo*. São Paulo: Esalq-USP, 1999. cap. 3.

HAHN, F. H. A stable adjustment process for a competitive economy. *Review of Economic Studies*, v. 29, p. 62-65, Oct. 1961.

HAHN, F. H. On the stability of pure exchange equilibrium. *International Economic Review*, v. 3, p. 206-214, May 1962.

HENDERSON, J. QUANDT, R. *Microeconomia: um enfoque matemático*. São Paulo: Pioneira, 1979.

INGRAO, B.; ISRAEL, G. *The invisible hand*. Cambridge: The Mit Press, 1990. 491 p.

MARSHALL, A. *Principles of economics*. London: Macmillan, 1890.

MCKENZIE, L. W. Stability of equilibrium and the value of positive excess demand. *Econometrica*, v. 28, n. 3, p. 606-617, 1960.

MORETTIN, P. A. et al. *Cálculo: funções de uma ou de várias variáveis*. São Paulo: Saraiva, 2005.

SAMUELSON, P. A. The stability of equilibrium: comparative statics and dynamics. *Econometrica*, v. 9, p. 97-120, Apr. 1941.

SAMUELSON, P. A. *The foundations of economic analysis*. Cambridge: Harvard University Press, 1947. 380 p.

SCHUMPETER, J. *História da análise econômica*. Rio de Janeiro: Fundo de Cultura, 1964. 3 v.

STRUIK, D. J. *História concisa das matemáticas*. Lisboa: Gradiva, 1997. 395 p.

TAKAYAMA, A. *Mathematical economics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 737 p.

WALRAS, L. *Elements of pure economics*. [1874]. Translated William Jaffé. Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1954.

WALRAS, L. *Compêndios dos elementos de economia política pura*. São Paulo: Nova Cultura, 1996. 352 p. (Os economistas).

WEINTRAUB, E. R. On the existence of a competitive equilibrium: 1930-1954. *Journal of Economic Literature*, v. 21, p. 1-39, 1983.