

# PREVISÃO DE VOLATILIDADE DA TAXA DE CÂMBIO DÓLAR/ REAL POR MEIO DE MODELAGEM GARCH

**Leandro Pereira da Silva**

Graduado em Ciências Econômicas pelo Instituto Superior de Ciências Aplicadas (Isca) de Limeira, licenciado em Matemática pela Universidade Virtual do Estado de São Paulo (Univesp), mestre em Economia pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Unesp) e doutorando em Economia da Unesp. Curador e professor de ambiente virtual EaD do Programa de Pós-Graduação em Gestão Financeira de Negócios e Controladoria da Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM).

E-mail: leandrosilvabrazil@gmail.com



<https://orcid.org/0000-0003-3287-5859>

**Como citar este artigo:** Silva, L. P. da (2025). Previsão de volatilidade da taxa de câmbio dólar/real por meio de modelagem GARCH. *Revista de Economia Mackenzie*, 22(1), 52-86. doi: 10.5935/1808-2785/rem.v22n1p.52-86

**Recebido em:** 12/9/ 2024

**Aprovado em:** 24/3/2025



Este artigo está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-NãoComercial 4.0 Internacional

## Resumo

Um tema bastante procurado em termos científicos e práticos na ciência econômica é a possibilidade de estimar previsões de distintas variáveis. E em especial quando a finalidade é estimar previsões de séries financeiras de derivativos ou de moedas estrangeiras, geralmente o interesse e a complexidade são ainda maiores. Assim, dado o ativo financeiro-alvo, a possibilidade de antecipar seu preço futuro é uma das grandes incógnitas recorrentes no mercado financeiro. Nesta pesquisa, trabalharemos com metodologias de séries de tempo. Para procurar contornar tal situação, o objetivo desta pesquisa é aplicar a metodologia GARCH em uma série cambial na relação entre o dólar norte-americano e a moeda brasileira real, para verificar a possibilidade da previsão da volatilidade da série observada. Os resultados obtidos demonstraram que, ao rodarmos o modelo GARCH para a série da taxa de câmbio observada neste trabalho, verificamos que a volatilidade projetada e realizada teve uma diferença média de 0,33%, comparando diariamente dez dias de volatilidade projetada com dez dias de volatilidade, de fato, realizada.

**Palavras-chave:** Câmbio; modelo GARCH; previsão; volatilidade; modelagem econométrica.

Classificação *JEL*: G17.

## INTRODUÇÃO

A volatilidade sobre o preço de uma moeda estrangeira é um fato relevante sob várias óticas. Podemos pensar inicialmente que apenas o mercado financeiro e de capitais (além do governo) tenham interesse reais e/ou especulativos sobre o preço de moedas estrangeiras. Porém, agentes econômicos da chamada “economia real”, geralmente, também têm interesses quanto ao valor de diferentes moedas estrangeiras. Em termos de agentes da economia real, temos, por exemplo, importadores e exportadores de bens e serviços que dependem de seus equilíbrios financeiros, em função do preço das moedas não nacionais por eles transacionadas. Um exportador, por exemplo, pode realizar uma venda e ter o recebimento em moeda estrangeira em uma data futura. E como esse agente econômico tem, ao menos, parte de seus custos atrelados à moeda nacional, por exemplo, uma possível variação contrária em sua posi-

ção vendida de moeda estrangeira poderá lhe trazer desequilíbrios financeiros. Uma possível solução para esse exportador seria fazer uma operação de *hedge* cambial, segurando sua posição operacional. E uma alternativa seria o exportador ter uma ideia da volatilidade esperada da moeda estrangeira para, se for o caso, não ter o custo da operação de *hedge*.

Assim, existe a possibilidade de modelar a volatilidade de moedas estrangeiras em termos econométricos, em séries de tempo. Em geral, séries temporais que envolvem moeda estrangeira têm características de passeio aleatório (séries não estacionárias). No entanto, para contornar possíveis problemas de não estacionariedade da série, há certos tipos de transformações matemáticas e econométricas na forma de diferenças que produzem, em geral, estacionariedade (estabilidade) para a série observada. Uma outra característica que esses métodos de diferenças conseguem detectar é que as séries apresentam alta volatilidade e em geral a variância não é constante ao longo do período. Assim, com o objetivo de modelar uma série de variância não constante, há, por exemplo, os modelos de heterocedasticidade condicional autorregressiva (ARCH) e também o modelo de heterocedasticidade condicional autorregressiva generalizada (GARH) (Gujarati & Porter, 2011, p. 715).

Ao utilizarmos a metodologia GARCH para o câmbio, no que concerne às moedas dólar/real, trabalharemos em uma pesquisa com característica aplicada, cujo objetivo é procurar estimar a volatilidade prevista para a relação cambial entre as duas moedas. Ainda, a metodologia aplicada neste trabalho pode, obviamente, ser reaplicada para relações cambiais de moedas diversas. Como veremos no final do trabalho, os resultados obtidos demonstraram que o modelo GARCH apontou para uma diferença de 0,33% (em módulo) entre volatilidade projetada e realizada, para um período de dez dias projetados.

Este trabalho, além desta introdução, apresenta o referencial teórico que expõe os principais pontos da teoria que envolve os modelos econométricos adotados nesta pesquisa. Em seguida, indica-se a metodologia adotada no desenvolvimento do modelo GARCH. Posteriormente, destaca-se a seção de resultados que aponta as principais ocorrências encontradas a partir da modelagem GARCH aplicada no câmbio (dólar/real). E por fim serão apresentadas as considerações finais da pesquisa, apontando as conclusões encontradas ao longo do texto.

# 1

## REFERENCIAL TEÓRICO

Pode-se observar ao longo da leitura deste texto que o *link* entre o referencial teórico e a metodologia adotada tem como finalidade apresentar a seção de resultados da pesquisa. Isso pode parecer óbvio, pois é uma característica comum em textos científicos. No entanto, a intenção dessa observação é salientar o foco que temos nesta pesquisa, que é a seção de resultados, tanto em termos de apresentação metodológica como no que concerne aos resultados de previsão de volatilidade. Dessa forma, apresentamos a seguir as considerações teóricas a respeito do modelo GARCH.

A previsão é uma questão teórica importante quando se estuda análise econométrica. Podemos trabalhar com a previsão de vários tipos de dados, sejam eles econômicos ou não. Em termos econômicos e especificamente financeiros, por exemplo, a precificação de ativos financeiros é uma área de estudos ampla que abrange várias subáreas internas da ciência econômica. Nesse sentido, uma característica comum em algumas séries financeiras é que os preços dos ativos podem ser caracterizados pelos fenômenos da aglomeração e da volatilidade. Esses fenômenos atrelados aos preços dos ativos, em geral, têm grandes oscilações que são acompanhadas por períodos de tempo prolongado, seguido por período de tranquilidade. Assim, a modelagem econométrica feita a partir dos modelos ARCH e GARCH procura captar essas aglomerações de volatilidade. Já um dos principais problemas para a realização de previsão é quando as séries temporais não são estacionárias. Ou seja, a trajetória da volatilidade de, por exemplo, o preço de uma ação ou do valor de uma moeda estrangeira (câmbio) não apresenta um padrão estável. Dessa forma, alguns modelos econométricos (ARCH e GARCH) procuram desenvolver, em termos metodológicos, uma transformação estacionária apropriada para a série observada (Gujarati & Porter, 2011, p. 767).

A volatilidade de ativos financeiros, como preços de ações, taxas de juros, câmbio e em especial de derivativos financeiros, é um fator relevante nos estudos desses papéis (Gujarati et al. 2019, p. 309). E, quando focamos os estudos nos derivativos, a volatilidade é tão importante quanto o próprio preço. Por exemplo, para as opções financeiras existem estratégias ancoradas na própria volatilidade e não propriamente e apenas nos preços desses ativos (Santos & Silva, 2015). Dessa forma, como a volatilidade dos ativos age no tempo é um ponto importante nesses estudos.

Em geral, os modelos de volatilidade mais conhecidos e estudados em séries de tempo são os modelos ARCH e sua generalização conhecida como modelo GARCH. O modelo ARCH foi proposto inicialmente por Engle no ano de 1982. Intrinsecamente o termo heterocedástico do modelo ARCH e GARCH significa que a variância da série observada não é constante e que especificamente a heterocedasticidade do modelo é dinâmica e condicional, ou seja, a variância condicional é um processo dinâmico (Giambiagi, 2017; Lima, 2023).

Além da volatilidade, o resultado dado pelo retorno dos ativos é primordial. A ideia é que, enquanto os retornos futuros dos ativos financeiros não podem ser totalmente previstos em um modelo de regressão tradicional, a volatilidade desses mesmos retornos poderia ter uma previsão plausível. Assim, limitamos esta pesquisa a previsões restritas em volatilidade de ativos, que é o caso do conjunto de modelos GARCH (Rossi & Neves, 2014, p. 77). De acordo com Giambiagi (2017, p. 187), uma recorrência comum em ativos financeiros é que “frequentemente observa-se clusters de volatilidade em séries de retornos, cujas implicações para o cálculo das medidas de risco devem ser adequadamente tratadas”, já que uma das finalidades atribuídas ao modelo GARCH é a possibilidade de capturar esses *clusters* de volatilidade.

Segundo Hull (2016, p. 561), modelagens como “a de média móvel ponderada exponencialmente (EWMA), a de heteroscedasticidade condicional autorregressiva (ARCH) e a de heteroscedasticidade condicional autorregressiva generalizada (GARCH)” são comumente utilizadas em estudos de volatilidade de ativos financeiros. De acordo com Giambiagi (2017, p. 185), “o modelo GARCH estima, para cada período, a variância condicional. Por outro lado, também reconhece a existência de uma variância incondicional, que pode ser interpretada como uma tendência de longo prazo do modelo”.

De forma geral, os investidores que aplicam em renda variável, além de se preocuparem com a rentabilidade de seus ativos e de suas carteiras, também se preocupam com a volatilidade dessas carteiras. Essa variabilidade dos investimentos é conhecida como o próprio risco não sistemático da carteira (Gujarati et al., 2019, p. 310). Assim, um dos fundamentos estatísticos amplamente utilizado para mensurar a volatilidade é a variância da série estudada ao longo de um período de tempo. Por exemplo, quando fazemos estudos de otimização de carteira de ativos, e, em especial, antes de estarmos preocupados com o retorno da carteira, estaremos ainda mais preocupados com o risco dessa carteira. Ou seja, procuramos mensurar o risco de cada um desses ativos e em seguida mensurar o risco em conjunto desses ativos. Segundo Gujarati et al. (2019, p. 310):

Se tivermos dados sobre os retornos das ações no mercado financeiro no período de, digamos, 1.000 dias, podemos calcular a variância dos retornos diários das ações, subtraindo o valor médio dos retornos das ações de seus valores individuais, calcular o quadrado da diferença e dividir pelo número de observações. Esse procedimento, por si só, não nos possibilita obter a aglomeração de volatilidade, por ser uma medida do que é chamado de variância incondicional, que é um número único para uma dada amostra.

Assim, a volatilidade incondicional não leva em conta a variabilidade dos retornos desses papéis no tempo. Já uma medida que leva em conta o histórico do ativo é a heterocedasticidade<sup>1</sup> condicional autorregressiva (ARCH). Ou seja, “uma heterocedasticidade observada em diferentes períodos é autocorrelacionada” (Gujarati et al., 2019, p. 310). Segundo Bueno (2018, p. 274), “os modelos de heterocedasticidade condicional, GARCH, fundamentam-se na estimação da variância condicional, em vez de considerá-la constante ao longo do tempo”.

## ■ 1.1 O modelo GARCH

O modelo GARCH é uma generalização do modelo ARCH, com uma pequena diferenciação metodológica em que o modelo ARCH é um processo autorregressivo, já o modelo GARCH é um processo ARMA<sup>2</sup>. Ou seja, o processo GARCH “é uma extensão” do processo ARCH adicionado dos parâmetros beta do modelo ARMA. O modelo GARCH tem as mesmas propriedades dos modelos ARCH, como média zero (condicional e incondicional), não contém autocorrelações, tem a distribuição leptocúrtica (curtose > 3), além da variância incondicional que acrescenta os parâmetros betas à fórmula da variância (no modelo ARCH só havia os parâmetros alfa), o que pode ser observado na expressão I (Arratia, 2014, p. 128).

$$\sigma^2 = Var(a_1) = \frac{w}{1 - \sum_{k=1}^{\max(p,q)} (\alpha_k + \beta_k)} \quad (I)$$

1 Heterocedasticidade aqui entendida como variância desigual.

2 O modelo do tipo ARMA é uma combinação do modelo autorregressivo (AR) e do modelo de média móvel (MA) (Gujarati & Porter, 2011).

Segundo Arratia (2014, p. 128), essa “variância incondicional pode ser interpretada como uma variância prevista de longo prazo”. Por exemplo, quando se considera uma previsão de uma etapa com o modelo GARCH (1,1), entende-se que ela é apenas uma extensão direta da previsão ARCH (1) e tem a seguinte forma:

$$\sigma^2_{t+1|t} = w + \alpha a^2_t + \beta \sigma^2_t \quad (\text{II})$$

Para  $h > 1$ , a previsão *h-step ahead* com GARCH (1,1) tem a seguinte forma:

$$\sigma^2_{t+h|t} = w + \alpha a^2_{t+h-1|t} + \beta \sigma^2_{t+h-1|t} \quad (\text{III})$$

Tomando o limite como  $h \rightarrow \infty$ , tem-se a variância prevista de longo prazo:

$$VL = . \sigma^2_{t+h|t} = w / (1 - \alpha - \beta) \quad (\text{IV})$$

Essa é a variação média diária implícita ( $V_L$ ) no modelo GARCH (Arratia, 2014, p. 128).

Conforme Lima (2023, p. 365), “o modelo GARCH foi desenvolvido por Bollerslev para descrever a volatilidade com um número menor de parâmetros do que os usados em um modelo ARCH”. De acordo com Arratia (2014, p. 128), a ideia de Bollerslev (1986) era tornar a variância também dependente de seus valores passados recentes. Segundo Aiube (2013, p. 91), o objetivo da construção modelo GARCH foi obter um modelo mais parcimonioso e sem os problemas de estimação que se encontram no modelo ARCH. Ainda de acordo com Rossi & Neves (2014, p. 75), Jeet e Vats (2017) e Berlinger et al. (2015, pp. 31-34), existem diversos modelos derivados do modelo GARCH original, como os processos ARCH-M, TARCH, EGARCH<sup>3</sup>

---

3 O modelo EGARCH é uma extensão do modelo GARCH, só que nesse caso exponencial. Segundo Jeet e Vats (2017, p. 185), o modelo EGARCH é uma forma melhorada de GARCH e pode modelar alguns cenários de mercado mais otimistas. Alguns choques de mercado negativos (como eventos e/ou notícias etc.) tendem a impactar mais a volatilidade do que choques positivos, e, dessa forma, uma abordagem com um modelo exponencial tende a ter um resultado mais “explosivo” – tanto em situações de alta como de baixa de mercado.

e VGARCH<sup>4</sup>. Para Gujarati et al. (2019, p. 316), “o modelo GARCH (1,1) pode ser generalizado ao modelo GARCH (p, q) com p termos de erro quadrático defasado e q termos de variância condicional defasada, mas, na prática, GARCH (1,1) se mostrou útil para modelar retornos sobre ativos financeiros”. Segundo Jeet e Vats (2017, p. 183):

Nos dados de séries temporais financeiras, alguns períodos são comparativamente mais voláteis, o que contribui para aumentar a força dos resíduos. Além disso, esses picos não são colocados aleatoriamente devido ao efeito de autocorrelação, também conhecido como volatilidade de agrupamento, ou seja, períodos de alta volatilidade tendem a se agrupar. É aqui que o GARCH é usado para medidas de volatilidade de previsão, que podem ser usadas para prever resíduos no modelo.

Assim, os modelos de volatilidade como ARCH e GARCH<sup>5</sup> interpretam que as volatilidade e correlações não são constantes ao longo da série temporal. Quando a volatilidade de uma série é alta, ela continua sendo alta por algum tempo, e, quando a volatilidade é baixa, ela continua sendo baixa por um tempo, ou seja, a série apresenta heterocedasticidade<sup>6</sup> (Gujarati et al., 2019, p. 312; Hull, 2016, pp. 561, 571; Lima, 2023, p. 365; Giambiagi, 2017, p. 187).

Ao estimarmos a volatilidade de uma série cambial a partir do modelo GARCH, podemos querer verificar o quanto esse modelo pode ser eficaz em mensurar o comportamento volátil ao longo da série observada. Dessa maneira, um procedimento usual é verificar o valor de risco (*value at risk* – VaR) da série testada. Para isso, a metodologia VaR consiste em “envelocar” a série observada com o intuito de verificar o quanto esse “envelope” foi furado ao longo do tempo, como veremos brevemente a seguir.

4 De acordo com Jeet e Vats (2017, p. 187), “o modelo VGARCH significa vetor GARCH ou GARCH multivariado. [...] no mercado financeiro, a suposição é que as volatilidades financeiras se movem juntas ao longo do tempo entre ativos e mercados. Reconhecendo que esse aspecto por meio de uma estrutura de modelagem multivariada leva a um modelo melhor, nesse caso, um modelo univariado separado”. Esse tipo de modelo pode ser mais bem utilizado em, por exemplo, precificação de ativos e opções e na seleção de portfólio.

5 A modelagem GARCH via *software* R pode ser modelada via pacote *rugarch*. No entanto, existem diversos outros pacotes com essas mesmas funcionalidades, como *rmarch* (para modelos multivariados), *fGarch* e *tseries* (Berlinger et al., 2015, p. 28). Em Ngai H. Chan (2010) é também possível entender mais sobre o modelo GARCH multivariado.

6 Mudanças que ocorrem na variância ao longo da série dos retornos – variância não constante.



## ■ 1.2 VaR

A metodologia VaR é uma estimativa bastante utilizada no mercado para mensurar a probabilidade de perda máxima de uma carteira, dado um horizonte de tempo pré-estipulado. Ou seja, dada, por exemplo, uma carteira de investimentos com um valor X, a ideia é estimar qual seria o valor monetário Y máximo que se espera perder dessa carteira de um dia para outro (Giambiagi, 2017, pp. 201-203).

De acordo com Giambiagi (2017, p. 201), a metodologia VaR possui dois parâmetros básicos: 1. o nível de significância  $\alpha$  (ou, de forma equivalente, o nível de confiança  $(1 - \alpha)$ ); e 2. o horizonte de tempo (*holding period*) i.

Assim, assumimos que o VaR é:

$$P(\Delta X_t \leq VaR) = \alpha \quad (V)$$

em que a variável P() indica a probabilidade de um evento,  $\Delta X_t$  é a variação no valor da carteira de preço  $X_t$ , e VaR é o valor em risco para o horizonte de tempo t (Giambiagi, 2017, p. 201).

Dados os principais aspectos da fundamentação teórica da modelagem GARCH, na sequência do texto, apresentaremos a metodologia e os procedimentos necessários para podermos rodar o modelo de volatilidade utilizado.

## 2

## METODOLOGIA

Heynen e Kat (como citado em Bueno, 2018, p. 289) desenvolveram um trabalho de estudo de previsão usando dois ativos: índices de ações e câmbio. Segundo esses autores, os índices de ações são mais bem previstos por meio do modelo de volatilidade estocástica. Já para o modelo que tinha como ativo o câmbio, o modelo GARCH (1,1) obteve melhor desempenho. Assim, Gujarati et al. (2019, p. 310) citam em seu estudo que a metodologia dos modelos ARCH e GARCH de volatilidade de preços utiliza uma série da relação e do comportamento da taxa de câmbio diária entre o dólar e o euro. Rossi & Neves (2014, p. 77) também exemplificam o modelo GARCH por meio de um exercício econômico utilizando dados de câmbio (real/dólar) para uma série de dez anos

(de janeiro de 1999 a janeiro de 2009). Já a nossa abordagem metodológica consiste em modelar a relação entre o dólar e o real.

De acordo com Lima (2023, p. 365) e Arratia (2014, p. 128), um modelo GARCH pode ser definido algebricamente do seguinte modo:

$$\begin{aligned} R_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-1}^2 + \dots + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \end{aligned} \quad (\text{VI})$$

em que  $\varepsilon_t$  é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média zero e variância um,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $\beta_j \geq 0$  e ainda:

$$\sum_{i=1}^s (\alpha_i + \beta_i) < 1 \text{ e } s = \text{máx}(p, q) \quad (\text{VII})$$

Porém, segundo Lima (2023, p. 363), um modelo bastante utilizado na prática é o GARCH (1,1), em que a volatilidade é expressa como:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 R_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (\text{VIII})$$

Lima (2023, p. 366) define a variância condicional usando as informações até o termo  $t - 1$  e do retorno do período imediatamente anterior. A média, ou variância incondicional, é encontrada estabelecendo-se

$$E(R_{t-1}^2) = h_t = h_{t-1} = h \quad (\text{IX})$$

E colocando essa informação na fórmula do modelo GARCH (1,1), temos:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 R^2_{t-1} + \beta_1 h_{t-1}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 h + \beta_1 h$$

$$h - \alpha_1 h - \beta_1 h = \alpha_0 \quad (X)$$

$$h(1 - \alpha_1 - \beta_1) = \alpha_0$$

$$h = \alpha_0 / (1 - \alpha_1 - \beta_1)$$

De acordo com essa última equação, o modelo será considerado estacionário se a soma dos parâmetros  $\alpha_1 + \beta_1$  for menor do que um (Lima, 2023, p. 366). Assim, as previsões de volatilidade utilizando um modelo GARCH são feitas da mesma maneira que para o modelo ARCH descrito anteriormente (Lima, 2023, p. 366).

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 R^2_{t-1} + \beta_1 h_{t-1} \rightarrow \text{modelo GARCH} \quad (XI)$$

Quando se assumem os parâmetros  $\alpha_1 = 1 - \lambda$  e  $\beta_1 = \lambda$  no modelo GARCH o  $h_t$  corresponde ao  $\sigma^2$  (Lima, 2023, p. 366).

Na sequência metodológica, temos os testes estatísticos que verificam a eficácia da modelagem adotada, que em nosso caso procura estimar a volatilidade da série cambial do dólar e do real.

## ■ 2.1 Testes estatísticos para a modelagem GARCH

Nas próximas seções, apontaremos a sequência metodológica dos testes estatísticos utilizados na modelagem GARCH, baseados em nossas referências bibliográficas.

### 2.1.1 Testes de análise visual

De acordo com Gujarati et al. (2019), um dos primeiros testes estatísticos que podem ser observados é a análise visual dos algoritmos da variação diária

do câmbio. Em seguida, fazemos os testes para verificar se a série observada é estacionária, por meio das seguintes hipóteses usuais:

- $H_0$ : O processo é estacionário.
- $H_1$ : O processo possui raiz unitária<sup>7</sup> ou tendência.

### 2.1.2 Testes estatísticos de estacionariedade

- Teste KPSS (Kwiatkowski et al., 1992)<sup>8</sup>.
- Teste de Phillips e Perron (1988).
- Teste ADF (Dickey & Fuller, 1979).

### 2.1.3 Testes de independência

Deve-se também verificar a independência dos resíduos. A ideia aqui é verificar se sobrou autocorrelação nos resíduos, o que implicaria a hipótese de que os resíduos sejam dependentes e não independentes. Isso significaria que o modelo utilizado não captou toda a informação do conjunto dos dados, e uma parte da correlação não captada (sobra) ainda estaria nos resíduos<sup>9</sup>. Por conta disso, verifica-se se os resíduos são independentes (essa análise, em geral, utiliza uma inspeção visual dos resíduos). Em seguida, utiliza-se a metodologia dos testes ACF<sup>10</sup> dos resíduos e dos quadrados dos resíduos com a finalidade de verificar se a autocorrelação da série é nula; além disso, realizam-se os testes PACF<sup>11</sup> (Arratia, 2014, pp. 74-75, 115; Berlinger et al., 2015, p. 24; Bueno, 2018, pp. 44, 64; Gujarati & Porter, 2011, p. 768; Tsay, 2013, p. 195).

---

7 Raiz unitária é um processo em que o número 1 é a raiz do polinômio autorregressivo.

8 Para obter maiores informações sobre a metodologia KPSS, ver Bueno (2018, p. 129).

9 Um outro teste de autocorrelação dos resíduos é o chamado Teste LM ou Teste Breusch-Godfrey (Bueno, 2018, p. 83).

10 ACF é a função de autocorrelação que mede dois valores em uma série temporal, na qual, quando plotado, sintetiza o gráfico da autocorrelação contra a defasagem.

11 Função de autocorrelação parcial (Bueno, 2018, p. 44).

### 2.1.4 Testes de Box

Na sequência metodológica, há os chamados testes de Box. Nesses testes – Ljung & Box (1978) ou Box-Jenkins<sup>12</sup>, por exemplo –, quando se assume a hipótese nula até um determinado  $m$ , a série não apresenta autocorrelação, contra a hipótese alternativa que ao menos um  $P$  é diferente de zero (isso significaria que a série é não independente). Consideram-se então as seguintes hipóteses:

- $H_0$ :  $P(1) = P(2) = \dots = P(m) = 0$ .
- $H_1$ : Pelo menos um diferente de zero.

De acordo com Hull (2016, p. 561-572), Bueno (2018, p. 285) e Tsay (2013, p. 197), em uma série com  $m$  observações, o teste de Ljung-Box pode ser assim definido:

$$m \sum_{k=1}^k w_k \eta_k^2 \quad (\text{XII})$$

em que  $n_k$  é a autocorrelação para uma defasagem de  $k$ ,  $K$  é o número de defasagens consideradas e

$$w_k = (m + 2) / (m - k) \quad (\text{XIII})$$

De acordo com Gujarati e Porter (2011, p. 768),

[...] ao contrário dos modelos de regressão, nos quais  $Y_t$  é explicado pelos regressores  $K$   $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$ , os modelos de séries temporais do tipo Box e Jenkins permitem que  $Y_t$  seja explicado pelos valores passados, ou defasados, do próprio  $Y$  e dos termos dos erros estocásticos.

12 Para obter mais detalhes sobre a metodologia Box-Jenkins, ver Gujarati e Porter (2011, p. 765).

### 2.1.5 Testes estatísticos de aderência e normalidade

Bueno (2018, p. 80) utiliza como teste de normalidade o teste de Shapiro-Wilk (No R: `shapiro.test()`) para a distribuição normal. Para outras distribuições, utiliza-se o teste de Kolmogorov-Smirnov (No R: `ks.test()`). Já Shumway e Stoffer (2010, p. 285) mencionam que também

[...] há um número de testes realizados nos resíduos ou nos resíduos ao quadrado da série. [...] por exemplo, a estatística Jarque-Bera<sup>13</sup> testa os resíduos do ajuste para normalidade com base na assimetria e curtose. A estatística Shapiro-Wilk testa os resíduos do ajuste à normalidade com base nas estatísticas de ordem empírica.

Um outro meio aplicado na prática é a utilização do teste de aderência das distribuições. Esse teste consiste na análise visual dos dados plotados em uma reta que caracteriza a distribuição utilizada, como a distribuição normal – *Normal Q-Q Plot* (Berlinger et al., 2015, pp. 26-27). Pode-se ainda observar a aderência da distribuição normal por meio de histogramas, em que se compara a curvatura de uma distribuição normal com os dados observados na série (Arratia, 2014, pp. 51-52; Berlinger et al., 2015, p. 25).

Uma prática utilizada ao rodar o modelo GARCH é que, além de testar a distribuição normal, roda-se, em geral, uma outra distribuição de probabilidade (Morettin, 2017, pp. 28, 134, 155). Por exemplo, Tsay (2013, pp. 198, 203) utilizam as distribuições *t* de Student (*Student t* – STD) e *t* de Student distorcidas<sup>14</sup> (*skew Student t distributions* – SSTD), com suas respectivas ferramentas gráficas (essas distribuições geram gráficos similares ao gráfico utilizado na distribuição normal).

13 Para obter mais informações sobre o Teste Jarque-Bera, ver Bueno (2018, p. 82).

14 De acordo com Tsay (2013, p.190), “além das caudas pesadas, as distribuições empíricas dos retornos dos ativos também podem ser distorcidas. Para lidar com essa característica adicional de retornos de ativos, a distribuição *t* de Student pode ser modificada para se tornar uma distribuição *t* de Student distorcida”. Para obter mais detalhes sobre essas distribuições, ver Ferbabdez e Steel (1998).

### 2.1.6 Critério de seleção de modelos e teste de parcimônia

De acordo Morettin (2017), e especificamente Bueno (2018, p. 50), “o critério de informação é uma forma de encontrar o número ideal de parâmetros de um modelo”. A ideia é minimizar uma função baseada nos resíduos, penalizada pelo número de regressores, já que existem alguns principais critérios/modelagens de informação. A estatística de Schwarz é dada pela expressão BIC (Bayesian Information Criterion). A estatística de Akaike, denotada por AIC (Akaike Information Criterion). De acordo com Tsay (2013, p. 207), em caso de testes entre os modelos, escolhe-se, por exemplo, o AIC de menor valor.

### 2.1.7 Testes VaR

A técnica VaR é uma metodologia em que se sintetiza a perda máxima esperada, a um certo nível de significância, dentro de um período de tempo determinado. Neste trabalho, usaremos a metodologia VaR para estimar o máximo de vezes em que o limite esperado de perda foi superado, dado um intervalo de confiança de 95%. Essa técnica também é bastante utilizada em fundos de investimento e mesmo na gestão de risco de bancos comerciais (Hull, 2016; Kimura, 2009; Lima, 2023).

### 2.1.8 Previsão de volatilidade

Como citado anteriormente e dentre a metodologia deste trabalho, as previsões de volatilidade é o objetivo desta pesquisa, em que se utilizou a modelagem GARCH. Assim, de acordo com Morettin (2017, p. 134), um modelo GARCH pode ser usado para descrever a volatilidade de uma maneira parcimoniosa.

Outro recurso utilizado na previsão para o modelo GARCH é a ferramenta gráfica de convergência da série, utilizada para estimar o tempo, em número de dias, necessário para que a volatilidade se aproxime da variância incondicional dos dados observados (Bueno, 2018, p. 287; Gujarati et al., 2019).

Já a próxima seção trata dos resultados obtidos nesta pesquisa para a aplicação do modelo GARCH na série cambial entre o dólar norte-americano e a moeda brasileira (real).

### 3

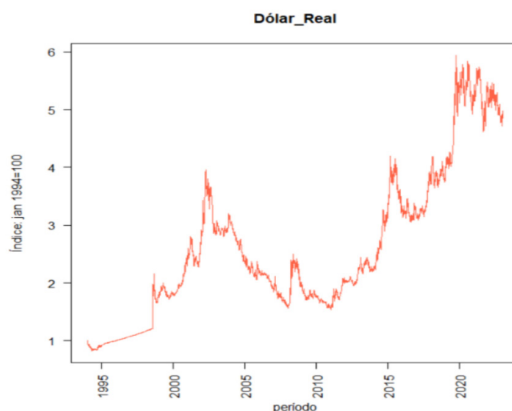
## RESULTADOS

Os resultados encontrados no exercício econométrico foram realizados por meio do *software* estatístico R. Os dados utilizados são a série do câmbio entre a moeda norte-americana (dólar) e a moeda brasileira (real). Essas séries foram captadas diretamente via *software* R, que, por sua vez, captou os dados da base Yahoo Finance. O início da série foi em 1º de janeiro de 1994 e seguiu até 8 de novembro de 2023.

De acordo com Gujarati et al. (2019, p. 310), uma metodologia inicial utilizada para avaliar o câmbio é a análise visual, em que se utilizam “os algoritmos das variações nos preços dos ativos como retornos (diários) dos ativos, sobre a taxa de câmbio”. Assim, uma análise gráfica da taxa de câmbio em logaritmo entre a moeda brasileira e a moeda norte-americana pode ser observada a partir da Figura 1.

### Figura 1

Taxa de câmbio real/dólar (período de 1º de julho de 1994 a 8 de novembro de 2023)



Fonte: Elaborada pelo autor por meio do *software* RStudio e da base de dados Yahoo Finance.



Na Figura 1, podemos observar que a moeda brasileira começou a se desvalorizar em comparação com o dólar um tempo após o lançamento do Plano Real em 1994. Essa desvalorização se manteve em tendência de alta ao longo dos 29 anos da série utilizada nesta pesquisa. Uma observação é que vamos nos limitar neste texto a não fazer uma análise apurada do porquê da depreciação do real perante o dólar nos últimos anos. O nosso objetivo aqui é observar a volatilidade da série ao longo do tempo. Ou seja, consideraremos apenas os dados e sua variabilidade ao longo do período, e não procuraremos identificar aqui por que esse fato ocorreu.

Quanto à volatilidade da série observada, notamos que, depois do lançamento da nova moeda brasileira e após julho de 1994 a junho de 1996, o real passou por um período de valorização perante o dólar norte-americano. Aproximadamente após essa data até o início de janeiro de 1999, vemos uma tendência praticamente linear e pouco volátil da série. A partir desse período, notamos que a série ficou mais volátil ao longo do tempo. Assim, poderíamos traçar uma linha de tendência ao longo da série e claramente teríamos uma tendência de alta ao longo do período. Ou seja, ao observarmos os dados, verificamos que as oscilações persistem ao longo dos quase 30 anos da taxa de câmbio observada.

Desde o mês de julho de 1994 até o primeiro dia de novembro de 2023, a média dos retornos diários da taxa de câmbio (dólar/real) que calculamos neste trabalho foi de 0,0002621 (0,02621%), com uma variância de 0,0000862. Se comparado com o estudo de Gujarati et al. (2019), no qual os autores calculam essa mesma taxa de retorno médio diário entre o dólar norte-americano e o euro, obteve-se o valor de 0,000113 (0,0113%), e sua variância foi de cerca de 0,0000351, para o período de primeiro de janeiro de 2004 a 8 de maio de 2008. Assim, ao compararmos os dados dos dois estudos, e apesar de o tamanho das amostras dos dois estudos não ser o mesmo, e nem as variáveis, temos que os resultados de retorno médio e variância não ficaram tão distantes um do outro.

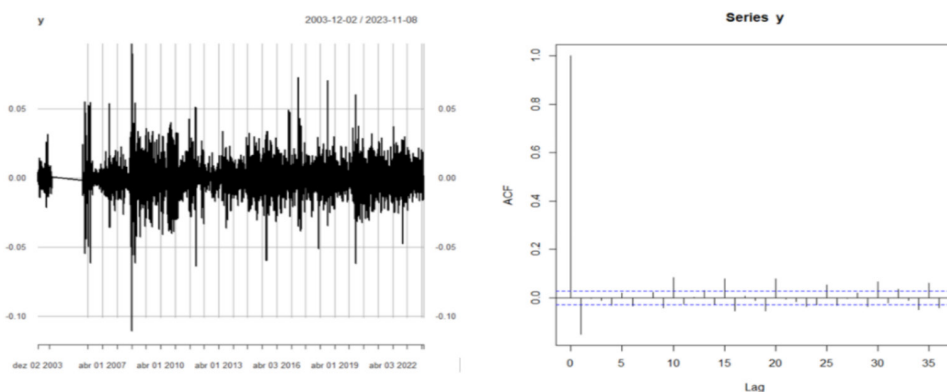
A ideia de testar o dólar para com o real parte da concepção de que o dólar ainda continua sendo a moeda estrangeira mais relevante no mundo, e em especial também para o Brasil. Os retornos da variação do dólar em relação ao real podem ser observados na Figura 2. Essa alta volatilidade na série pode ser considerada “normal” por tratar-se de uma comparação entre as moedas diferentes. Ainda por meio da Figura 2, percebem-se alguns *clusters* de volatilidade ao longo da série (Gujarati & Porter, 2011; Tsay, 2013).

**Figura 2** (à esquerda)

Retorno da variação do dólar perante o real (de janeiro de 1994 a novembro de 2023)

**Figura 3** (à direita)

ACF retornos – dólar/real (de janeiro de 1994 a novembro de 2023)

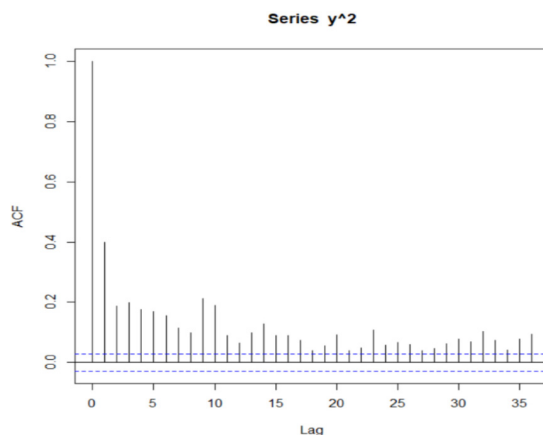


Fonte: Elaboradas pelo autor por meio do *software* RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

Já o gráfico do tipo ACF tem a finalidade de verificar se a autocorrelação é nula. Assim, quando se observa a Figura 3 dos retornos da série, nota-se que a série de retorno não apresenta autocorrelação irrestrita, porém indica alguns pontos de autocorrelação ao longo da série testada (nota-se que, dado que a série é relativamente longa, há algumas exceções ao longo do período, como se pode observar na figura, porém a quantidade de exceções é não significativa para os critérios desta pesquisa). Já quando se observa a Figura 4 (ACF dos retornos ao quadrado), nota-se que aparece a autocorrelação. Esse fato também indica a presença de volatilidade. Ou seja, choques de variância da série se propagam nos dias próximos, o que indica não estacionariedade na série de dados (Gujarati & Porter, 2011; Tsay, 2013, p. 195).

**Figura 4**

ACF retornos ao quadrado – dólar/real (período de 1º de janeiro de 1994 a 8 de novembro de 2023)



Fonte: Elaborada pelo autor por meio do software RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

O teste de Jung-Box realizado nos retornos ao quadrado pode ser observado por meio do *software* R, o que demonstra que os retornos não são independentes. Ou seja, houve rejeição quando se observam os valores no teste apresentado a seguir – realizado por meio do *software* R (Gujarati & Porter, 2011; Tsay, 2013, p. 195).

*Box-Ljung test*

*data: y^2*

$X\text{-squared} = 2211, df = 15, p\text{-value} < 2.2e-16$

Ao rodarmos o modelo GARCH (1, 1) de ajuste da série (*software* R), consideramos inicialmente uma distribuição normal e média zero para os retornos observados. Quando se observam os valores ajustados, verifica-se que os valores dos parâmetros  $\omega$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  são relativamente pequenos (respectivamente,  $2.2547e-06$ ,  $1.0380e-01$  e  $8.8475e-01$ ). No entanto, esses valores

pequenos são comuns para esse tipo de série observada, e também é comum que o valor do beta seja maior do que o valor alfa. Além disso, todos os parâmetros foram significantes (Hull, 2016, pp. 561, 571; Bueno, 2018, p. 285; Tsay, 2013, p. 197). De acordo com Arratia (2014, p. 127), esses parâmetros podem ser considerados significativos se forem diferentes de zero.

Alguns testes também podem ser observados por meio dos dados da demonstração feita antes, em que os dois primeiros testes – de Jarque-Bera e Shapiro-Wilk – se referem a testes de normalidade, e os dados desses testes rejeitaram a hipótese de normalidade dos resíduos (o que acontece comumente, pois o teste de normalidade não contempla em geral a normalidade de resíduos). Na sequência dos dados apresentados anteriormente, podemos observar alguns outros testes. Por meio dos testes Ljung-Box, podemos verificar que eles demonstram não rejeição, pelo fato de os retornos tenderem a não ser autocorrelacionados. Ainda na sequência dos testes Ljung-Box, podemos observar os testes para os resíduos ao quadrado, em que também não se rejeitou a série observada.

Na sequência metodológica, tem-se a métrica de dividir os resíduos pelo desvio padrão com o objetivo de ter uma padronização dos dados na série. Ao plotarmos esses valores, podemos observar, por meio da Figura 5, que temos um gráfico um pouco diferente da Figura 2, pois não há mais os *clusters* de volatilidade (ou seja, a variância tem uma característica de ser um pouco mais constante ao longo do período).

Já quando se observam os dados por meio das figuras 6 e 7 dos resíduos padronizados ao quadrado, verificamos a normalidade apontada graficamente não indicando autocorrelação. Podemos ainda notar a diferença na Figura 6 quando comparada com a Figura 3 (Gujarati & Porter, 2011; Arratia, 2014, p. 126).

**Figura 5** (à esquerda)

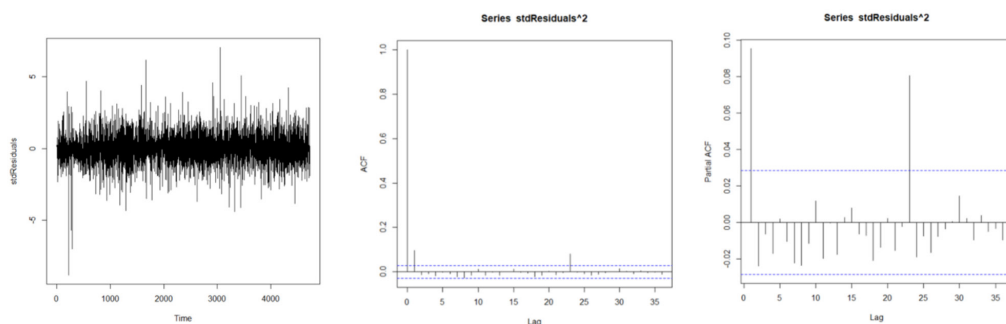
**Resíduos padronizados**

**Figura 6** (ao centro)

**ACF dos resíduos padronizados ao quadrado**

**Figura 7** (à direita)

**PACF dos resíduos padronizados ao quadrado**

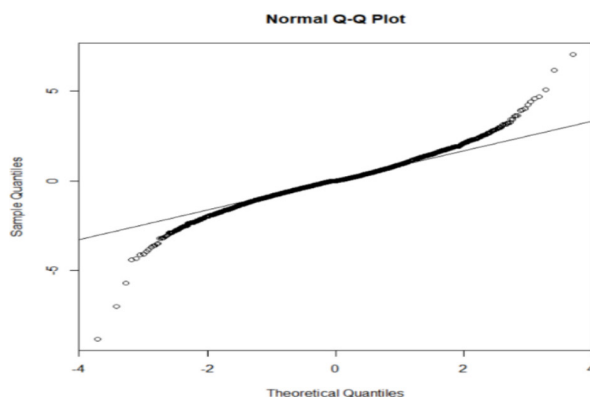


Fonte: Elaborada pelo autor por meio do software RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

Observando também graficamente a aderência da distribuição normal, vemos, por meio da Figura 8, que as caudas se afastam um pouco da normalidade, pois a distribuição normal não consegue suportar perfeitamente os dados (retornos) dentro de sua normalidade técnica.

**Figura 8**

Aderência da distribuição normal



Fonte: Elaborada pelo autor por meio do *software* RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

A seguir, podemos também verificar algebricamente a não aderência da normalidade mediante o teste de Shapiro realizado por meio do *software* utilizado (R).

*Shapiro-Wilk normality test*

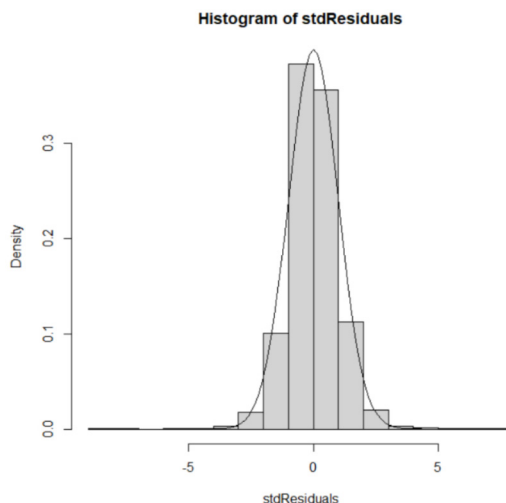
*data: stdResiduals*

$W = 0.97036, p\text{-value} < 2.2e-16$

No entanto, ao observarmos o histograma dos resíduos padronizados com a densidade da distribuição normal sobreposta (Figura 9), verificamos visualmente uma certa “quase normalidade” dos dados observados. Mas vale ressaltar que o teste de Shapiro rejeitou a normalidade.

**Figura 9**

## Histograma dos resíduos padronizados

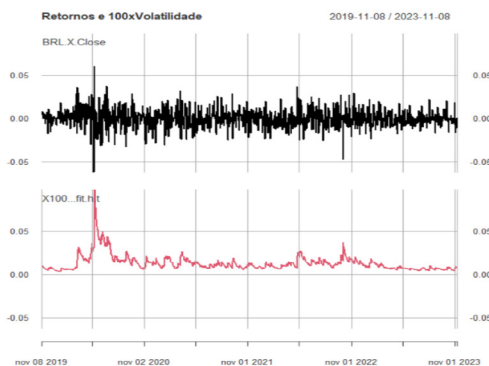


Fonte: Elaborada pelo autor por meio do software RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

A Figura 10 aponta, em sua parte superior, os retornos da série estudada, e, na parte inferior, temos a volatilidade. Para esse gráfico, limitamos o período da análise para os últimos quatro anos – a partir do começo do mês de novembro de 2019 até o começo do mês de novembro de 2023. A ideia seria captar o efeito da pandemia de covid-19 dentro da série observada. Assim, quando se observa o gráfico da Figura 10, vemos que no mês de março de 2020 (pico da covid-19, refletido em termos de volatilidade de mercado) houve a maior volatilidade em relação ao resto do período.

**Figura 10**

**Retornos e volatilidade (período de 8 de novembro de 2019 a 8 de novembro de 2023)**



Fonte: Elaborada pelo autor por meio do *software* RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

Já a Figura 11 demonstra o VaR do período dos últimos quatro anos. Assim, foi utilizado um intervalo de confiança de 95%<sup>15</sup> para a série analisada. Observe que a linha vermelha na Figura 11 funciona como se fosse quase que uma banda. É também quase que normal que essa banda seja “furada” às vezes. Uma questão importante a saber do VaR, além do intervalo de confiança, é o período do VaR (dias que foi parametrizado). Por exemplo, podemos ter um VaR para um fundo de investimento de ativo para o dólar norte-americano com um intervalo de confiança de 95% e para 100 dias com um valor hipotético de carteira do fundo avaliado em R\$ 100 milhões. Nesse caso, espera-se que a perda máxima seja de R\$ 5 milhões de um dia para outro em um período de cem dias. Assim, espera-se que a perda máxima para esse fundo tenha um limite de R\$ 5 milhões. Dessa forma, como a série que estamos verificando é de quatro anos, é aceitável que a banda seja “furada” em mais de um ponto, desde que não tenha uma probabilidade maior do que 5%. Assim, ao verifi-

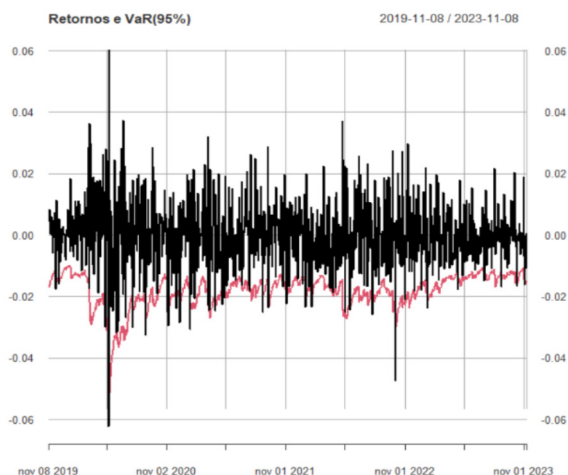
15 Em geral, os bancos comerciais no Brasil utilizam um intervalo de confiança de 99% para suas posições financeiras e os fundos de investimentos administrados por eles. No entanto, o intervalo de confiança de 95% para a série aqui estudada se justifica em função de trabalharmos com o câmbio, que é um ativo muito mais volátil; além disso, a moeda norte-americana é considerada no mercado quase como um derivativo.



carros isso de forma algébrica e com auxílio do *software*, temos o valor de cobertura de 4,26%, o que demonstra que o modelo atenderia a uma expectativa de um intervalo de confiança de 95% (Daróczi, et al. 2013, p. 21).

## Figura 11

### VaR



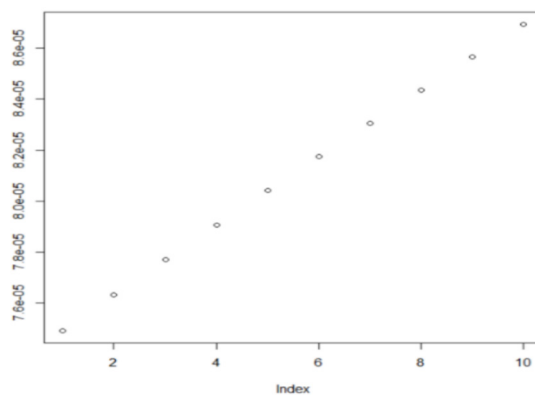
Fonte: Elaborada pelo autor por meio do *software* RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

Ao calcularmos a previsão de volatilidade para dez pontos (dias) à frente, a partir da última observação (8 de novembro de 2023), temos os valores diários estimados de volatilidade, como observado a partir dos dados apresentados a seguir. Dessa forma, verificamos a previsão de retorno (*mean forecast*) – que é sempre zero –, o erro médio (*mean error*) e a volatilidade (*standard deviation* – ou desvio padrão condicional). Ou seja, em nosso exemplo a estimativa é que, para o dia posterior ao último dia observado no modelo – dia 8 de novembro de 2023 –, é esperada uma volatilidade de 0,87% para a moeda norte-americana no mercado brasileiro. Ao observarmos a Figura 12, e na sequência do texto, visualizamos a previsão de volatilidade para os dez dias subsequentes à série observada.

<i>meanForecast</i>	<i>meanError</i>	<i>standardDeviation</i>
1	0 0.008655890	0.008655890
2	0 0.008736189	0.008736189
3	0 0.008814848	0.008814848
4	0 0.008891923	0.008891923
5	0 0.008967464	0.008967464
6	0 0.009041520	0.009041520
7	0 0.009114137	0.009114137
8	0 0.009185357	0.009185357
9	0 0.009255223	0.009255223
10	0 0.009323775	0.009323775

**Figura 12**

Previsão de volatilidade para dez dias subsequentes

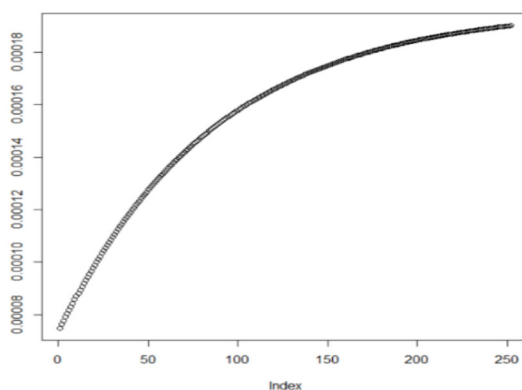


Fonte: Elaborada pelo autor por meio do software RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

Estendida a previsão para os 252 dias posteriores ao último dia observado, tem-se uma melhor convergência da série, como pode ser observado na Figura 13. Assim, dado o crescimento da volatilidade esperada para os próximos dias, espera-se a aproximação da volatilidade para a própria variância incondicional. Vale destacar que, para séries em que haja menos volatilidade, como uma ação de uma empresa, a convergência se dá, em geral, de forma mais rápida no tempo, ou seja, em menos de um ano, provavelmente as estimativas já teriam convergido para uma constante. Porém, como estamos observando praticamente um ativo financeiro do tipo derivativo, a maior volatilidade impede uma convergência mais rápida. No nosso caso especial, a convergência se dá apenas no último dia estimado, já que o crescimento da curva da velocidade da Figura 13 depende dos coeficientes do modelo (alfa, beta e ômega). Assim, quanto mais baixos forem esses parâmetros, mais rápida será a velocidade de crescimento da curva.

**Figura 13**

**Previsão de volatilidade para 252 dias**



Fonte: Elaborada pelo autor por meio do *software* RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

Agora, ao rodarmos o modelo GARCH (1, 1) de ajuste da série, por meio do *software* R, e mediante uma distribuição SSTD, temos um novo ajuste para

o modelo, como indicado a seguir. Agora há dois novos parâmetros no modelo que são os parâmetros *skew* (parâmetro de assimetria da estatística *t* de Stewart) e *shape* (graus de liberdade da *t* de Stewart). E todos os parâmetros também deram significativos (Tsay, 2013, p. 204).

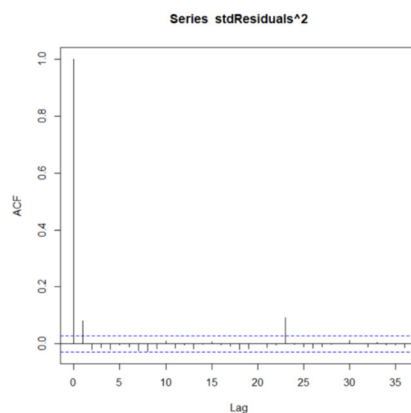
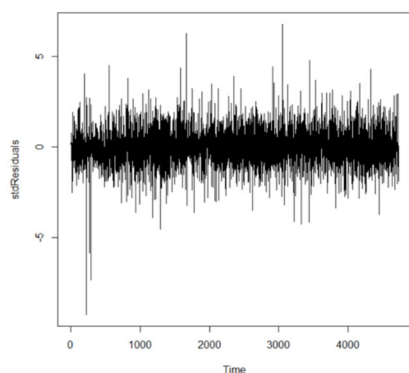
Os testes Ljung-Box deram validade à série estimada, ou seja, conseguiram captar toda a volatilidade da série (Tsay, 2013, p. 207). Já os cálculos dos resíduos padronizados a partir da distribuição SSTD são demonstrados nas figuras 14 e 15.

**Figura 14** (à esquerda)

Previsão dos resíduos padronizados (SSTD)

**Figura 15** (à direita)

ACF dos resíduos padronizados ao quadrado (SSTD)



Fonte: Elaboradas pelo autor por meio do *software* RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

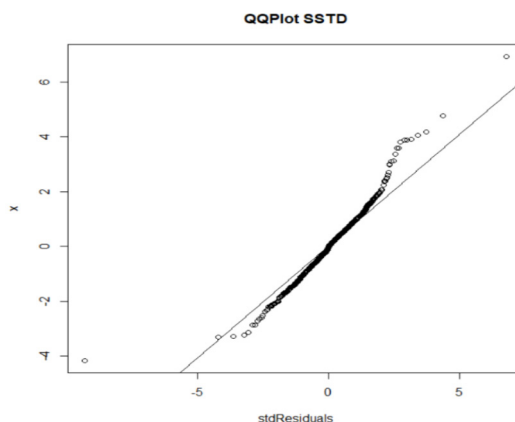
Já os dados apresentados a seguir demonstram que a média dos padronizados foi próxima de 0, como esperado. Assim como o desvio padrão ficou próximo de 1, como também esperado.

```
> mean(stdResiduals)
[1] 0.01658583
> sd(stdResiduals)
[1] 0.9952988
```

A aderência da série na distribuição SSTD pode ser observada na Figura 16. O gráfico da figura mostra os resíduos padronizados com distribuição t de Student distorcida. Note que existe uma certa diferença no gráfico da Figura 16 se comparado com o gráfico da Figura 8 de aderência de distribuição normal. Na Figura 16, a série tem uma maior aderência ao longo do período, no entanto percebe-se uma cauda superior mais pesada e afastada (Tsay, 2013, pp. 204-205).

**Figura 16**

**Aderência da distribuição SSTD**

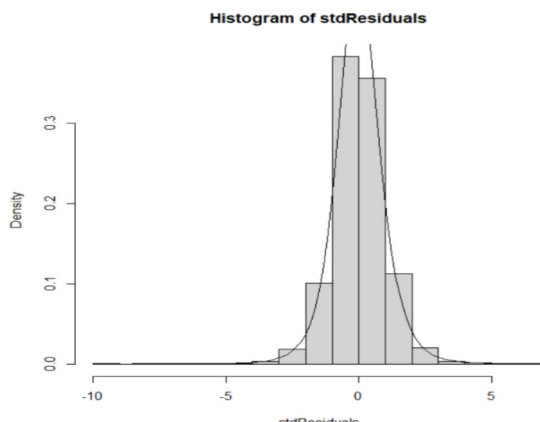


Fonte: Elaborada pelo autor por meio do software RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

O teste de aderência KS utiliza a distribuição T assimétrica, com os graus de liberdade baseados no parâmetro de *shape*, e  $x_i$  que é o parâmetro *skew* de assimetria. Rodado o teste, o valor encontrado de p-valor foi de 0,002713, que com um nível de significância de 1% não rejeitaria a hipótese de a distribuição ser do tipo SSTD. Já o histograma (Figura 17) demonstra a curva sobreposta, de forma similar à Figura 9. E os valores apresentados a seguir demonstram um efeito similar ao da distribuição normal.

<i>omega</i>	<i>alpha1</i>	<i>beta1</i>	<i>skew</i>	<i>shape</i>
2.024350e-06	1.238290e-01	8.729352e-01	1.026661e+00	5.026596e+00

**Figura 17**  
**Histograma**



Fonte: Elaborada pelo autor por meio do software RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

Ao refazermos, plotamos a volatilidade da série analisada e temos a Figura 18, que aponta a volatilidade da série. A Figura 19 demonstra o VaR observado, assim como a taxa de cobertura de 5,09%, como demonstra os cálculos

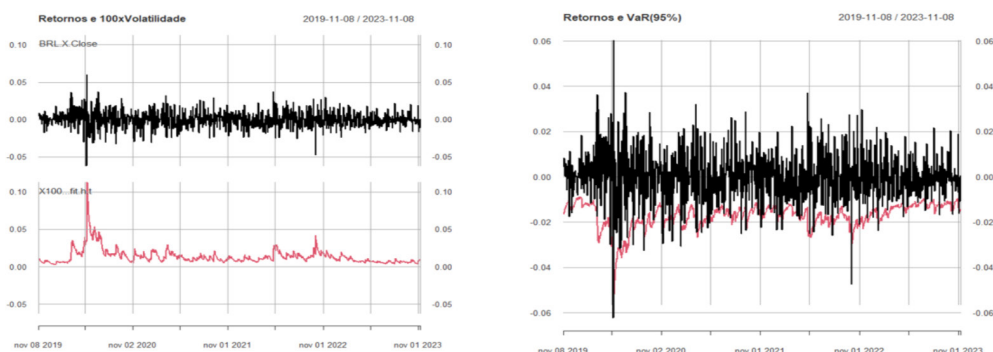
realizados e apontados a seguir. O valor do grau de cobertura para a distribuição normal foi de 4,26%, portanto menor do que os 5,01% de grau de cobertura da distribuição SSTD. Ou seja, a distribuição SSTD apontou um grau de cobertura melhor do que se comparado com a da distribuição normal. Assim, espera-se que, dado o intervalo de confiança de 95% para o VaR estimado, o valor seja mais o próximo possível de 5%, como o valor do grau de cobertura. Ou seja, no teste realizado, teve-se um valor de 0,005090832.

### Figura 18 (à esquerda)

Retornos e volatilidade (período de 8 de novembro de 2019 a 8 de novembro de 2023)

### Figura 19 (à direita)

VaR



Fonte: Elaboradas pelo autor por meio do *software* RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

Por fim, ao fazermos a previsão de volatilidade para os próximos dez pontos (dias) da nova distribuição, podemos observar, a partir dos dados apresentados a seguir, a volatilidade esperada a partir do próximo dia útil subsequente ao último dia observado nessa série para o ativo observado neste estudo. A Figura 20 demonstra tal volatilidade estimada para os dez dias subsequentes. Já a Figura 21 demonstra a volatilidade esperada para os próximos 252 dias.

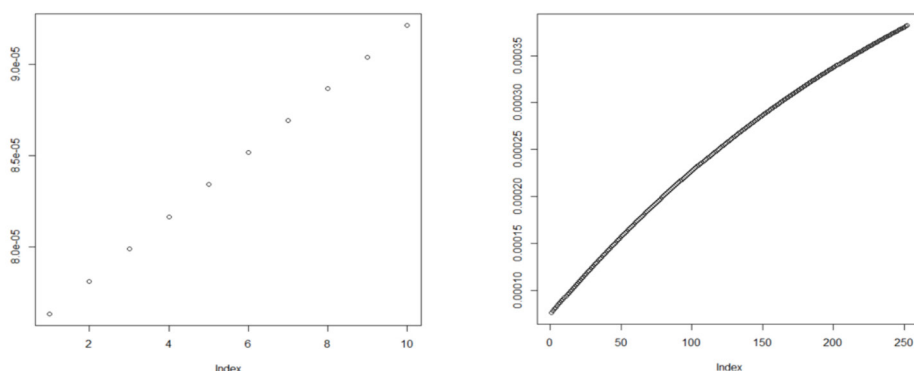
E se compararmos a Figura 21 com a Figura 13, nota-se que aquele é mais “linear” em sua trajetória, ou seja, estima-se que a distribuição SSTD, para o caso estudado, seja mais eficiente, pois se demora mais para convergir para variância incondicional.

**Figura 20** (à esquerda)

**Previsão de volatilidade para dez dias subsequentes (SSTD)**

**Figura 21** (à direita)

**Previsão de volatilidade para 252 dias subsequentes (SSTD)**



Fonte: Elaboradas pelo autor por meio do *software* RStudio e da base de dados Yahoo Finance.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os modelos econométricos que procuram trabalhar com previsões de séries de tempo em séries financeiras são ferramentas com um grande interesse acadêmico e também prático. Devido à falta de estacionariedade, em geral, dessas séries que envolvem ativos financeiros e econômicos, tem-se um fator que dificulta muito o trabalho de projeção. No entanto, muitas vezes, é necessário ao menos termos uma ideia de para onde uma determinada série vai caminhar no tempo. Esse é o caso de séries cambiais, no qual o preço de uma determinada moeda estrangeira é de fundamental importância em vários aspectos.



No mundo, ainda temos o dólar norte-americano como a principal moeda de transações internacionais. Por essa razão, esta pesquisa, de natureza aplicada, procurou utilizar um modelo econométrico (GARCH) com o objetivo de realizar uma estimativa de previsão para a taxa de câmbio entre o dólar e o real. Verificamos que esse modelo utilizado trabalha com a questão da própria volatilidade e não exatamente com a previsão do “preço” do dólar aqui no Brasil. Verificamos ainda que a moeda norte-americana aqui no Brasil teve uma certa volatilidade ao longo dos 20 nove anos observados neste trabalho.

Dada a dificuldade de se realizar uma projeção com séries não estacionárias, podemos mesmo assim estimar a previsão da volatilidade do dólar aqui no Brasil. Uma grande vantagem do modelo GARCH é que o modelo possibilita realizar projeções com um período razoavelmente grande (um ano, por exemplo). Assim, ao rodarmos o modelo, realizamos a projeção do dólar aqui no Brasil para um período de dez dias ( $t + 10$ ) e um ano à frente ( $t + 252$ ). Para o período de dez dias úteis à frente (a partir de 9 de novembro de 2023 até 22 de novembro de 2023), por meio da distribuição SSTD, as volatilidades previstas para o dólar no Brasil foram, respectivamente, 0,008736876, 0,008838006, 0,008937671, 0,009035918, 0,009132797, 0,009228349, 0,009322618, 0,009415643, 0,009507461 e 0,009598108. Já os verificados da volatilidade da série para os mesmos dias testados foram, respectivamente, 0,0077294840, 0,0049983910, 0,0085246616, 0,0002616587, 0,0085357530, 0,0007403543, 0,0026737520, 0,0088877679, 0,0067465650, 0,0097425950. Assim, dada uma volatilidade em módulo e para uma taxa de câmbio estabelecida em R\$ 5,00 (US\$ 1,00), temos que a diferença de volatilidade não captada pelo modelo entre os valores projetados e realizados foi em média de -0,33% nos dez dias testados.

## DOLLAR/REAL EXCHANGE RATE VOLATILITY FORECASTING USING GARCH MODELING

### Abstract

A much sought after topic in scientific and practical terms in economic science is the possibility of specific estimation of distinct variables. And especially when specifically estimating the variation of financial series of derivatives or foreign

currencies, the interest and complexity are generally even greater. Thus, given the target financial asset, the possibility of anticipating its future price is one of the great recurring unknowns in the financial market. In this research we will work with time series methodologies, and to avoid circumventing this situation, the objective of this research is to apply the GARCH methodology to an exchange rate series in the relationship between the US dollar and the Brazilian currency real, to verify the possibility of predicting the volatility of the series. observed. The results found that when we ran the GARCH model for the series of exchange rates observed in this work, we found that the projected and realized volatility had an average difference of 0.33%, comparing daily ten days of projected volatility with ten days of volatility, in fact, accomplished.

**Keywords:** Econometric modeling; exchange rate; forecast; GARCH model; volatility.

## Referências

- Aiube, F. A. L. (2013). *Modelos quantitativos em finanças*. Grupo A.
- Arratia, A. (2014). *Computational finance: An introductory course with R*. Atlantis Press.
- Berlinger, E., Illes, F., & Badiccs, A. M. (2015). *Mastering R for quantitative finance. Use R to optimize your trading strategy and build up your own risk management system*. Packt.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Box, G. P. E., & Jenkins, G. M. (1978). *Time series analysis: Forecasting and control*. Holden.
- Bueno, R. de L. da S. (2018). *Econometria de séries temporais* (2a ed. rev. e atual.) Cengage Learning Brasil.
- Chan, N. H. (2010). *Time series applications to finance with R and S-Plus* (2nd ed.). John Wiley & Sons.
- Daróczi, G., Vidovics-dancs., Agnes, H. D., & Berlinger, E. (2013). *Introduction to R for Quantitative Finance*. Packt Pub Ltd.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- Engle, R. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(1), 987-1007.

- Ferbabdez, C., & Steel, M. F. J. (1998). On Bayesian modelling of fat tails and skewness. *Journal of the American Statistical Association*, 93, 359-371.
- Giambiagi, F. (2017). *Derivativos e risco de mercado*. Grupo GEN.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2011). *Econometria básica*. Grupo A.
- Gujarati, D., Yamagami, C., & Virgilitto, S. B. (2019). *Econometria*. Saraiva.
- Heynen, R. C., & Kat, H. (1994). Volatility prediction: a comparison of the stochastic volatility, GARCH (1, 1), and EGARCH (1, 1) models. *Journal of Derivatives*, 2(2). 50-65.
- Hull, J. C. (2016). *Opções, futuros e outros derivativos*. (9th ed) Grupo A.
- Jeet, P., & Vats, P. (2017). *Learning quantitative finance with R*. Packt.
- Kimura, H. (2009). *Value-at-risk: Como entender e calcular o risco pelo VAR*. Atlas.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P., & Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.
- Lima, F. G. (2023). *Análise de riscos*. Grupo GEN.
- Ljung, G. M., & Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65, 297-303.
- Morettin, P. A. (2017). *Econometria financeira: Um curso em séries temporais financeiras*. Blucher.
- Rossi, J. W., & Neves, C. das. (2014). *Econometria e séries temporais com aplicações a dados da economia brasileira*. Grupo GEN.
- Phillips, P. C. B., & Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 72(2), 335-346.
- Santos, J. C. de S., & Silva, M. E. da (2015). *Derivativos e renda fixa: Teoria e aplicações ao mercado brasileiro*. Grupo GEN.
- Shumway, R. H., & Stoffer, D. S. (2010). *Time series analysis and its applications with R examples* (4th ed.). Springer.
- Tsay, R. (2013). *An introduction to analysis of financial data with R*. Wiley.