

O IMPACTO DA TAXA DE CÂMBIO NO APREÇAMENTO DE OPÇÕES NO BRASIL – UMA ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE UM MODELO DE REDE NEURAL E O MODELO DE BLACK & SCHOLES

*THE IMPACT OF THE EXCHANGE RATE IN OPTION PRICING
IN BRAZIL – A COMPARATIVE ANALYSIS BETWEEN A NEURAL
NETWORK MODEL AND THE BLACK & SCHOLES MODEL*

Carlos Alberto Aragón de Planas

Economista da Bovespa, mestre em Ciências Econômicas pela Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ).
Rua São Francisco Xavier, 524 – 8º andar – sala 8.003 – Bloco B do Pavilhão João Lyra Filho – Rio de Janeiro – RJ – CEP 20550-013
E-mail: caplanas@uol.com.br

Léo da Rocha Ferreira

Professor titular da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ). PhD pela University of Florida e bolsista da Capes.
Rua São Francisco Xavier, 524 – 8º andar – sala 8.003 – Bloco B do Pavilhão João Lyra Filho – Rio de Janeiro – RJ – CEP 20550-013
E-mail: lf2301@columbia.edu

Gerson Lachtermacher

Professor adjunto da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ). PhD pela University of Waterloo. Professor do Instituto de Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) – Campus da Praia Vermelha
Av. Pasteur, 250, térreo – Urca – Rio de Janeiro – RJ – CEP 22290-240
E-mail: glachter@fgv.br

- *O impacto da taxa de câmbio no apuração de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes*, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher

Resumo

O principal objetivo deste artigo é avaliar o impacto da volatilidade da taxa de câmbio no cálculo do apuração de opções por meio da técnica das redes neurais, tendo em vista as limitações do Modelo de Black & Scholes. Nesse sentido, um modelo de rede neural *feedforward*, multicamada, com algoritmo de treinamento *backpropagation*, foi desenvolvido para realizar a previsão de preços das opções da empresa Telemar Participações S. A. Os resultados do modelo mostram estimativas de preços aproximados dos valores reais, especialmente quando se inclui a taxa de câmbio, confirmando que, no período analisado, as redes neurais são superiores as estimativas do Modelo Black & Scholes no apuração de opções. A inclusão do câmbio na técnica das redes neurais acarretou melhora no apuração de opções, influenciando o preço do ativo-objeto em razão da temporária arbitragem de cotações entre os mercados nacional e internacional onde a empresa possui registro de negociação em bolsa de valores.

Palavras-chave: Apuração; Redes neurais artificiais; Câmbio.

Abstract

The main goal of this paper is to evaluate the impact of the exchange rate volatility in price prediction of derivative securities in the Brazilian capital markets using an artificial neural network technique, given the Black & Scholes Model limitations. For this purpose a multiplayer, feedforward neural network, trained by the backpropagation algorithm model, to perform the prediction of the Telemar option prices was developed. The model results show that price estimates are close to the real values, mainly when appended to the exchange rate, confirming that the performance of neural network is superior to other results. The inclusion of the exchange rate in neural networks technique results in a better price forecasting for the options, because the volatility in the price of the underlying asset is caused by temporary arbitrage of quotes among the national and foreign stock markets where the company is listed.

Keywords: Options pricing; Artificial neural networks; Exchange rate.

1

INTRODUÇÃO

A volatilidade, tema bem difundido nos mercados dos países mais desenvolvidos e de recente aplicabilidade no mercado financeiro brasileiro, permite analisar o risco de determinados mercados e auxiliar a determinação de preços de derivativos principalmente de opções. Estudos em finanças mostram que em países onde a volatilidade é baixa, o risco e o retorno também tendem a ser baixos¹. Contudo, isso não é necessariamente verdadeiro quando se trata do mercado financeiro brasileiro, em que as taxas de juros são altíssimas. Entendida por alguns como desvio padrão dos retornos de determinados ativos, a correta estimativa da volatilidade auxilia o investidor no gerenciamento de risco, na negociação de opções, no desenvolvimento de novos produtos e na determinação de preços de derivativos de forma geral. A volatilidade é, portanto, um parâmetro matemático que calcula a incerteza dos mercados. Sem volatilidade não há retorno, e, claro, sem a oscilação dos mercados, a oportunidade de ganhos é extremamente limitada.

Uma das formas de demonstrar a importância da volatilidade é por meio da análise do apreamento de opções, razão pela qual passou a ser objeto de estudo em diversas pesquisas². O apreamento de opções é tarefa importante na definição do comportamento do mercado de opções, exercendo influência sobre as operações de *hedge*³, especulação e arbitragem. O modelo de determinação de preços de opções, desenvolvido por Black e Scholes (1973), um dos mais utilizados em finanças, tem por objetivo resolver o problema do apreamento de opções. Nesse modelo, caracterizado pela facilidade de utilização, o preço de uma opção não depende do valor esperado da ação, mas exclusivamente da volatilidade da ação a que ela se refere. No entanto, alguns de seus pressupostos não foram confirmados empiricamente, o que levou a diferenças significativas entre o valor da opção, calculado pelo modelo, e o valor realmente verificado no mercado. Houve, assim, a necessidade de um modelo alternativo que demonstrasse os resultados reais no cálculo do apreamento de opções. Nesse sentido, a utilização de redes neurais surgiu como importante alternativa aos modelos propostos, especialmente considerando-se a dificuldade em espe-

1 Sobre o assunto, ver Pinheiro, Teles e Teixeira (1996).

2 Opções são valores mobiliários derivativos que conferem ao seu titular o direito de comprar ou vender um ativo a um preço futuro predeterminado.

3 Operação que protege o investidor contra variação brusca das cotações.

cificar um modelo de apreçamento de opções que estabeleça, satisfatoriamente, as relações entre as diferentes variáveis envolvidas.

As redes neurais desenvolvem modelos matemáticos intrínsecos a partir de dados empíricos do problema, por meio de um processo de aprendizagem. Logo, são capazes de extrair as relações entre as diferentes variáveis do problema de forma empírica, facilitando a descoberta dessas relações. Nesse sentido, a aplicação das redes neurais no apreçamento de opções despertou o interesse de pesquisadores de diferentes áreas. Trabalhos analisados sobre o tema são convergentes ao concluírem que a técnica das redes neurais é uma importante ferramenta para a compreensão do mercado de opções. No entanto, em razão das características próprias dessa técnica, a possibilidade de acrescentar diferentes variáveis na solução do problema incidiu numa curiosidade própria e de imenso interesse ao mercado financeiro, qual seja, a verificação da influência da taxa de câmbio no apreçamento de opções.

■ 1.1 Objetivos

O principal objetivo deste artigo é avaliar o impacto da volatilidade da taxa de câmbio e verificar se a utilização de um modelo do apreçamento de opções, baseado nas técnicas de redes neurais, é capaz de superar os resultados do Modelo de Black & Scholes na determinação de preços de opções mais condizentes com os preços realmente verificados no mercado brasileiro.

Seus objetivos específicos são:

- Avaliar a utilização da técnica das redes neurais no apreçamento de opções, como melhor modelo para a tomada de decisões;
- Comparar o modelo proposto ao Modelo de Black & Scholes;
- Analisar a volatilidade da taxa de câmbio.

Procura-se, assim, contribuir para o desenvolvimento da teoria das opções e para ampliação do conhecimento sobre o mercado financeiro brasileiro, na medida em que serão apresentados testes empíricos a partir de dados recentes, não analisados anteriormente, e que se tornam objeto do presente artigo.

2

REVISÃO DA LITERATURA

O Modelo de Black e Scholes (1973) é precursor das teorias de valorização para determinar o preço ou prêmio de opções de compra e venda europeias sobre ações sem dividendos, sendo considerado um dos modelos mais utilizados e de maior sucesso em finanças. No entanto, apesar de seu sucesso inicial, algumas de suas premissas não foram constatadas empiricamente, ocorrendo, em determinadas situações, diferenças significativas entre os valores calculados mediante a utilização do modelo e os realmente verificados no mercado. Dessa forma, segundo Hull e White (1987), várias foram as tentativas de construir um modelo que conseguisse alcançar um resultado condizente com a realidade. Scott (1987) e Wiggins (1987) também desenvolveram modelos de volatilidade estocástica, em que a volatilidade do preço da ação é considerada incerta. Geske (1979) desenvolveu um modelo baseado na ideia de que a ação de uma empresa alavancada pode ser considerada uma opção de compra sobre o valor da empresa, contrariando a hipótese de mudança contínua dos preços da ação.

Por sua vez, Merton (1976) propôs um modelo que substituiu a taxa de juro do Modelo Black & Scholes por uma taxa de juro, $R(t, T)$, de um título sem risco, que vence no mesmo instante T do vencimento da opção; além de realizar mudanças no cálculo da volatilidade.

Ainda Merton (1976) e, posteriormente, Cox, Ross e Rubinstein (1979) desenvolveram modelos baseados em comportamento dos preços das ações, caracterizados por saltos ou descontinuidades.

Uma alternativa ao Modelo de Black & Scholes, que permite prever o comportamento da volatilidade futura, foi desenvolvida por Rubinstein (1994). Conforme a explicação de Adler et al. (1999), essa alternativa consiste na construção de árvores binomiais ou trinomiais ajustadas aos preços observados na data da análise.

Além dos procedimentos numéricos que envolvem o uso de árvores, proposto por Cox, Ross e Rubinstein (1979), também são utilizados na avaliação de opções o método de diferenças finitas e a simulação de Monte Carlo. Na avaliação de derivativos utilizando-se o método de diferenças finitas, a equação diferencial satisfeita pelo derivativo é convertida em equações de diferença, que são resolvidas iterativamente. No caso da simulação de Monte Carlo, são geradas amostras das diferentes trajetórias que podem ser seguidas pelas variáveis que

influenciam o preço do derivativo. Conforme comenta Freitas (2002), a estimativa do preço da opção será a média aritmética dos retornos calculados para cada trajetória e descontada a taxa de juro livre de risco.

É importante destacar que alguns dos modelos citados foram aplicados no mercado de opções brasileiro, como o método de árvores binomiais implícitas, proposto por Rubinstein (1994) e analisado por Adler et al. (1999), utilizando os preços de opções dos recibos de Telebrás no período de 2 de março a 16 de abril de 1999. Comparado ao Modelo de Black & Scholes, não se pôde chegar a nenhuma conclusão quanto à superioridade de um método sobre o outro, por causa das pequenas diferenças obtidas.

Outro estudo comparativo foi realizado por Vitiello Júnior (1998) entre os modelos de Black & Scholes e o de Cox, Ross e Rubinstein (1979). Nesse, foram avaliadas todas as opções lançadas na Bovespa durante o período de outubro de 1994 a junho de 1997, concluindo-se que o segundo se ajustou melhor às opções dentro do preço, e o primeiro, às opções fora do preço e no preço.

Vargas e Pisciotto (1999) realizaram um estudo baseado em uma opção sobre recibo da Telebrás com vencimento em 8 de fevereiro de 1999, utilizando os métodos de árvores trinomiais e o Modelo de Black & Scholes. A partir dos resultados obtidos, concluíram que o método de árvores trinomiais mostrou ser eficiente e compatível com o Modelo de Black & Scholes.

A literatura especializada apresenta várias alternativas para o apereamento de opções visando substituir o Modelo Black & Scholes e obter resultados condizentes com a realidade do mercado. Freitas (2002) analisou diversos estudos que utilizaram os modelos de redes neurais no apereamento de opções e na previsão de volatilidade implícita, e verificou que todos são convergentes ao concluírem que a técnica de redes neurais é importante ferramenta na análise e compreensão do mercado de opções.

Hutchinson, Lo e Poggio (1994) utilizaram redes neurais no apereamento e *hedge* de opções sobre fundos do índice S&P 500, entre 1987 e 1991, e verificaram que o resultado obtido pela fórmula de Black & Scholes foi superado pelas redes neurais quando se utilizaram, como conjunto de treinamento, dados sobre os preços diários das opções vistos durante dois anos.

Lajbcygier et al. (1996) compararam o modelo de Hutchinson, Lo e Poggio (1994) com um modelo de quatro parâmetros de entrada: P/PE , T , r e σ , onde P é o preço, PE é o preço de exercício, T é o tempo até o vencimento, r é a taxa de juro livre de risco e σ é a volatilidade histórica estimada a partir de dados diários de um período de 60 dias, aplicado ao mercado australiano de deriva-

tivos. Segundo Freitas (2002), esses pesquisadores verificaram que o modelo de quatro entradas mostrou-se superior ao modelo de duas entradas de Hutchinson, Lo e Poggio (1994) e ao Modelo de Black & Scholes.

Garcia e Gençay (2000) propuseram uma variação do modelo de Hutchinson, Lo e Poggio (1994), dividindo a função do apreamento em duas partes: uma controlada pela razão P/PE , e outra, por uma função do tempo até o vencimento. De acordo com Freitas (2002), os resultados indicaram que a utilização dessa técnica reduz o erro de predição, embora não se tenha verificado diferença significativa para o *hedge* com opções.

Malliaris e Salchenberger (1996) desenvolveram um modelo de redes neurais *backpropagation* para estimar as volatilidades futuras, aplicando-o ao mercado de opções sobre o índice S&P 100 e utilizando opções que estavam mais no preço (*at-the-money*). Os resultados obtidos demonstraram que, em comparação aos métodos tradicionais de volatilidade histórica e volatilidade implícita, a volatilidade estimada por meio das redes neurais descreve melhor o movimento da volatilidade implícita calculada pelo Modelo de Black & Scholes.

Yao, Li e Tan (2000) construíram modelos de redes neurais *backpropagation* para apreçar opções sobre futuros do índice Nikkei 225, em negociação no Singapore International Monetary Exchange (Simex). O estudo realizado mostrou, em comparação com o Modelo Black & Scholes, a superioridade do modelo de redes neurais no apreamento de opções dentro do preço e fora do preço. No entanto, no apreamento de opções no preço, o Modelo de Black & Scholes obteve um desempenho superior.

Qi e Maddala (1996), por meio de rede MLP, apreçaram opções de compra sobre o índice S&P 500, negociadas entre dezembro de 1994 e janeiro de 1995, e concluíram que as redes neurais podem ser uma boa alternativa quando os pressupostos básicos do Modelo de Black & Scholes são desrespeitados.

Ornoneit (1999) propôs um algoritmo de treinamento para situações em que as relações não lineares de interesse mudam gradualmente com o tempo. Ornoneit utilizou modelo de rede neural MLP no apreamento e *hedge* de opções de compra sobre o DAX, índice alemão de ações. E, em comparação ao Modelo de Black & Scholes, obteve resultados melhores em relação aos erros de apreamento.

Burgess e Refenes (1999) empregaram redes neurais para estimar a volatilidade implícita de opções sobre o índice Ibex35, que contém as 35 ações mais líquidas negociadas na bolsa de valores espanhola por meio do sistema de

- *O impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes*, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher

negociação eletrônico. Segundo Freitas (2002), os resultados empíricos mostraram que, por meio das redes neurais, podem-se obter boas estimativas da volatilidade implícita.

3

TAXA DE CÂMBIO

A taxa de câmbio é uma variável importante na política econômica e no comércio internacional, visto representar uma relação de preço entre duas moedas nacionais. A globalização financeira permitiu o livre fluxo de capitais e trouxe maior facilidade na comercialização entre países, provocando maior adoção de regimes cambiais flexíveis por inúmeras economias emergentes. Dentre os benefícios decorrentes desse regime, encontram-se a proteção da economia a choques externos e a potencial independência de ações de política econômica. No entanto, no regime flexível mudanças bruscas nas expectativas provocam variações bruscas na taxa de câmbio, o que pode ser um fator altamente instabilizador⁴.

De acordo com Crusius (2003), “movimentos bruscos da taxa de câmbio nominal, ainda que justificados, podem causar desequilíbrios de curto prazo envolvendo os setores exportadores, importador e bancário, afetando o lado real da economia”. E acrescenta que, “além disso, pode haver problemas de liquidez, aumentando a volatilidade cambial”. Sendo assim, o efeito da volatilidade da taxa de câmbio, ou seja, a incerteza gerada por variações no câmbio, sobre os movimentos do comércio internacional tornou-se uma questão importante em economia internacional. Desde o advento do regime flutuante no Brasil, as taxas de câmbio têm sido excessivamente voláteis, e os desvios de seus valores de equilíbrio persistem ao longo do tempo.

Vale lembrar que nenhum país adota um regime puro de câmbio flutuante. Na prática, prevalece o regime de câmbio flutuante “sujo”⁵ no qual há a inter-

4 Ferreira (2004) cita um levantamento feito por Hausman et al. (1999) e conclui “que a habilidade da taxa de câmbio flutuar livremente está intimamente relacionada ao nível de desenvolvimento de um país”. De acordo com o estudo em pauta: “quanto mais desenvolvido o país, mais volátil será a taxa de câmbio, tanto em relação ao nível das reservas internacionais quanto da taxa de juros”. Dessa forma, “nos países em desenvolvimento, o regime de câmbio flutuante é menos volátil em razão da interferência direta do Banco Central”, como é o caso do Brasil.

5 Nesse sistema, também chamado de regime de flutuação administrada, as cotações podem variar somente até o limite que o Banco Central considerar adequado.

ferência do Banco Central para evitar uma excessiva desvalorização ou valorização da moeda (LACERDA, 2003). Nesse sentido, Crusius (2003) esclarece que “os objetivos destas intervenções são defendidos, de maneira geral, como importantes para assegurar uma flutuação ordenada da taxa de câmbio, tendo como base seus fundamentos, e não para defender uma paridade fixa para esta variável”.

Analisando o efeito da volatilidade da taxa de câmbio sobre os preços, tem-se que o exportador que fatura em moeda estrangeira enfrenta risco de preços, afinal a quantidade demandada é conhecida (já que os preços não mudam durante o período do contrato), mas o fluxo de receita e dos lucros é incerto. No entanto, o exportador que recebe em moeda doméstica enfrenta o risco quantidade, ou seja, a quantidade demandada é incerta, já que o preço enfrentado pelo comprador e os custos da produção são incertos. Dessa forma, a incerteza sobre a taxa de câmbio faz que participantes do mercado avessos ao risco reduzam suas atividades, mudem preços ou modifiquem sua oferta ou demanda de forma a minimizar a sua exposição aos efeitos da volatilidade da taxa de câmbio.

Sendo assim, e diante da importância da taxa de câmbio no comércio internacional e sua influência na economia brasileira, tornou-se essencial verificar seu impacto no apereçamento de opções. A escolha dessa variável se deve também às suas características próprias, em especial a volatilidade. Utilizou-se a taxa de câmbio apenas no modelo das redes neurais, visto não ser possível seu emprego no Modelo Black & Scholes, em razão das limitações apresentadas, que serão abordadas mais adiante.

4

MODELO DE BLACK & SCHOLES

Criado em 1973, por Fischer Black e Myron Scholes, o modelo denominado Black & Scholes foi desenvolvido para a avaliação de opções europeias, que são protegidas de dividendos. Representou um enorme avanço na teoria do apereçamento de opções, sendo considerado um dos modelos mais utilizados e de maior sucesso em finanças. Nesse modelo, o preço da opção pode ser calculado a partir de uma fórmula e as variáveis de entrada, excetuando uma, são diretamente observáveis. Após sua publicação, surgiram diversos estudos a respeito, e os mercados de opções se desenvolveram, crescendo o volume então negociado.

A fórmula de Black & Scholes pode ser utilizada para o apreçamento de qualquer derivativo dependente de uma ação sem dividendos⁶. Logo, nem a possibilidade de exercício antecipado, nem o pagamento de dividendos afeta o preço das opções. A fim de produzir resultados úteis, esse modelo possui certas premissas básicas que procuram ser o mais realistas possível (cf. FREITAS, 2002; PINHEIRO; TELES; TEIXEIRA, 1996):

- os mercados têm negociação contínua, isto é, a qualquer tempo há a possibilidade de realização de um negócio;
- o comportamento do preço da ação segue o modelo lognormal, com taxa de retorno (μ) esperada da ação e volatilidade (σ) do preço da ação constantes;
- não há custos operacionais, nem impostos, e todos os títulos são perfeitamente divisíveis;
- as ações não pagam dividendos até o vencimento das opções, o que permite que o modelo possa ser utilizado para opções europeias e opções de compra americanas;
- não existem oportunidades de arbitragem sem risco⁷;
- há a possibilidade de venda a descoberto, sem nenhum custo adicional;
- a taxa de juro livre de risco é conhecida e constante.

Nota-se assim que, de acordo com esse modelo, os preços do ativo-objeto de uma opção possuem comportamento estocástico contínuo, na forma de Movimento Geométrico Browniano. Outra particularidade do Modelo Black & Scholes é de que nele o preço de uma opção dependerá exclusivamente da volatilidade da ação a que ela se refere, e não do valor dela esperado.

A fórmula de avaliação para opções definida por Black & Scholes pode ser derivada em razão das seguintes variáveis:

6 Segundo Silva (1996), “a fórmula Black-Scholes pode ser muito útil para investidores do mercado de opções, já que pode ser usada tanto para medir o valor como o risco de uma opção em relação à ação subjacente”.

7 Segundo Freitas (2002), “para derivar a equação diferencial que descreve o modelo, Black & Scholes utilizaram a hipótese de não existência de oportunidades de arbitragem. Dessa forma, construíram uma carteira sem risco, composta por uma posição na ação-objeto e uma posição na opção, e igualaram seu retorno à taxa de juro livre de risco”.

- P que é o preço corrente do ativo sobre o qual a opção foi lançada ou ativo-objeto;
- PE é o preço sobre o qual será comprado ou vendido o ativo-objeto na data de exercício, ou preço de exercício da opção;
- r é a taxa de juro livre de risco entre hoje e o vencimento da opção⁸;
- T é o tempo, medido em anos, até o exercício;
- σ é a volatilidade anual do ativo subjacente entre hoje e o vencimento da opção, tendo, assim, um modelo matemático da forma:

$$C_{BS} = f(P, PE, r, T, \sigma) \quad (1)$$

Dessa forma, utilizando essas variáveis, Black e Scholes definiram fórmulas para apreçar opções de compra e venda europeias de ações sem dividendos, quais sejam⁹:

$$c_{BS} = PN(d_1) - PEe^{-rT}N(d_2) \quad (2)$$

$$p_{BS} = Pe^{-rT}N(d_2) - PEN(d_1) \quad (3)$$

Onde:

$$d_1 = \frac{\ln(P/PE) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (4)$$

$$d_2 = \frac{\ln(P/PE) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (5)$$

8 A taxa de juro livre de risco usada nesse modelo deve ser capitalizada continuamente. Para tanto, pode-se utilizar a seguinte transformação: $e^a - 1 = b$, onde a é a taxa capitalizada continuamente, e b , a taxa efetiva.

9 Silva (1996) lembra que, algum tempo atrás, a montagem da fórmula do Modelo Black & Scholes era uma tarefa bastante complexa. Porém, a disseminação da microinformática e os usos intensivos de ferramentas ou utilitários, como as planilhas eletrônicas, puseram fim ao obstáculo para a montagem do modelo.

Cumpra esclarecer que $N(x)$ é a função de distribuição cumulativa de uma normal, ou seja, é a probabilidade de uma variável que segue uma distribuição normal padrão (média igual a zero e desvio padrão igual a um) ser menor que determinado valor x ; PEe^{-rT} é o valor presente do preço de exercício; c e p são os preços das opções de compra (*call*) e venda (*put*), respectivamente; e \ln é o logaritmo neperiano.

Analisando a Equação 5, percebe-se que o modelo requer o conhecimento de todos os parâmetros nele contidos, os quais são facilmente verificados no momento da negociação, exceto um, a volatilidade, que não pode ser diretamente observada, devendo ser estimada.

O resultado encontrado pelos estudiosos citados anteriormente foi de que algumas de suas premissas não são confirmadas na prática, levando a diferenças significativas entre o valor da opção, calculado pelo modelo, e o valor realmente verificado no mercado. Dentre as premissas apontadas pelo modelo, estão as que se referem ao comportamento estocástico dos preços dos ativos-objeto e da taxa de juro. Black e Scholes consideraram que as mudanças nos preços do ativo-objeto são constantes e que a taxa de juro também é constante durante o tempo de vida da opção. Entretanto, observando o mercado, é possível notar drásticas variações nos preços dos ativos com frequência e alterações na taxa de juro, especialmente no Brasil, onde a estabilidade da taxa de juro é premissa mais fraca. Outra premissa básica do Modelo de Black & Scholes é de que a volatilidade do preço das ações é constante. Porém, na prática, essa assertiva não se confirma, afinal a volatilidade futura do preço de uma ação é incerta, posto depender do preço de exercício e da maturidade da opção em questão.

Como se isso não bastasse, o Modelo tradicional de Black & Scholes apresenta outras limitações, quais sejam, não levar em consideração a possibilidade de exercício antecipado, nem o pagamento de dividendos. Conforme Damodaram (1997), ambos impactam o valor de opções, e há ajustes que, embora não sejam perfeitos, oferecem correções parciais de valor. Segundo Freitas (2002), na prática, nem sempre essa premissa de não pagamento de dividendos antes do vencimento da opção se confirma.

Pelo exposto, nota-se que as premissas nas quais o Modelo Black & Scholes se baseia estão longe de refletir a realidade. No entanto, ainda é largamente utilizado no mercado de ações em razão da sua popularidade e da maneira rápida, prática e barata de calcular opções.

5

REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

A rede neural artificial¹⁰ é uma técnica de inteligência artificial que tenta simular em máquinas (computadores) o funcionamento do cérebro humano, de uma maneira simplificada, a fim de solucionar problemas. Pode ser implementada por meio de componentes eletrônicos ou por *software*.

Como o cérebro humano, as redes neurais são constituídas de um conjunto de unidades de processamento conectadas entre si, chamadas de neurônios artificiais, e organizados em camadas. Estas, por sua vez, são classificadas em três grupos divididos em camada de entrada (na qual os padrões são apresentados à rede), camadas intermediárias ou ocultas (nas quais é feita a maior parte do processamento, mediante conexões ponderadas) e camada de saída (na qual o resultado final é apresentado). Cada neurônio de uma camada é conectado com neurônios das camadas anteriores e posteriores, e a cada uma dessas ligações é arbitrado um peso sináptico¹¹, além de haver um valor pré-arbitrado para cada neurônio. O comportamento inteligente de uma rede neural artificial provém das interações entre as unidades de processamento da rede.

Para Haykin (2001), uma rede neural assemelha-se ao cérebro humano em dois aspectos: “(1) o conhecimento é adquirido pela rede a partir de seu ambiente através de um processo de aprendizagem; (2) forças de conexão entre neurônios (os pesos sinápticos) são utilizadas para armazenar o conhecimento adquirido”. O resultado do somatório dos pesos multiplicados pelos valores de entrada e do valor pré-arbitrado é submetido a uma função de ativação, que, por sua vez, gera um valor de saída que será propagado ao neurônio seguinte.

Haykin (2001) apresentou o modelo de um neurônio artificial k (Figura 1), em que, após a multiplicação dos valores de entrada pelos respectivos pesos $w_{k1}, w_{k2} \dots w_{km}$, os produtos obtidos são somados entre si e às *bias* (parâmetro que permite a *calibragem* do sinal de saída¹²), resultando no *potencial de ati-*

10 Conforme esclarecem Smith e Gupta (2000), existem vários tipos de redes, cada uma com diferentes objetivos, arquitetura e algoritmo de aprendizagem.

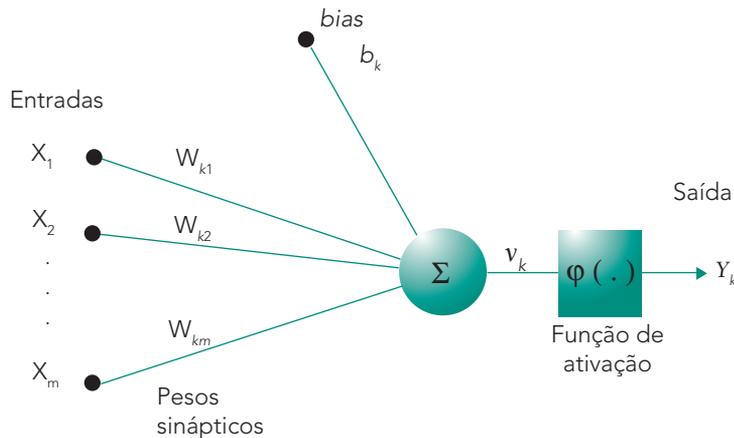
11 Os pesos sinápticos são responsáveis pelo armazenamento das informações e definem o efeito que a saída de um neurônio exerce sobre a entrada do neurônio seguinte.

12 Segundo Welstead (1994), *bias* (ou *threshold*) caracteriza um peso adotado que possui um valor unitário e é utilizado de forma a proporcionar que um neurônio artificial possa gerar um resultado diferente de zero correspondente a um valor (sinal) líquido nulo gerado pela função soma.

vação representado por v_k . Posteriormente, o valor de v é submetido a uma função de ativação (φ), cujo resultado y_k é o valor de saída do neurônio.

Figura 1

Modelo de um neurônio artificial



Fonte: HAYKIN (2001).

A partir desse modelo, é possível identificar três elementos básicos para o projeto de redes neurais: um conjunto de sinapses, cada uma caracterizada por um peso ou força própria (representadas por $W_{k1}, W_{k2} \dots W_{km}$); um somador para somar os sinais de entrada, ponderado pelas respectivas sinapses do neurônio, constituindo um combinado linear; e uma função de ativação para restringir o intervalo permissível de amplitude do sinal de saída do neurônio a um valor finito.

Sendo assim, o neurônio pode ser representado matematicamente pelas seguintes expressões:

$$v_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} \cdot x_j + b_k \quad (6)$$

$$y_k = \varphi(v_k) \quad (7)$$

Vale ressaltar que nem todos os modelos de neurônios artificiais utilizam o somatório como a função para agregar as entradas ponderadas de valores.

■ 5.1 Topologia das redes neurais artificiais

A topologia nada mais é do que o modo de conexão entre os diferentes neurônios que formam a rede neural artificial. As várias topologias de redes neurais podem ser agrupadas, basicamente, em duas classes: não recorrentes (*feedforward* ou acíclicas) e recorrentes (ou cíclicas).

As redes neurais artificiais não recorrentes são aquelas que não possuem realimentação de suas saídas para suas entradas, razão pela qual são também ditas “sem memória”. Freiman (2004) esclarece que sua estrutura é em camadas, podendo ser formada por uma ou mais camadas. Redes multicamadas contêm um conjunto de neurônio de entrada, uma camada de saída e uma ou mais camadas escondidas. A entrada não é considerada uma camada de rede pelo fato de apenas distribuir os padrões.

Na rede neural artificial não recorrente, não existem conexões ligando um neurônio de uma camada a outro de uma camada prévia, nem a um neurônio da mesma camada.

Uma rede neural desse tipo, depois de treinada, é capaz de associar uma série de valores que são colocados em suas entradas a uma ou mais saídas. Não se trata, porém, simplesmente de uma memória, pois tem a capacidade de generalização¹³; ela pode encontrar respostas corretas mesmo quando os dados disponíveis para as entradas estão incompletos ou danificados ou mesmo quando a relação entre entrada e saída não é correta (HAYKIN, 2001).

As redes neurais recorrentes são redes mais gerais que contêm realimentação das saídas para as entradas, sendo suas saídas determinadas pelas entradas

13 Há três fatores capazes de avaliar o desempenho da rede neural artificial: convergência, generalização e escalabilidade. A primeira diz respeito à capacidade das redes em aprender um determinado conjunto de dados definido no procedimento de treinamento, sendo muito importante para o bom desempenho das redes neurais. Se não conseguir aprender (não convergir), dificilmente apresentará bons resultados. A generalização diz respeito à habilidade das redes de reconhecer padrões fora do conjunto de treinamento e é a principal propriedade que deve ser exigida de um sistema neural aplicado à previsão. Ela determina a quantidade de dados necessários para treinar o sistema a fim de que este responda corretamente a padrões fora do conjunto de treinamento. De forma geral, a diminuição do número de conexões da rede aumenta a probabilidade de uma boa generalização. Contudo, isso deve ser feito sem reduzir demais o tamanho da rede, já que essa redução pode implicar a incapacidade da rede em computar a função desejada. Já a escalabilidade diz respeito a ambos e é relativa ao procedimento de ajustar parâmetros das redes neurais para que elas consigam convergir e generalizar bem. Afinal, para que uma rede neural tenha um bom desempenho, ela deve ser grande o suficiente para aprender o problema (convergir) e pequena o bastante para generalizar bem.

atuais e pelas saídas anteriores. As estruturas da classe de redes recorrentes não são obrigatoriamente organizadas em camadas. No entanto, quando isso acontece, essas redes podem possuir interligações entre neurônios da mesma camada e entre camadas não consecutivas, gerando interconexões bem mais complexas que as redes neurais artificiais não recorrentes.

Essas redes neurais artificiais, também chamadas de redes neurais artificiais com memória, por possuírem realimentação (*feedback*), respondem a estímulos dinamicamente; ou seja, após aplicar uma nova entrada, a saída é calculada e então realimentada para modificar a entrada. Para as redes estáveis, esse processo é repetido várias vezes, produzindo pequenas mudanças nas saídas, até estas ficarem constantes. Todavia, as redes neurais artificiais recorrentes nem sempre são estáveis, mesmo com entradas constantes.

Atualmente, a topologia mais utilizada em problemas práticos é a *feedforward*, que pode ser implementada em processadores comuns e não exige muita memória, se comparada a outras topologias.

■ 5.2 Arquitetura

A arquitetura da rede neural é muito importante para suas capacidades de convergência e generalização. Para definir a arquitetura de uma rede neural, basta determinar a estrutura sobre a qual os neurônios da rede estarão organizados. A escolha de uma arquitetura adequada, nem tão grande, nem tão pequena, é a principal responsável pelo sucesso de uma aplicação (FREIMAN, 2004). A arquitetura da rede neural é definida pelas características do número de camadas da rede, do número de neurônios de cada camada, pelo tipo de conexão entre os neurônios e pela topologia da rede (BRAGA; LUDERMIR; CARVALHO, 2000; FREITAS, 2002).

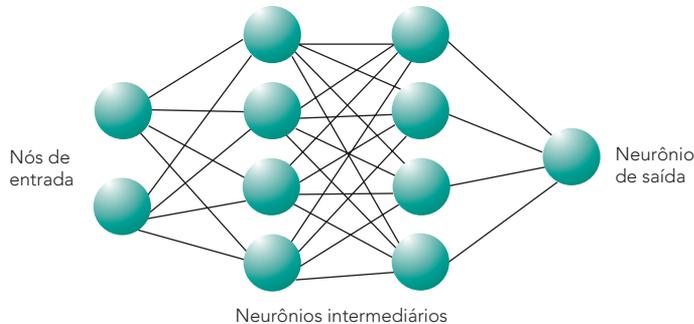
Há redes de camada única e de múltiplas camadas¹⁴. Em redes de camada única, existe apenas um neurônio entre cada entrada e cada saída da rede. A designação “camada única” se refere à camada de saída. A camada de nodo de entrada não é considerada por não realizar nenhuma computação.

Conforme mostrado na Figura 2, as redes de múltiplas camadas se distinguem da primeira classe pela presença de uma ou mais camadas ocultas, ou seja, por conterem mais de um neurônio entre qualquer entrada e qualquer saída da rede.

14 Neste estudo, não serão abordadas as redes neurais artificiais de uma camada, também chamadas de *perceptrons*, por possuírem um espectro de representações limitado. Em contrapartida, serão utilizadas as redes multicamadas, em razão de essas suprirem as deficiências das redes de uma única camada.

Figura 2

Modelo de uma rede neural de múltiplas camadas



Fonte: BRAGA; LUDERMIR; CARVALHO (2000).

A escolha da rede envolve a escolha da topologia da rede, da função de transferência e do algoritmo de aprendizagem.

■ 5.3 Processo de aprendizagem

De todas as propriedades das redes neurais artificiais, nenhuma captura tão bem uma característica humana como a habilidade de aprender (BOCANEGRA, 2002). O processo de aprendizagem, além de auxiliar na melhora de seu desempenho, faz que as redes neurais sejam capazes de fornecer soluções a determinado problema¹⁵.

O processo de aprendizagem nas redes neurais acontece internamente por meio do ajuste dos pesos sinápticos das conexões durante a exposição dos exemplos, em resposta à quantidade de erros gerados pela rede. Dessa forma, o principal parâmetro utilizado para representar o conhecimento adquirido pelas redes neurais é o peso associado a cada ligação entre dois neurônios.

Para a compreensão do processo de aprendizagem, dois conceitos são importantes: o número de ciclos e a taxa de aprendizagem. O número de ciclos refere-se ao número de vezes que os padrões de treinamento serão apresentados às redes neurais, a fim de que se faça a atualização dos pesos. A taxa de aprendizagem controla a intensidade das alterações dos pesos.

¹⁵ O aprendizado ocorre quando a rede atinge uma solução generalizada para uma classe de problemas.

- *O impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes*, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher

Dá-se o nome de algoritmo de aprendizado a um conjunto de regras bem definidas para a solução de um problema de aprendizado. Existem muitos tipos de algoritmos de aprendizado específico para determinados modelos de redes neurais, diferindo entre si, especialmente pelo modo como os pesos são modificados.

As redes neurais são treinadas para aprender a partir dos dados de entrada. Assim como o cérebro humano, elas aprendem a partir de experiências (dados históricos) e não através de programação¹⁶.

O objetivo do treinamento de uma rede neural artificial é fazer que a aplicação de um conjunto de entradas produza um conjunto de saídas desejado ou, no mínimo, um conjunto de saídas consistentes. Cada conjunto de entrada ou saída é chamado de *vetor*. O treinamento é realizado pela aplicação sequencial dos vetores de entrada (e em alguns casos também os de saída), enquanto os pesos da rede são ajustados de acordo com um procedimento de treinamento predeterminado. Durante o treinamento, os pesos da rede gradualmente convergem para determinados valores, tal que a aplicação dos vetores de entrada produza as saídas necessárias (FREIMAN, 2004).

■ 5.4 Redes *Multilayer Perceptron*

As redes *Multilayer Perceptron* são acíclicas (*feedforward*), com uma ou mais camadas intermediárias, e constituem os modelos de redes neurais artificiais mais utilizados.

Tipicamente, a arquitetura do tipo *perceptron* de múltiplas camadas é composta de um conjunto de unidades sensoriais que formam uma camada de entrada, uma ou mais camadas intermediárias ou escondidas de unidades computacionais e uma camada de saída. Os sinais de entrada são propagados camada a camada pela rede em uma direção positiva, ou seja, da entrada para a saída¹⁷.

Segundo Freitas (2002), em razão da presença das camadas intermediárias, os modelos de redes *Multilayer Perceptron* permitem a solução de problemas mais complexos. Para Cybenko (1988 apud BRAGA; LUDERMIR; CARVALHO, 2000), uma rede com uma camada intermediária pode implementar qualquer função contínua, já a utilização de duas camadas intermediárias permite a aproximação de qualquer função matemática.

16 Uma rede neural é capaz de generalização, não de deduções ou adivinhações.

17 O fluxo de sinais por meio da rede é feito positivamente, da esquerda para a direita, camada a camada.

O método de aprendizagem mais popular aplicado às redes *Multilayer Perceptron* é o algoritmo *backpropagation*. Esse algoritmo é baseado numa regra de aprendizagem, denominada Regra Delta Generalizada, que ajusta o erro entre o computado e o desejado para cada conjunto de entradas e saídas durante o treinamento, conforme será visto a seguir.

■ 5.5 Algoritmo *backpropagation*

O algoritmo de retropropagação consiste, basicamente, em fornecer variações para alterar os pesos da rede neural artificial, com o objetivo de minimizar o erro obtido na saída mediante o aprendizado do vetor de treinamento (entrada-saída). Em outras palavras, o erro gerado pelos neurônios na camada de saída é distribuído para os demais neurônios da rede, realizando o ajuste de pesos.

Por meio desse algoritmo, o processo de aprendizagem é realizado em duas etapas, e cada etapa percorre a rede em um sentido. A primeira é a etapa *forward* (para frente), em que os valores de saída da rede são calculados a partir dos valores de entrada fornecidos. Na segunda etapa, a *backward* (para trás), os pesos associados a cada conexão são atualizados conforme as diferenças entre os valores de saída obtidos e os valores desejados, da última camada até a camada de entrada (FREITAS, 2002). Os pesos conectados às unidades de saída são então ajustados para reduzir esse erro. Para isso, esse algoritmo utiliza o método do gradiente descendente¹⁸, no qual, dada uma medida de erro $E(w)$, procura-se melhorar o conjunto de pesos w_{ij} , deslizando para baixo na superfície definida no espaço W (WASSERMAN, 1989 apud FREIMAN, 2004; RUMELHART et al., 1986).

O objetivo do treinamento da rede é ajustar os pesos, de modo que a aplicação de um conjunto de entradas produza um conjunto de saídas desejadas. Quando a rede apresentar uma boa capacidade de generalização e a taxa de erro for suficientemente pequena, o treinamento deve ser interrompido.

■ 5.6 Avaliação geral

Já foi dito que as redes neurais possuem certas características exclusivas de sistemas biológicos, como a capacidade de aprendizado e generalização. No

18 Conforme esclarece Smith (1993), “O método do gradiente descendente na mudança desses coeficientes é projetado para produzir um conjunto de coeficientes que minimize os erros do modelo”.

entanto, essas não são as únicas vantagens atribuídas às redes neurais artificiais. Há inúmeras outras que podem ser citadas, dentre as quais destacam-se a capacidade de encontrar soluções eficientes para problemas do mundo real; sua habilidade em lidar com dados ruidosos, incompletos ou imprecisos; sua capacidade de análise e reconhecimento de padrões; a capacidade de resolver problemas práticos sem a necessidade da definição de regras ou de modelos precisos; e a capacidade de buscar a solução por meio de um método próprio de treinamento e autoaprendizado.

Tais atributos incentivam analistas e estudiosos na escolha da técnica das redes neurais como a apropriada para a obtenção de resultados reais, apesar das deficiências anteriormente apresentadas. Até porque o fato de sua estrutura possuir como principal força a habilidade de adaptação e aprendizagem permite que as redes neurais possam lidar com dados imprecisos e situações não totalmente definidas.

Uma rede treinada de maneira razoável tem a habilidade de generalizar quando é apresentada a entradas que não estão presentes em dados já conhecidos por ela.

Como se sabe, as redes neurais podem ter várias entradas e várias saídas, sendo facilmente aplicáveis a sistemas com muitas variáveis. As conexões entre os neurônios formam uma rede de elementos de processamento, fazendo que as informações armazenadas por uma rede neural sejam compartilhadas por todas as suas unidades, permitindo que, mesmo que parte da rede seja destruída, a informação ali contida ainda esteja presente e possa ser recuperada. Essa redundância na representação de informações transforma-se em outra vantagem das redes neurais, tendo em vista que torna o sistema tolerante a falhas, diferentemente de outros modelos.

Outro fator diferencial é que as redes neurais podem ter múltiplas saídas, isto é, diversas variáveis dependentes simultaneamente, diferentemente de modelos de séries temporais e modelos causais de regressão linear.

Mas a grande vantagem das redes neurais artificiais, quando comparada a outros métodos, é a sua capacidade de modelar e prever sistemas não lineares, especialmente quando aplicada no mercado financeiro. Nota-se, assim, que, mesmo com algumas restrições, as redes neurais têm demonstrado sua potencialidade em diversas aplicações, superando expectativas e gerando resultados até então não alcançados com nenhuma outra técnica, seja computacional ou convencional.

6

METODOLOGIA

Para construir o modelo de apreçamento de opções baseado em redes neurais e compará-lo ao Modelo de Black & Scholes, foram utilizados os dados referentes às opções de compra sobre as ações da Telemar Participações PN, negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), que corresponde à bolsa de maior movimentação financeira do mercado de capitais do Brasil. A escolha dessas opções se justifica pelo fato de a ação da Telemar Participações PN ser o título de maior liquidez no mercado brasileiro e de maior negociação na Bovespa, não apenas no período analisado¹⁹.

Os valores considerados correspondem ao período de 2 de janeiro de 2004 a 30 de maio de 2006, obtidos diretamente de Bovespa (2006), Cetip (2006) e Bacen (2006). Posteriormente, foram organizados no Microsoft Excel, para o cálculo do Modelo Black & Scholes e uso na rede neural por meio do programa Neural Net Analyzer, elaborado por Oliveira (1999) e Carvalho Júnior (1999). No entanto, para se aferir o poder preditivo do Modelo de Black & Scholes sobre o prêmio justo de opções de compra lançadas sobre a ação mencionada, foram consideradas as opções com vencimento no período compreendido entre janeiro de 2006 e junho de 2006.

Os dados organizados contêm as principais variáveis que influenciam o preço das opções sobre ações: o preço corrente da ação, o preço de exercício da opção, o tempo até o vencimento da opção, a volatilidade do preço da ação e a taxa de juro livre de risco, sendo acrescentada, num segundo momento, a taxa de câmbio na rede neural, exclusivamente. Dentre essas variáveis, a volatilidade e a taxa de juros precisaram ser estimadas. Para a primeira, adotou-se a volatilidade histórica e utilizou-se para o seu cálculo o estimador não viesado de mínima variância uniforme; e, para a segunda, utilizou-se o regime de capitalização contínua.

Ressalte-se que, antes de serem apresentados à rede, os dados foram submetidos a um pré-processamento a fim de normalizá-los em uma escala entre [0, 1], seguindo a fórmula de normalização relativa (NR) apresentada a seguir:

19 Cabe ressaltar que as séries de opções com liquidez no ambiente de negociação na Bolsa de Valores de São Paulo são do tipo americanas, mas comportam-se como opções europeias, ou seja, acabam sendo exercidas apenas no seu vencimento, permitindo que sejam apreçadas utilizando o Modelo de Black & Scholes.

- *O impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes*, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher

$$NR = \frac{(x - Menor(x)) \times LI}{(Maior(x) \times LS) - (Menor(x) \times LI)} \quad (8)$$

onde LI é o limite inferior, e LS, o limite superior, com valores de 0,7 e 1,3, respectivamente.

O objetivo da normalização é diminuir a influência causada por valores que se destacam excessivamente em relação aos demais, ou seja, diminuir a distância entre os valores de variáveis muito espaçadas.

■ 6.1 Ajustes no preço de exercício

Como se sabe, uma das premissas básicas do Modelo Black & Scholes é de que a ação não paga dividendos até o vencimento da opção²⁰. Sendo assim, havendo distribuição de proventos, os ajustes no preço de exercício tornam-se necessários para a avaliação de opções.

Após tornar pública a distribuição de dividendo e/ou subscrição, o ativo-subjacente da opção passa a ser negociado *ex direito* e as séries são ajustadas. Já em relação a eventos societários como bonificações e desdobramentos, o ajuste ocorre somente no momento do exercício.

■ 6.2 Tempo até o vencimento da opção

Na determinação do tempo até o vencimento da opção, consideraram-se apenas os dias úteis em que houve negociação na Bovespa.

■ 6.3 Volatilidade do preço da ação

No cálculo da volatilidade histórica, considerou-se inicialmente o retorno das ações da Telemar Participações PN como o retorno continuamente composto, isto é, o retorno logarítmico dos preços das ações:

$$r_i = \ln(P_i / P_{i-1}) \quad (9)$$

onde P_i é o preço da ação na data i .

²⁰ Sobre o assunto, ver Modelo Black & Scholes.

Posteriormente, foi calculada a volatilidade histórica (σ), por meio do estimador não viesado de mínima variância uniforme, como o desvio padrão dos retornos diários continuamente capitalizados das ações da referida empresa apurados durante os 20 dias de negociação anteriores ao dia de cálculo da volatilidade histórica.

Assim, a volatilidade histórica foi estimada de acordo com a fórmula:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n-1}} \quad (10)$$

onde, n é o número de observações de preços (nesse caso, $n = 20$), e \bar{r} , a média dos valores de r_i , que corresponde ao retorno continuamente capitalizado.

■ 6.4 Taxa de juro livre de risco

A taxa de juro livre de risco utilizada foi a taxa de depósito interfinanceiro (DI) de um dia, apurada pela Cetip e divulgada na forma de taxa média diária ao ano de 252 dias úteis.

Para a sua utilização, a taxa DI foi transformada para o regime de capitalização contínua, da seguinte forma:

$$r_{contínua} = \ln(1 + r_{composta}) \quad (11)$$

onde $r_{contínua}$ corresponde à taxa do DI em regime de capitalização contínua, e $r_{composta}$, à taxa do DI em regime de capitalização contínua.

■ 6.5 Taxa de câmbio

Na tentativa de verificar o impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções por meio da técnica das redes neurais, utilizaram-se as cotações de fechamento de venda R\$/US\$ no período de 2 de janeiro de 2004 a 30 de maio de 2006, divulgadas e disponibilizadas pelo Bacen.

- *O impacto da taxa de câmbio no apreamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes*, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher

A cotação de fechamento P_{tax} , mencionada, corresponde à taxa média ponderada dos negócios realizados no mercado interbancário de câmbio com liquidação em dois dias úteis, conforme Comunicado n. 6.815/99 do Bacen.

■ 6.6 Definição do modelo de redes neurais

Neste trabalho foram analisados e testados diversos modelos de redes neurais, optando-se por uma rede neural *feedforward*, com algoritmo de treinamento *backpropagation* para realizar a previsão de preços das opções de ações da Telemar Participações PN, com registro de negociação de seus valores mobiliários na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa).

■ 6.7 Análise de modelos de redes neurais

Para a realização deste trabalho, foi escolhido o *software* Neural Net Analyzer, elaborado por Oliveira (1999) e Carvalho Júnior (1999), conforme comentado anteriormente. Utilizando as funções desse *software* foram desenvolvidos e comparados diferentes modelos de redes *Multilayer Perceptron* e algoritmo de treinamento *backpropagation*, que se diferenciavam pelo número de neurônios e camadas, algoritmos de treinamento, funções de ativação e variáveis de entrada e saída.

Para a escolha da quantidade de variáveis de entrada e saída, foi analisado o comportamento da rede após a inclusão ou exclusão de uma ou mais variáveis. A decisão do número de camadas de entrada e camadas intermediárias levou em consideração o fato de que quanto maior for o número de camadas, maiores serão a complexidade e o tempo de processamento da rede.

Partindo-se da premissa de que as redes neurais devem proporcionar resultados satisfatórios e condizentes com a realidade, também foram feitas análises de correlação entre as variáveis de entrada e as de saída da rede, no intuito de selecionar as relações mais importantes para a compreensão do problema em estudo.

A função de ativação deve ser contínua, diferenciável e, de preferência, não decrescente para que o algoritmo *backpropagation* possa ser utilizado. Sendo assim, na camada intermediária foi empregada a função sigmoideal logística.

Para a avaliação do desempenho da rede neural, utilizou-se o erro absoluto médio (EAM), que é a média do somatório dos erros de cada caso, tanto do conjunto de treinamento quanto do conjunto de previsão, representado pela seguinte forma:

$$EAM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (C_{m_i} - C_{t_i}) \quad (12)$$

onde C_m é o preço de fechamento observado, C_t , o preço teórico obtido pelo modelo, e N , o número total de observações.

Utilizou-se também o erro quadrático médio (EQM), que é a média do somatório dos quadrados dos erros de cada caso, representado pela seguinte forma:

$$EQM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (C_{m_i} - C_{t_i})^2 \quad (13)$$

onde C_m representa as saídas reais desnormalizadas, C_t , as saídas desnormalizadas previstas pela rede, e N , o número de casos.

É normal se adotar a raiz quadrada do erro quadrático médio (REQM) no cálculo do erro da rede. O cálculo do REQM pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$REQM = \sqrt{EQM} \quad (14)$$

Para alguns modelos de redes neurais, foi utilizada a técnica de *early stopping*, que consiste em treinar a rede neural com uma determinada amostra de dados (*grupo de treinamento*) e validar o desempenho da rede, periodicamente, utilizando outra amostra de dados (*o grupo de validação*). Sendo assim, cada amostra de dados foi dividida em três grupos: um grupo de treinamento, ao qual se destinaram 60% dos dados; um grupo de validação, com 25%; e um grupo de previsão, para o qual foram destinados 15% na sua formação. Independentemente de o modelo utilizar ou não o grupo de validação, a periodicidade dos dados de cada grupo foi a mesma para cada modelo.

O Quadro 1 apresenta os parâmetros de rede submetidos a variações e os valores atribuídos a eles, bem como a descrição dos algoritmos de treinamento avaliados. Objetivando analisar o desempenho de cada modelo de rede neural no apuração de opções fora do preço, no preço e dentro dele, utilizou-se nessa primeira etapa o conjunto de dados correspondente ao período de 2 de janeiro de 2004 a 30 de maio de 2004, dividido em três amostras,

- *O impacto da taxa de câmbio no apereamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher*

quais sejam: opções fora do preço ($P \leq 0,95 \times PE$), no preço ($0,95 \times PE < P \leq 1,05 \times PE$) e dentro do preço ($P > 1,05 \times PE$), sendo P o preço do ativo-objeto e PE o preço de exercício.

Quadro 1

Parâmetros considerados no processo de construção e avaliação das redes neurais

Parâmetro	Valores atribuídos
Número de camadas intermediárias	1 a 5
Número de neurônios na camada intermediária	3 a 5
Variáveis de entrada	Preço de fechamento corrente da ação, preço de exercício da opção, tempo até o vencimento da opção, volatilidade do preço da ação, taxa de juro livre de risco, taxa de câmbio
Variáveis de saída	Prêmio da opção de compra
Funções de ativação na camada intermediária	Sigmoidal logística, linear e tangente hiperbólica
Funções de ativação na camada de saída	Sigmoidal logística, linear e tangente hiperbólica
Normalização dos dados	Relativa no intervalo [0,1], com limite inferior 0,7 e limite superior 1,3.
Número de épocas	20.000 a 100.000
Taxa de aprendizado	0,0001 a 0,01
Taxa de momento	0,001 a 0,05
Tolerância dos erros	Erro total máximo por interação = 0,001 Erro total máximo, por exemplo, (padrão) = 0,001

Fonte: Elaborado pelos autores.

6.8 Arquitetura da rede neural

O modelo escolhido é um modelo de rede *Multilayer Perceptron*, com uma camada de entrada formada por cinco parâmetros, uma camada intermediária com três neurônios e uma camada de saída com apenas um neurônio. Ao acrescentar mais um parâmetro na camada de entrada, qual seja, o câmbio, a camada intermediária passou a conter quatro neurônios.

Nos neurônios estão presentes pesos e *bias* com valores gerados aleatoriamente pelo *software*, com parâmetros de valor central 0 (zero) e intervalo 0,25. As conexões entre os neurônios são do tipo *feedforward* ou acíclica e a rede é completamente conectada.

■ 6.9 Comparação entre os modelos

Para comparar o desempenho do modelo baseado em redes neurais com o Modelo de Black & Scholes, foram utilizados os dados pertencentes ao período de 2 de janeiro de 2004 a 30 de maio de 2006, ordenados sequencialmente pelo tempo. Dessa amostra, foram extraídos os dados do grupo de treinamento da Rede Neural e os dados correspondentes ao grupo de previsão, aplicado aos modelos para a realização do estudo comparativo.

6.9.1 Grupo de previsão

Para compor o grupo de previsão, foram escolhidas séries de opções com vencimento no primeiro semestre de 2006, e cada vencimento foi dividido em três grupos distintos:

- Grupo A – opções fora do preço ($P \leq 0,95 \times PE$);
- Grupo B – opções no preço ($0,95 \times PE < P \leq 1,05 \times PE$);
- Grupo C – opções dentro do preço ($P > 1,05 \times PE$).

Para tanto, analisou-se cada série de opções e calculou-se o grau de *money-ness* de cada uma de suas cotações no período. Dessa forma, para cada vencimento escolheu-se a série que possuísse mais do que 20 cotações e que mais tempo houvesse permanecido em um dos grupos citados, desconsiderando os últimos 13 dias de negociação anteriores ao preço de exercício, em função da alta volatilidade dos preços.

A Tabela 1 relaciona as séries escolhidas, informando o vencimento, o preço de exercício, série e o seu grau de representatividade para o grupo de *money-ness* às quais foram relacionadas. As séries das opções apresentadas a seguir foram apreçadas pelo Modelo de Black & Scholes e pela rede neural desenvolvida, sendo posteriormente acrescida, nesta última, a taxa de câmbio. A partir dos resultados obtidos, realizaram-se comparações entre os referidos modelos, analisando o impacto da volatilidade do dólar no apreçamento de opções por meio de indicadores estatísticos.

- *O impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes*, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher

Tabela 1

Séries de opções escolhidas para apreçamento pelas redes neurais artificiais e pelo Modelo Black & Scholes

Grupo	Vencimento	Preço de exercício	Série	Representatividade
Fora do preço	Janeiro	38,00	TNLPA38	100,00%
	Fevereiro	36,00	TNLPB36	100,00%
	Março	36,00	TNPLC36	84,85%
	Abril	34,00	TNPLD34	100,00%
	Maio	34,00	TNPLE34	96,97%
	Junho	32,49	TNPLF34	70,97%
No preço	Janeiro	42,00	TNLPA42	96,97%
	Fevereiro	42,00	TNLPB42	80,95%
	Março	40,00	TNPLC40	83,72%
	Abril	38,00	TNPLD38	74,42%
	Maio	38,00	TNPLE38	82,35%
	Junho	36,49	TNPLF38	58,82%
Dentro do preço	Janeiro	48,00	TNLPA48	100,00%
	Fevereiro	46,00	TNLPB46	100,00%
	Março	44,00	TNPLC44	97,78%
	Abril	44,00	TNPLD44	100,00%
	Maio	42,00	TNPLE42	96,97%
	Junho	42,49	TNPLF44	100,00%

Fonte: Elaborada pelos autores.

6.9.2 Grupo de treinamento

As amostras de dados para treinamento da rede neural foram compostas de valores dos 12 meses anteriores ao mês da primeira cotação presente no grupo de dados da série a ser analisada.

Procurando aprimorar o processo de aprendizagem, bem como o de previsão, cada grupo de dados para treinamento foi subdividido em subgrupos, de acordo com o grau de *moneyness*, adotando o mesmo critério da previsão. Assim, para o desenvolvimento do estudo foram construídas 32 redes de treina-

mento, das quais 18 referem-se à rede neural artificial com os cinco parâmetros contidos no Modelo Black & Scholes, e as demais, à rede neural artificial, com o acréscimo do parâmetro taxa de câmbio, aqui diferenciada pela sigla RNA_US\$.

Pode-se dizer, portanto, que, para cada série de opções, foram construídas três redes neurais com a mesma arquitetura (número de camadas, neurônios etc.) para ambos os grupos RNA e RNA_US\$.

7

RESULTADOS EMPÍRICOS

Com o intuito de facilitar a compreensão dos resultados obtidos, tendo em vista a quantidade de dados a serem apresentados, optou-se por separar a presente análise em duas etapas: Black & Scholes *versus* redes neurais artificiais e redes neurais artificiais *versus* redes neurais artificiais com variável dólar. Para cada série de opções agrupadas, são comparados os resultados de desempenho estatístico do erro de generalização relativos aos preços teóricos gerados por esses modelos e aos preços reais observados no mercado. Para mensurar as diferenças entre os valores dos preços, utilizou-se o erro absoluto médio (EAM), o erro quadrático médio (EQM) e a raiz quadrada do erro quadrático médio (REQM).

As tabelas apresentadas a seguir comparam os EAM, EQM e REQM resultantes do apreçamento de séries pertencentes, respectivamente, aos grupos de opções fora do preço, no preço e dentro do preço. Com base nesses valores, é possível analisar o comportamento de cada modelo durante a vida da opção, proporcionando ao investidor maior confiabilidade na tomada de decisões financeiras, na medida em que os resultados obtidos pelo modelo capturam a variabilidade do preço da ação no decorrer de sua vida.

7.1 Modelo Black & Scholes *versus* redes neurais artificiais

7.1.1 Grupo A – Fora do preço

Na Tabela 2, são apresentados os valores referentes aos EAM, EQM e REQM estimados para série de opções com maior liquidez e tempo fora do pre-

- *O impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes*, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher

ço. Para esse grupo, obteve-se um resultado satisfatório em relação à assertiva comentada anteriormente de que a técnica de rede neural superaria o Modelo de Black & Scholes no apreçamento de opções. Em quatro das seis séries analisadas, todos os tipos de indicadores de erros analisados apresentaram valores inferiores se comparados ao Modelo *benchmark* Black & Scholes. Estatisticamente, as redes neurais foram 67% de vezes melhores que o modelo criado em 1973.

Tabela 2

Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções fora do preço calculadas pelos modelos de Black & Scholes e redes neurais artificiais

Grupo	Vencimento	Preço de exercício	Série	Erro absoluto médio (EAM)		Erro quadrático médio (EQM)		Raiz quadrada do EQM (REQM)	
				B&S	RNA	B&S	RNA	B&S	RNA
Fora do preço	Janeiro	38,00	TNLPA38	0,3364	0,2084	0,1556	0,0941	0,3944	0,3068
	Fevereiro	36,00	TNLPB36	0,3777	0,3428	0,2303	0,1856	0,4799	0,4308
	Março	36,00	TNLPC36	0,4056	0,3793	0,2033	0,1960	0,4509	0,4428
	Abril	34,00	TNLPD34	0,2800	0,5147	0,1040	0,3654	0,3225	0,6045
	Maior	34,00	TNLPE34	0,2835	0,4472	0,1298	0,2881	0,3603	0,5367
	Junho	32,49	TNLPF34	0,7253	0,3966	0,6696	0,2016	0,8183	0,4490

Fonte: Elaborada pelos autores.

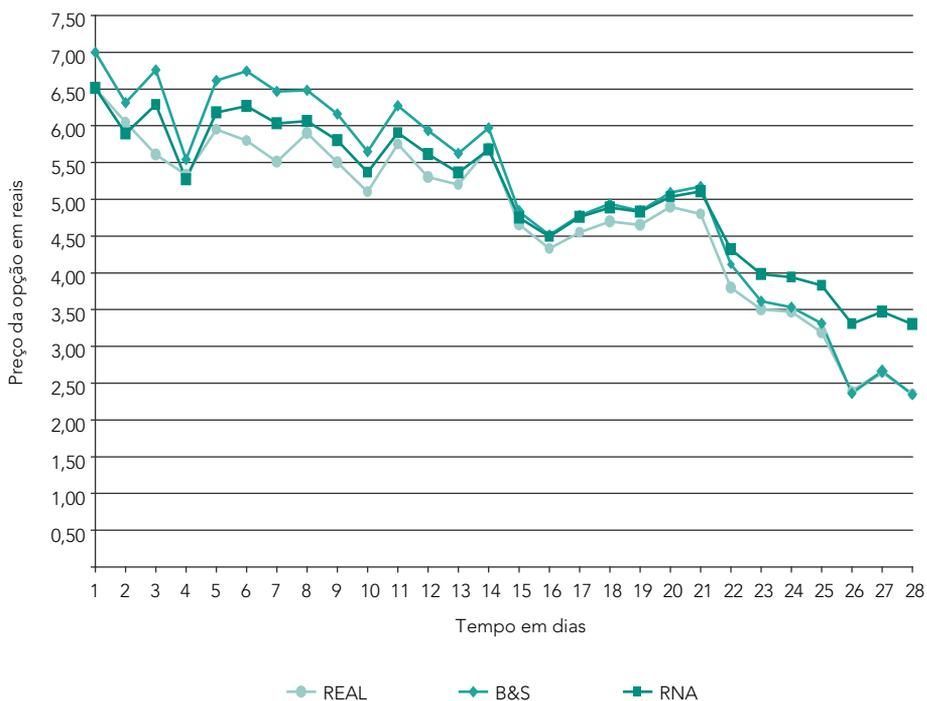
Pode-se observar que o menor EQM obtido foi de 0,0941 na série de opção de janeiro com preço de exercício de R\$ 38,00, resultante da aplicação das redes neurais.

O Gráfico 1 mostra o comportamento dos preços na série de opções fora do preço com vencimento em fevereiro de 2006 para ambos os modelos. Entre o 1º e o 14º dias, a rede neural obteve melhor resultado que o apresentado pelo Modelo de Black & Scholes; no entanto, na janela entre o 15º e o 22º dias, ambos os modelos apreçam opções com valores próximos ao preço de mercado. Após essa data, o Modelo Black & Scholes mostrou um ajuste satis-

fatório em relação aos preços de mercado, ainda que na média as redes neurais tenham demonstrado melhores resultados.

Gráfico 1

Preços reais e teóricos de uma série de opções fora do preço com vencimento em fevereiro de 2006



Fonte: Elaborado pelos autores.

7.1.2 Grupo B – No preço

Nesse grupo de séries, nota-se um resultado ainda superior ao Grupo A, pois demonstra que em 83% os erros apresentados pelas redes neurais foram

- *O impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher*

menores que os referentes ao Modelo de Black & Scholes. Ou seja, em cinco das seis séries analisadas, as redes neurais obtiveram melhores respostas, conforme a Tabela 3.

Tabela 3

Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções no preço calculadas pelos modelos de Black & Scholes e redes neurais artificiais

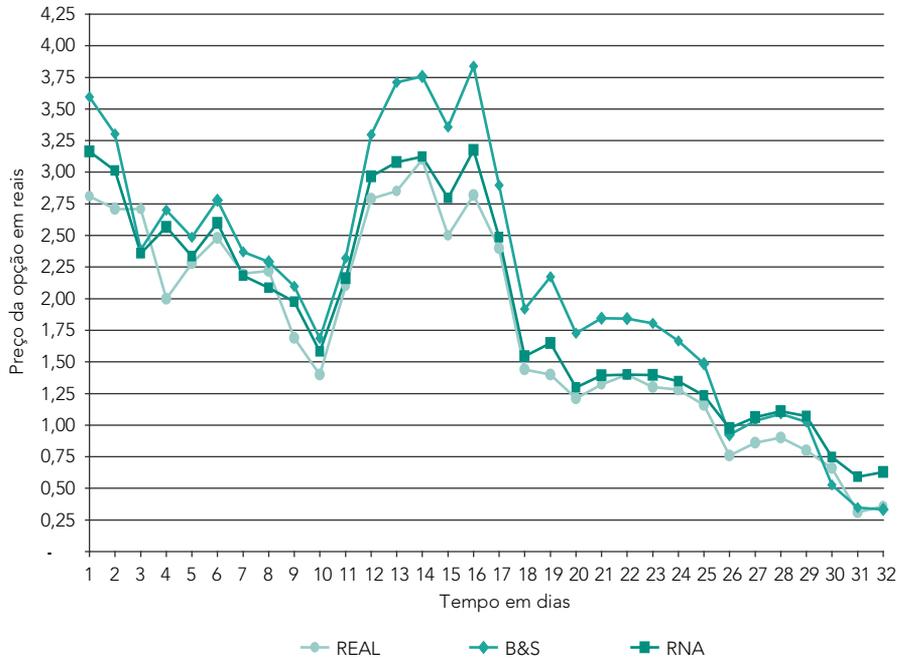
Grupo	Vencimento	Preço de exercício	Série	Erro absoluto médio (EAM)		Erro quadrático médio (EQM)		Raiz quadrada do EQM (REQM)	
				B&S	RNA	B&S	RNA	B&S	RNA
No preço	Janeiro	42,00	TNLPA42	0,1386	0,1789	0,0283	0,0492	0,1683	0,2218
	Fevereiro	42,00	TNLPB42	0,2681	0,2456	0,1000	0,0757	0,3162	0,2751
	Março	40,00	TNLPC40	0,4701	0,3231	0,2765	0,1320	0,5258	0,3633
	Abril	38,00	TNLPD38	0,4178	0,1838	0,2411	0,0496	0,4911	0,2228
	Maiο	38,00	TNLPE38	0,3395	0,1758	0,1607	0,0465	0,4008	0,2156
	Junho	36,49	TNLPF38	0,6446	0,3382	0,4631	0,1614	0,6805	0,3891

Fonte: Elaborada pelos autores.

A superioridade no apreçamento de opções nesse grupo utilizando a técnica das redes neurais pode ser facilmente observada no Gráfico 2, no qual são comparados os preços reais de mercado com os preços projetados pelos modelos analisados de uma série de opção com vencimento em abril e preço de exercício de R\$ 38,00. Observa-se que, na janela intermediária, ou seja, entre os dias 12 e 26, a diferença dos valores obtidos pelos modelos são maiores que R\$ 0,80.

Gráfico 2

Preços reais e teóricos de uma série de opções no preço com vencimento em abril de 2006



Fonte: Elaborado pelos autores.

7.1.3 Grupo C – Dentro do preço

O grupo de opções dentro do preço alcançou resultado semelhante ao grupo anterior em relação ao percentual de superioridade da rede neural, diferenciando-se apenas nos meses de vencimento, conforme mostra a Tabela 4.

- *O impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher*

Tabela 4

Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções dentro do preço calculadas pelos modelos de Black & Scholes e redes neurais artificiais

Grupo	Vencimento	Preço de exercício	Série	Erro absoluto médio (EAM)		Erro quadrático médio (EQM)		Raiz quadrada do EQM (REQM)	
				B&S	RNA	B&S	RNA	B&S	RNA
Dentro do preço	Janeiro	48,00	TNLPA48	0,0634	0,0494	0,0077	0,0037	0,0878	0,0611
	Fevereiro	46,00	TNLPB46	0,0770	0,1384	0,0120	0,0272	0,1098	0,1648
	Março	44,00	TNLPC44	0,1982	0,1703	0,0650	0,0439	0,2549	0,2096
	Abril	44,00	TNLPD44	0,2413	0,1047	0,1065	0,0238	0,3263	0,1544
	Maio	42,00	TNLPE42	0,1644	0,0676	0,0544	0,0097	0,2332	0,0985
	Junho	42,49	TNLPF44	0,2897	0,1863	0,1356	0,0687	0,3682	0,2622

Fonte: Elaborada pelos autores.

Comparando-se ambos os modelos, percebe-se que o EAM apresentado nas séries de opções com vencimento em abril e junho e o preço de exercício de R\$ 44,00 e R\$ 42,49, respectivamente, distanciam-se demasiadamente entre si, de tal forma que nos permite afirmar novamente a superioridade do modelo de redes neurais, também explicitadas nos grupos anteriores.

■ 7.2 Redes neurais artificiais versus redes neurais artificiais com dólar

7.2.1 Grupo A – Fora do preço

Analisando a influência da taxa de câmbio no apreçamento de opções fora do preço, percebe-se expressiva melhora quando acrescentada essa variável no modelo desenvolvido para as redes neurais, especialmente no resultado obtido por meio da verificação do resultado do EQM. Tal fato corrobora as afirmativas feitas anteriormente, pelo menos em um ponto de vista, o das opções fora do preço. Logo, deve-se levar em consideração a volatilidade da taxa de câmbio no cálculo do apreçamento dessas opções.

Como exemplo, extrai-se a opção com vencimento em abril e preço de exercício R\$ 34,00, em que o índice de EQM no apreçamento de opções acrescida da variável dólar é menor que o obtido na rede neural calculada com os mesmos parâmetros do Modelo Black & Scholes, como mostra a Tabela 5.

Tabela 5

Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções fora do preço calculadas pelas RNA e RNA_US\$

Grupo	Vencimento	Preço de exercício	Série	Erro absoluto médio (EAM)		Erro quadrático médio (EQM)		Raiz quadrada do EQM (REQM)	
				RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$
Fora do preço	Janeiro	38,00	TNLPA38	0,2084	0,2325	0,0941	0,0802	0,3068	0,2833
	Fevereiro	36,00	TNLPB36	0,3428	0,3259	0,1856	0,1741	0,4308	0,4172
	Março	36,00	TNLPC36	0,3793	0,4298	0,1960	0,2470	0,4428	0,4970
	Abril	34,00	TNLPD34	0,5147	0,4385	0,3654	0,2896	0,6045	0,5382
	Maio	34,00	TNLPE34	0,4472	0,4019	0,2881	0,2355	0,5367	0,4852
	Junho	32,49	TNLPF34	0,3966	0,3714	0,2016	0,1802	0,4490	0,4245

Fonte: Elaborada pelos autores.

Nota-se assim que, estatisticamente, o resultado foi 83% positivo em relação aos EQM calculados.

7.2.2 Grupo B – No preço

Os resultados apresentados na Tabela 6 evidenciam uma considerável melhora nos resultados obtidos nessa série de opções quando acrescentada a variável câmbio no apreçamento desses derivativos. Na estimativa dos erros expostos, encontrou-se um resultado favorável à técnica das RNA_US\$ de 83%

- *O impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher*

para a EMA e de 67% para os EQM e REQM testados. No entanto, nos meses de maio e junho, responsáveis pela perda de eficiência do modelo RNA_US\$, as diferenças entre os erros resultantes foram pequenos, quase insignificantes, o que nos permite afirmar que, na série das opções no preço, a taxa de câmbio deve ser considerada, assim como nas opções fora do preço.

Tabela 6

Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções no preço calculadas pelas RNA e RNA_US\$

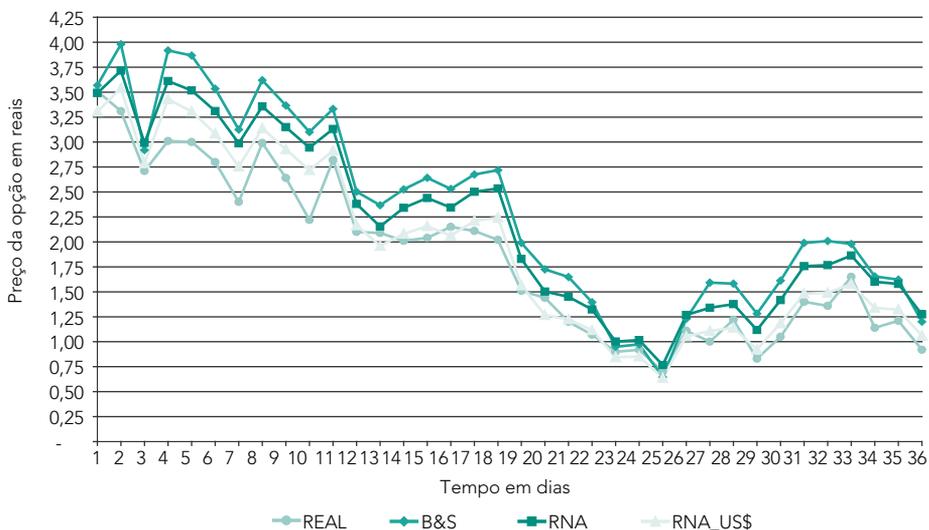
Grupo	Vencimento	Preço de exercício	Série	Erro absoluto médio (EAM)		Erro quadrático médio (EQM)		Raiz quadrada do EQM (REQM)	
				RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$
No preço	Janeiro	42,00	TNLPA42	0,1789	0,1599	0,0492	0,0352	0,2218	0,1877
	Fevereiro	42,00	TNLPB42	0,2456	0,1354	0,0757	0,0280	0,2751	0,1674
	Março	40,00	TNLPC40	0,3231	0,1498	0,1320	0,0345	0,3633	0,1858
	Abril	38,00	TNLPD38	0,1838	0,1371	0,0496	0,0298	0,2228	0,1726
	Maio	38,00	TNLPE38	0,1758	0,1794	0,0465	0,0484	0,2156	0,2200
	Junho	36,49	TNLPF38	0,3382	0,3380	0,1514	0,1527	0,3891	0,3908

Fonte: Elaborada pelos autores.

O Gráfico 3 apresenta os preços reais do mercado comparando-os com os preços projetados pelos três modelos estudados. Analisando a janela de 3 a 11 dias, verifica-se que a técnica da RNA_US\$ demonstra melhor aderência aos preços de mercado.

Gráfico 3

Preços reais e teóricos de uma série de opções no preço com vencimento em março de 2006



Fonte: Elaborado pelos autores.

7.2.3 Grupo C – Dentro do preço

Nesse grupo de opções, os erros calculados também comprovaram a assertiva de que a taxa de câmbio influencia no apereamento de opções, ao demonstrar valores inferiores aos obtidos pelas RNA e de forma semelhante em todos esses indicadores, ou seja, o percentual dos erros entre os EMA, EQM, REQM foram os mesmos (67%) nas opções dentro do preço.

Simulando valores de preço de opções em uma série com vencimento no mês de março, verifica-se por meio do EAM que, se considerando R\$ 1,00 como preço de mercado, o modelo RNA apreça na média a R\$ 1,17, enquanto o modelo RNA_US\$ a R\$ 1,11. Apesar de pequena a diferença entre ambos (R\$ 0,06), em termos percentuais representa 5,41%. Esse percentual pode resultar em um prejuízo maior que R\$ 50 mil numa operação que envolva a negociação de um lote de um milhão de opções, desconsiderando os custos de corretagem, emolumentos, entre outros (Tabela 7).

- *O impacto da taxa de câmbio no apuração de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher*

Tabela 7

Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apuramentos das séries de opções dentro do preço calculadas pelas RNA e RNA_US\$

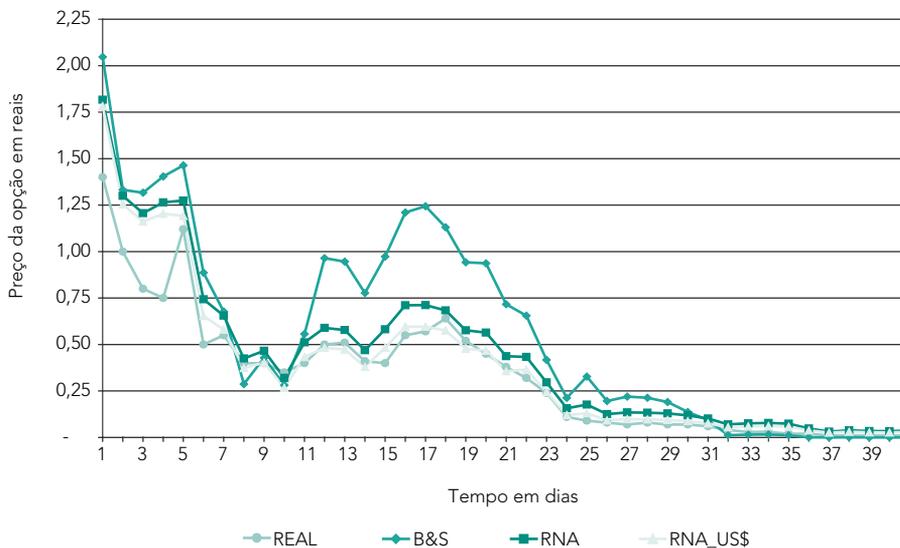
Grupo	Vencimento	Preço de exercício	Série	Erro absoluto médio (EAM)		Erro quadrático médio (EQM)		Raiz quadrada do EQM (REQM)	
				RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$
Dentro do preço	Janeiro	48,00	TNLPA48	0,0494	0,0573	0,0037	0,0040	0,0611	0,0631
	Fevereiro	46,00	TNLPB46	0,1384	0,0995	0,0272	0,0145	0,1648	0,1205
	Março	44,00	TNLPC44	0,1703	0,1123	0,0439	0,0220	0,2096	0,1484
	Abril	44,00	TNLPD44	0,1047	0,0654	0,0238	0,0150	0,1544	0,1227
	Mai	42,00	TNLPE42	0,0676	0,0742	0,0097	0,0113	0,0985	0,1064
	Junho	42,49	TNLPF44	0,1863	0,1837	0,0687	0,0678	0,2622	0,2604

Fonte: Elaborada pelos autores.

No Gráfico 4, é possível verificar a superioridade no apuramento realizado pelos modelos de redes neurais artificiais no período do 10º ao 24º dias, especialmente naquelas que utilizaram a variável câmbio. Como exemplo, destaca-se no 17º dia a diferença de R\$ 0,65 entre os EAM dos modelos de apuramento do B&S e da RNA_US\$.

Gráfico 4

Preços reais e teóricos de uma série de opções dentro do preço com vencimento em abril de 2006



Fonte: Elaborado pelos autores.

Pode-se afirmar, assim, a relevância da taxa de câmbio no apuração de opções fora do preço, no preço e dentro do preço, tendo em vista que apresentou 72% de EAM, EQM e REQM menores do que os calculados pela RNA. Destaca-se ainda que o grupo fora do preço foi o que melhor se adequou a essa variável.

8

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O Modelo de Black & Scholes foi o precursor no cálculo do apuração de opções e considerado de maior sucesso em finanças. No entanto, constataram-se diferenças significativas nos resultados obtidos entre o valor da opção calculado pelo modelo e o realmente verificado no mercado. Em consequên-

cia, foram desenvolvidas diferentes formulações na tentativa de obter uma resposta satisfatória e encontrar um modelo capaz de substituir o Black & Scholes, dentre elas destacam-se as redes neurais artificiais.

O principal objetivo deste artigo foi avaliar se a técnica de redes neurais supera o modelo clássico criado em 1973 na determinação de preço de opções, alcançando preços mais condizentes com a realidade. Para tanto, foi desenvolvida uma análise comparativa entre os resultados apresentados por ambos os modelos utilizando-se séries de opções fora do preço, no preço e dentro do preço. Em seguida, foi avaliado o impacto da volatilidade da taxa de câmbio no apreçamento de opções em razão de sua importância na economia brasileira, adotando-se para isso o mesmo critério de avaliação entre os modelos. Essa análise somente foi possível por meio da técnica das redes neurais, em decorrência das limitações apresentadas pelo Modelo de Black & Scholes.

Na comparação com os dados reunidos, desconsiderando-se o grupo de *moneyness* a que pertencem, obtiveram-se valores insatisfatórios a ponto de não se permitir nenhuma afirmativa a seu respeito. Desse modo, decidiu-se alocar os dados em três diferentes tipos de séries, conforme o grau de *moneyness*, e realizar o treinamento da rede de forma separada por grupo, o que melhorou substancialmente o desempenho da rede neural artificial. Notou-se, assim, que o comportamento dos preços das opções se distingue de acordo com o grupo a que pertencem.

A partir dos resultados encontrados, foi constatado que o modelo baseado em redes neurais sobrepuja o Modelo Black & Scholes no apreçamento de opções fora do preço, no preço e dentro do preço, no período analisado. Dentre esses grupos, o modelo desenvolvido obteve melhor desempenho quando aplicado a séries de opções no preço e dentro do preço, se comparado ao modelo precursor. No entanto, os valores que mais se aproximaram da realidade, alcançando o menor erro médio, foram os das opções dentro do preço, pelo cálculo do EQM, para ambos os modelos estudados. Esse equilíbrio entre as séries de opções no preço e dentro do preço pode também ser observado nos resultados obtidos no cálculo dos respectivos erros absolutos médios, erros quadráticos médios e das raízes quadradas dos erros quadráticos médios.

Da análise comparativa entre os valores encontrados pela RNA e pela RNA_U\$\$, notou-se que a taxa de câmbio, quando inserida na técnica de redes neurais, influenciou positivamente no apreçamento de opções fora do preço, no preço e dentro do preço, sendo de forma mais expressiva no primeiro grupo, o qual alcançou mais vezes o mínimo nos erros verificados e mais se

aproximou da realidade. No entanto, nos meses em que a taxa de câmbio não demonstrou melhora quando comparada à RNA, percebe-se uma diferença ínfima entre os resultados obtidos pelos diversos indicadores de erro analisados, o que permite afirmar que a taxa de câmbio é uma variável que deve ser levada em consideração no cálculo do apreamento de opções, já que sua inclusão, nesse caso, resultou em preços próximos àqueles reais ocorridos no mercado.

Isso ocorreu, dentre outros fatores, pelo fato de que o preço do ativo-objeto é sensível às variações cambiais para empresas com negociação de suas ações nos mercados nacional e internacional. Como se sabe, a empresa analisada, Telemar Participações S. A. possui registro de negociação no Brasil e no exterior. Dessa forma, com o objetivo de alcançar um novo preço de equilíbrio em razão de alterações na taxa de câmbio, os preços de suas ações tendem a convergir, eliminando a temporária arbitragem entre os mercados.

Conclui-se assim que, no período analisado, a técnica da rede neural superou o Modelo de Black & Scholes no apreamento de todos os grupos de opções estudados, posto ter apresentado resultados mais condizentes com a realidade. E mais, quando se adicionou a variável câmbio no modelo de rede neural desenvolvido, obteve-se resposta ainda mais favorável nos preços teóricos das séries de opções fora do preço, no preço e dentro do preço.

Acrescenta-se, por fim, que, considerando a possibilidade de eventuais erros residuais, a diferença obtida entre o preço real e aquele encontrado por meio da rede neural nada mais é do que a volatilidade implícita do mercado. Logo, a taxa de câmbio, quando acrescentada a esse modelo, pode ser interpretada como parte de sua volatilidade implícita.

Referências

ADLER, A. S. et al. Árvores binomiais implícitas: aplicação para as opções de Telebrás no exercício de abril de 1999. In: ENANPAD, 23., 1999, Foz do Iguaçu. *Anais...* Foz do Iguaçu, 1999.

ARAGÓN DE PLANAS, C. A. *Análise comparativa de modelos de apreamento de opções no mercado brasileiro*. 2006. 121 p. Dissertação (Mestrado)—Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

ATUALMENTE: BOVESPA é o maior centro da América Latina. BOVESPA. Quem somos – histórico. Disponível em: <<http://www.bovespa.com.br/Principal.asp>>. Acesso em: 4 maio 2006.

- *O impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes*, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher

BACEN. Taxas de câmbio. Disponível em: <<http://www5.bcb.gov.br/pec/taxas/port/ptaxnpsq.asp?id=txcotacao>>. Acesso em: 1º jun. 2006.

BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, v. 81, p. 637-59, May/June 1973.

BOCANEGRA, C. W. R. *Procedimentos para tornar mais efetivo o uso das redes neurais artificiais em planejamento de transportes*. 2002. 108 p. Dissertação (Mestrado)–Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

BOVESPA. Mercado, produtos e serviços – cotações históricas. Disponível em: <<http://www.bovespa.com.br/Principal.asp>>. Acesso em: jun. 2006.

BRAGA, A.; LUDERMIR, T.; CARVALHO, A. *Redes neurais artificiais: teorias e aplicações*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000.

BURGESS, A. N.; REFENES, N. Modeling non-linear moving average processes using neural networks with error feedback: an application to implied volatility forecasting. *Signal Processing*, v. 74, p. 89-99, 1999.

CARVALHO JÚNIOR, J. G. de. *Algoritmos de poda em redes neurais – um estudo aplicado à concentração de ozônio*. 1999. Dissertação (Mestrado)–Universidade Federal Fluminense, Niterói, 1999.

CETIP. Tudo sobre DI. Disponível em: <<http://www.cetip.com.br>>. Acesso em: jun. 2006.

COX, J.; ROSS, S.; RUBINSTEIN, M. Option pricing: a simplified approach. *Journal of Financial Economics*, n. 7, p. 229-263, Sept. 1979.

CRUSIUS, Y. Flutuação da taxa de câmbio, intervenções do Banco Central e influência nas exportações. *Revista de Conjuntura*, abr./jun. 2003. Disponível em: <<http://www.yedacrusius.com.br/artigos/imagens/YedaCrusius.pdf>>. Acesso em: 13 mar. 2006.

CYBENKO, G. Continuous valued neural networks with two hidden layers are sufficient. *Technical Report*, Department of Computer Science, Tufts University, 1988.

DAMODARAN, A. *Corporate finance: theory and practice*. New York: John Wiley & Sons, 1997.

FERREIRA, L. da R. *Taxa de câmbio social no Brasil: Mercosul e a abertura comercial*. Rio de Janeiro: Letra Capital, 2004.

FREIMAN, J. P. *Utilização das redes neurais artificiais na previsão de indicadores financeiros para avaliação econômica de negócios em situação de risco*. 2004. 96 p. Dissertação (Mestrado)–Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2004.

FREITAS, S. O. *Utilização de modelo baseado em redes neurais para a precificação de opções*. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2002.

GARCIA, R.; GENÇAY, R. Pricing and hedging derivative securities with neural networks and homogeneity hint. *Journal of Econometrics*, v. 94, p. 93-115, 2000.

- GESKE, R. The "Valuation of compound options". *Journal of Financial Economics*, n. 7, p. 63-81, Sept. 1979.
- HAUSMAN, R. et al. *Financial turmoil and the choice of exchange rate regime*. Working Paper 400, Banco Interamericano de Desenvolvimento, Washington, 1999. Disponível em: <<http://www.iadb.org/oce>>. Acesso em: 14 mar. 2006.
- HAYKIN, S. *Redes neurais, princípios e prática*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- HULL, J. *Opções, futuros e outros derivativos*. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1998.
- HULL, J. C.; WHITE, A. The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *Journal of Finance*, v. 42, p. 281-300, June 1987.
- HUTCHINSON, J. N.; LO, A. W.; POGGIO, T. A nonparametric approach to pricing and hedging derivative securities via learning networks. *Journal of Finance*, v. 49, n. 3, p. 851-889, July 1994.
- LACERDA, A. C. de. Política cambial. Comentário econômico. *Wirtschaftskommentar*, set. 2003. Disponível em: <http://www.ahk.org.br/extranet/revista/upload_comentario/comen_econ_setembro03_port.pdf>. Acesso em: 13 mar. 2006.
- LAJBCYGIER, P. et al. Neural network pricing of all ordinaries SPI options on futures. In: REFENES, N. et al. *Neural networks in financial engineering*. Proceedings of 3rd International Conference on Neural Networks in the Capital Markets (oct. 1995). London: World Scientific, 1996. p. 64-77.
- MALLIARIS, M.; SALCHENBERGER, L. Using neural networks to forecast the S&P 100 implied volatility. *Neurocomputing*, v. 10, p. 183-195, 1996.
- MERTON, R. C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of Financial Economics*, n. 3, p. 125-144, Mar. 1976.
- OLIVEIRA, R. L. de. *Redes neurais na previsão de séries temporais*. 1999. Dissertação (Mestrado)–Universidade Federal Fluminense, Niterói, 1999.
- ORMONEIT, D. A regularization approach to continuous learning with an application to financial derivatives pricing. *Neural Networks*, v. 12, p. 1405-1412, 1999.
- PINHEIRO, M. A.; TELES, J. L.; TEIXEIRA, V. L. *Volatilidade: importância e utilidade no mercado financeiro*. Rio de Janeiro: Corecon, 1996. (VII Prêmio de Monografia).
- QI, M.; MADDALA, G. S. Option pricing using artificial neural networks: the case of S&P 500 index call options. In: REFENES, N. et al. *Neural Networks in Financial Engineering*. Proceedings of 3rd International Conference on Neural Networks in the Capital Markets (oct. 1995). London: World Scientific, 1996. p. 64-77.
- RUBINSTEIN, M. Implied binomial trees. *Journal of Finance*, v. 49, n. 3, p. 771-818, July 1994.
- RUMELHART, D. E. et al. Learning representations by back-propagation errors. *Nature*, n. 323, p. 533-536, 1986.
- SCOTT, L. O. Option pricing when the variance changes randomly: theory, estimation, and an application. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 22, p. 419-438, Dec. 1987.

- *O impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções no Brasil – uma análise comparativa entre um modelo de rede neural e o Modelo de Black & Scholes*, Carlos Alberto Aragón de Planas, Léo da Rocha Ferreira, Gerson Lachtermacher

SILVA, L. M. *Mercado de opções: conceitos e estratégias*. Rio de Janeiro: Halip, 1996.

SMITH, K. A.; GUPTA, J. N. D. Neural networks in business: techniques and applications for the operations researcher. *Computers & Operations Research*, v. 27, n. 11/12, p. 1023-1044, Sept. 2000.

SMITH, M. *Neural networks for statistical modeling*. New York: Van Nostrand Reinhold, 1993.

TAFNER, M. A.; XEREZ, M; FILHO, I. R. *Redes neurais artificiais: introdução e princípios de neurocomputação*. Blumenau: EKO, 1995.

VARGAS, J. V.; PISCIOTTO, M. M. Utilização de árvores trinomiais no cálculo de opções. *Resenha Bolsa de Mercadorias & Futuros*, n. 134, p. 39-73, 1999.

VITIELLO JÚNIOR, L. R. S. Opções de compra: o ajustamento de dois modelos de precificação ao mercado brasileiro. In: ENANPAD, 22., 1998, Foz do Iguaçu. *Anais...* Foz do Iguaçu, 1998.

WASSERMAN, P. D. *Neural computing: theory and practice*. New York: Van Nostrand Reinhold, 1989.

WELSTEAD, S. T. *Neural network and fuzzy logic applications in C/C++*. New York: John Wiley & Sons, 1994.

WIGGINS, J. B. Option values under stochastic volatility: theory and empirical estimates. *Journal of Financial Economics*, v. 19, p. 351-372, 1987.

YAO, J.; LI, Y.; TAN, C. Option price forecasting using neural networks. *Omega: The International Journal of Management Science*, v. 28, n. 4, p. 455-466, 2000.