• RAM, REV. ADM. MACKENZIE, *15*(2) • SÃO PAULO, SP • MAR.-ABR. 2014 • ISSN 1518-6776 (impresso) • ISSN 1678-6971 (*on-line*) •
Submissão: 27 set. 2012. **Aceitação:** 2 set. 2013. **Sistema de avaliação:** às cegas dupla (*double blind review*).
UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE. Paulo Renato Soares Terra (Ed. Seção), Walter Bataglia (Ed.), p. 127-161.

SELEÇÃO DE CARTEIRAS COM MODELOS FATORIAIS HETEROCEDÁSTICOS: APLICAÇÃO PARA FUNDOS DE FUNDOS MULTIMERCADOS

JOÃO FROIS CALDEIRA
Doutor em Economia pelo Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).
Professor do Departamento de Economia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
Avenida João Pessoa, 52, sala 33B, Centro, Porto Alegre – RS – Brasil – CEP 90040-000
E-mail: *joao.caldeira@ufrgs.br*

GUILHERME VALLE MOURA
Doutor pelo Institut fur Statistik und Okonometrie da Universidade de Kiel – Alemanha.
Professor do Departamento de Economia da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).
Campus *Universitário Reitor João David Ferreira Lima, Trindade, Florianópolis – SC – Brasil – CEP 88040-900*
E-mail: *guilherme.moura@ufsc.br*

ANDRÉ ALVES PORTELA SANTOS
Doutor pelo Departamento de Estatística da Universidad Carlos III de Madrid – Espanha.
Professor do Departamento de Economia da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).
Campus *Universitário Reitor João David Ferreira Lima, Trindade, Florianópolis – SC – Brasil – CEP 88040-900*
E-mail: *andre.portela@ufsc.br*

CRISTINA TESSARI
Bacharel em Economia pelo Departamento de Economia e Relações Internacionais da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).
Campus *Universitário Reitor João David Ferreira Lima, Trindade, Florianópolis – SC – Brasil – CEP 88040-900*
E-mail: *tinatessari@gmail.com*

RESUMO

A teoria moderna do portfólio é baseada na noção de que a diversificação de uma carteira de investimento gera portfólios com uma melhor relação entre risco e retorno. Ultimamente, gestores vêm tentando ampliar a diversificação de suas carteiras por meio do investimento em cotas de diferentes fundos de investimento que, por sua vez, já contêm portfólios diversificados. Com isso, vem crescendo o interesse acadêmico e de participantes do mercado na seleção de carteiras formadas por fundos de investimento. Neste trabalho, a aplicabilidade e o desempenho fora da amostra de estratégias quantitativas de otimização para a construção de carteiras de fundos serão analisados. O desempenho dessas carteiras de fundos otimizadas será comparado ao desempenho do portfólio ingênuo igualmente ponderado, da carteira teórica do Ibovespa e do Índice de Mercado de Renda Fixa (IRF-M). Para a obtenção de portfólios ótimos, restritos para venda a descoberto, formula-se um problema de otimização de portfólios compostos por 388 fundos de investimento multimercado brasileiros ao longo de cinco anos. Para a modelagem da matriz de covariâncias dos retornos desses 388 fundos, é empregado um modelo fatorial heterocedástico parcimonioso. Tomando como base diferentes frequências de rebalanceamento dos pesos, as medidas de desempenho fora da amostra indicam que as estratégias quantitativas de otimização proporcionam resultados superiores em termos de volatilidade, desempenho ajustado ao risco, *turnover* e custos de transação ao longo do tempo. Em particular, os resultados obtidos indicam que o índice de Sharpe (IS) da carteira de média-variância e da carteira de mínima-variância foram estatisticamente diferentes (maiores) em relação ao IS do índice de referência de todas as frequências de rebalanceamento utilizadas. Com relação ao desvio padrão, os testes estatísticos mostraram que a volatilidade das carteiras de mínima-variância é estatisticamente diferente (menor) da volatilidade do índice de referência. Resultados semelhantes foram encontrados quando se comparou o desempenho das carteiras otimizadas ao Ibovespa e ao portfólio igualmente ponderado.

• RAM, REV. ADM. MACKENZIE, *15*(2), 127-161 •
SÃO PAULO, SP • MAR.-ABR. 2014 • ISSN 1518-6776 (impresso) • ISSN 1678-6971 (*on-line*)

PALAVRAS-CHAVE

Garch multivariado. Correlação condicional dinâmica. Análise de desempenho. Fundo de fundos. Otimização de carteiras.

1 INTRODUÇÃO

Parece razoável imaginar que os investidores sempre preferiram elevar sua riqueza, minimizando os riscos associados a qualquer potencial de ganho. No entanto, o estudo científico e o desenvolvimento de algoritmos de otimização de carteiras de investimento são relativamente recentes, considerando como marco inicial a publicação do artigo "Portfolio selection", de Harry Markowitz (1952), que deu origem ao que hoje é popularmente conhecido como teoria moderna do portfólio e análise média-variância.

Essa abordagem revolucionou a teoria de finanças ao mudar o foco da análise de investimentos da seleção de ativos individuais em direção à diversificação, colocando, pela primeira vez, em bases sólidas e matemáticas a relação entre risco e retorno. No entanto, apesar de sua grande influência teórica, quase seis décadas após a publicação do artigo seminal de Markowitz (1952), ainda existe certa relutância entre gestores de recursos em adotar a estratégia quantitativa de otimização baseada no *trade-off* risco-retorno. Uma das razões é que a implementação, na prática, dessas estratégias esbarra na dificuldade de obter estimações acuradas dos retornos esperados dos ativos e da matriz de covariâncias desses retornos. Com isso, a introdução de novos métodos para a obtenção de estimadores mais precisos para a matriz de covariância dos retornos tem sido um dos principais tópicos abordados em finanças nas últimas décadas.

Ao mesmo tempo, dada a possibilidade de ampliar a diversificação de carteiras de ativos por meio da compra de cotas de fundos de investimento e em virtude da importância e do crescimento da indústria de fundos brasileira, é importante considerar a construção de portfólios ótimos compostos por cotas de fundos de investimento como uma alternativa para a aplicação de recursos no mercado financeiro, um tema ainda pouco explorado na literatura financeira recente.

Para implementar as estratégias quantitativas de otimização em portfólios compostos por fundos de investimento, é necessário estimar médias e covariâncias amostrais dos retornos desses fundos e, em seguida, introduzir esses estimadores em uma solução analítica ou numérica para o problema de otimização do investidor. Considerando que médias e covariâncias são estimadores amostrais, pode-se esperar que o erro de estimação afete a qualidade desses estimadores, pois quanto maior for o erro de estimação contido nesse estimador, maior será o erro de estimação contido na composição ótima do portfólio e, portanto, pior será a sua *performance* (Best & Grauer, 1991). Nesse contexto, emerge a necessidade de utilizar medidas alternativas de risco, de modo a minimizar o erro de estimação e viabilizar a implementação prática das estratégias quantitativas de otimização. Este artigo tem como objetivo avaliar a aplicabilidade das estratégias quantitativas para a otimização de uma carteira composta por 388 fundos de investimento classificados na categoria "multimercados" da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais (Anbima)[I], utilizando medidas alternativas de risco e desempenho ajustado ao risco. As matrizes de variâncias e covariâncias dos retornos dos fundos são estimadas por meio da utilização de modelo Garch fatorial proposto por Santos e Moura (2012), possibilitando a modelagem parcimoniosa da matriz de covariâncias condicionais das 388 séries de retornos das cotas de fundos de investimento. As carteiras ótimas compostas por fundos de investimento multimercados brasileiros, com restrição de venda a descoberto, são avaliadas em termos de desempenho fora da amostra, considerando o retorno ajustado ao risco, o *turnover* da carteira e a estabilidade dos pesos obtidos.

Vale observar que diversos estudos anteriores avaliaram o desempenho de fundos de investimento no mercado brasileiro. Fonseca, Bressan, Iquiapaza e Guerra (2007) analisaram o desempenho dos fundos de investimento no Brasil entre maio de 2001 e maio de 2006, em termos dos índices de Sharpe e Sortino e por meio de testes estatísticos de significância, utilizando como referência a divisão entre fundos de renda fixa e fundos de renda variável. Os resultados indicaram que as duas categorias de fundos não apresentaram diferença estatística significativa em termos do retorno médio no período. Ceretta e Costa (2001) investigaram o desempenho de fundos de investimento em ações mediante a análise por envoltório de dados. Os resultados obtidos identificaram sete fundos dominantes, os quais foram confrontados com os sete fundos menos eficientes, evidenciando suas diferenças em termos de atributos e ponderações, além da comparação em relação ao índice de Sharpe. Finalmente, Varga (2001) testou diversas medidas estatísticas de avaliação de *performance* aos dez maiores fundos de ações oferecidos no mercado brasileiro, visando enfatizar as dificuldades da aplicação dos principais indicadores de *performance* a fundos brasileiros.

I A Anbima representa as instituições do mercado de capitais brasileiro, possuindo mais de 340 associados, entre bancos comerciais, bancos múltiplos e bancos de investimento, empresas de gestão de ativos, corretoras, distribuidoras de valores mobiliários e gestores de patrimônio. Além da atividade de representação, a Anbima atua como entidade autorreguladora voluntária, por meio de 10 Códigos de Regulação e Melhores Práticas, e é também a principal entidade certificadora dos profissionais dos mercados financeiros e de capitais do Brasil.

O artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2, apresenta-se a estrutura da indústria de fundos de investimento no Brasil; na seção 3, abordam-se os métodos de otimização de carteiras de fundos de investimento com base no modelo fatorial proposto por Santos e Moura (2012); na seção 4, discutem-se os resultados da aplicação empírica envolvendo uma amostra de 388 fundos de investimento brasileiros; e, finalmente, na seção 5, há a síntese conclusiva do artigo.

2 A INDÚSTRIA DE FUNDOS DE INVESTIMENTO NO BRASIL

A abertura da economia brasileira nos anos 1990 e a estabilidade monetária alcançada após o Plano Real foram as grandes propulsoras da indústria de fundos de investimento nessas duas últimas décadas, pois propiciaram novas perspectivas de investimento para os brasileiros. A indústria de fundos vem apresentando um crescimento expressivo tanto no que diz respeito ao valor do patrimônio líquido administrado quanto em relação à quantidade de fundos oferecidos no mercado, representando hoje um instrumento de poupança importante à disposição de parcela significativa da população. Essa forma de aplicação financeira permite que o investidor (pessoa física ou jurídica) aplique seus recursos em uma carteira de ativos financeiros constituída sob a forma de um condomínio fechado com a comunhão de recursos de diversos investidores e que será administrada por profissionais do mercado financeiro. Nesse caso, cada investidor adquire certa quantidade de cotas[2], que representarão o patrimônio do fundo de investimento, com o objetivo de obter ganhos financeiros (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais, 2012).

O expressivo crescimento da indústria de fundos permitiu o desenvolvimento e a oferta cada vez maior de fundos com estratégias mais específicas, visando atender aos diversos perfis de risco e retorno dos investidores. Nas últimas duas décadas, o montante de recursos administrados pelos fundos de investimento no Brasil passou de menos de R$ 100 bilhões no início dos anos 1990 para aproximadamente R$ 1,88 trilhão em abril de 2012, conforme dados da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais (2012), enquanto

2 Uma cota é uma fração de um fundo. O patrimônio de um fundo de investimento é a soma de cotas que foram compradas pelos diferentes investidores. O valor da cota é resultante da divisão do patrimônio líquido do fundo pelo número de cotas existentes. Quando o investidor aplica seu dinheiro no fundo, está comprando uma determinada quantidade de cotas, cujo valor é diariamente apurado. As instituições informam o valor das cotas dos fundos nos principais jornais ou na internet (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais, 2012).

o número de fundos passou de aproximadamente 289 para algo em torno de 11.824 nos dias atuais. Nesse contexto, é cada vez maior a necessidade por parte dos potenciais investidores de informações detalhadas a respeito dos fundos e de suas estratégias de seleção de carteiras, para que possam alocar seus recursos de maneira mais eficiente.

Segundo Rouwenhorst (2004), a fundação do *Foreign and Colonial Government Trust*, em 1868, marca o início dos fundos mútuos em países anglo-saxões. Esse fundo tinha como objetivo investir em títulos de governos estrangeiros e coloniais, visando prover aos pequenos investidores as mesmas vantagens dos grandes capitalistas, diversificando seus investimentos em torno de um amplo número de diferentes ações. Contudo, nessa época, os fundos de investimento provavelmente já existiam na Holanda havia mais de um século.

De acordo com Alves (2003), no Brasil, diferentemente dos Estados Unidos, o surgimento dos fundos de investimento foi fruto direto da política econômica, tendo seu desenvolvimento inicial sido associado à iniciativa regulatória. O primeiro fundo de investimento fechado, Valéria Primeira, do grupo Deltec, iniciou suas operações em 1952. Já o primeiro fundo aberto, o Fundo Brasil, entrou em atividade pouco depois, em 1954, e, em 1957, foi estabelecido o fundo Crescinco, que tinha como objetivo financiar projetos para o crescimento do país no governo de Juscelino Kubitschek.

O mercado financeiro brasileiro, até então muito incipiente, recebeu um grande impulso e começou a mudar em 1964, com a Lei da Reforma Bancária, por meio da qual se criaram instituições como o Conselho Monetário Nacional (CMN) e o Banco Central. Nos anos 1970, surgiram novas regras para estruturar o mercado financeiro nacional, destacando-se a legislação sobre fundos mútuos de investimento. Tanto a reforma de 1964 quanto as inúmeras resoluções e decretos que se seguiram visavam à constituição de um sistema financeiro capaz de ampliar a oferta privada de recursos financeiros em longo prazo, apoiado em operações de crédito e no mercado de capitais, cujo propósito era construir mecanismos alternativos de financiamento de longo prazo que não fossem de origem estatal, substituindo o financiamento pela via dos déficits orçamentários e da expansão monetária (Alves, 2003).

Os primeiros fundos de investimento multimercados surgem no Brasil a partir da metade da década de 1990 e desde então vêm apresentando um crescimento significativo. Segundo dados da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais (2012), em abril de 2012, o volume administrado por esses fundos era de aproximadamente R$ 428 bilhões, o que representa 20,46% do total da indústria brasileira, composta por 11.824 fundos de investimento, dos quais 5.848 (49,46%) são classificados na categoria "multimercado" da Anbima.

O crescimento da indústria de fundos aumenta as possibilidades de aplicação para investidores, mas, ao mesmo tempo, torna a decisão de investimento mais complexa, principalmente no caso de fundos multimercados. Segundo as instruções normativas da Comissão de Valores Mobiliários (2012), os fundos multimercados devem possuir políticas de investimento que envolvam vários fatores de risco, sem o compromisso de concentração em nenhum fator especial ou em fatores diferentes das demais classes de fundos, podendo utilizar derivativos tanto para alavancagem quanto para proteção da carteira, de modo a gerar possibilidades de perda superior ao patrimônio do fundo. Dessa forma, os fundos multimercados são os que possuem maior liberdade de gestão, mas também apresentam maior risco, na medida em que seguem diversas estratégias de aplicação de recursos e não existe nenhum *benchmark* amplamente aceito ao qual possam ser comparados.

Com o objetivo de estabelecer princípios e normas que fossem além dos exigidos pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM), a Anbid[3] criou, em 2000, o Código de Autorregulação dos Fundos de Investimento[4], com o objetivo de estabelecer parâmetros pelos quais as atividades das instituições participantes devem se orientar, relacionadas à constituição e ao funcionamento dos fundos de investimento. Entre outras exigências, o código define que os fundos devem obrigatoriamente possuir, além da classificação CVM, a classificação Anbima, que apresenta um número maior de categorias e leva em consideração não somente a política de investimentos do fundo, mas também os fatores de risco, visando diminuir a classificação de fundos com políticas distintas dentro de uma mesma classe.

3 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS E ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS

Esta seção buscará descrever brevemente dois modelos alternativos que serão utilizados nos procedimentos de otimização de carteiras de investimento compostas por fundos multimercados brasileiros, bem como o portfólio ingênuo,

[3] Por decisão soberana de seus associados, em assembleia realizada em 21 de outubro de 2009, a Anbid integrou suas atividades às da Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro (Andima), passando ambas a constituir a Anbima.

[4] Mais informações em http://portal.anbima.com.br/fundos-de-investimento/regulacao/codigo-de-fundos-de-investimento/Documents/Codigo%20de%20Fundos%20de%20Investimento.pdf. Recuperado em 20 setembro, 2012.

• RAM, REV. ADM. MACKENZIE, *15*(2), 127-161 •
SÃO PAULO, SP • MAR.-ABR. 2014 • ISSN 1518-6776 (impresso) • ISSN 1678-6971 (*on-line*)

que será usado como *benchmark*. Inicialmente, será apresentada a abordagem tradicional de Markowitz (1952), por meio do modelo de otimização com base na relação média-variância, buscando uma alocação ótima ao longo da fronteira eficiente que minimize o risco da carteira para um dado nível de retorno esperado. A seguir, será apresentado o modelo de otimização por mínima-variância, que pode ser considerado um caso particular do modelo de média-variância, no qual a carteira ótima resultante é a de menor volatilidade dentre todas as carteiras eficientes. Finalmente, essas duas estratégias serão confrontadas com uma estratégia ingênua, na qual a carteira é formada por meio da atribuição de pesos iguais a todos os ativos.

3.1 PORTFÓLIO DE MÉDIA-VARIÂNCIA

A otimização por média-variância de Markowitz (1952) é a abordagem mais tradicional para a construção de portfólios ótimos. A suposição básica desse modelo é a de que as preferências de um investidor podem ser representadas por uma função utilidade que relaciona o retorno esperado e a variância da carteira. Dessa forma, os investidores deveriam escolher o portfólio com a menor variância entre um infinito número de portfólios que proporcionassem um determinado retorno ou, de forma equivalente, para um determinado nível de aversão ao risco, deveriam escolher o portfólio que maximizasse o retorno esperado.

Para incorporar o *trade-off* ótimo entre retorno esperado e risco, considere o problema enfrentado por um investidor que deseja alocar sua riqueza entre N fundos de investimento multimercados, procurando saber que peso w_i deve dar a cada fundo i de maneira a atingir o menor nível de risco para um dado nível de retorno esperado, conforme desenvolvido em Brandt (2010). A escolha do investidor está representada em um vetor $N \times 1$ de pesos, $\mathrm{w} = w_1,..., w_N)'$, em que cada peso w_i representa o percentual do i-ésimo fundo mantido na carteira. Supomos que o portfólio é totalmente investido, isto é, $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$, e que não é permitida a venda a descoberto, de modo que $w_i \geq 0$.

Considerando os N fundos de investimento multimercados com vetor de retorno aleatório R_{t+1}, o retorno da carteira de t a $t + 1$ é dado por $R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t+1} = w' R$, em que $R_{p,t+1}$ está condicionado aos pesos conhecidos em t. Suponha $\mathrm{R}_t \sim N(\mu_t, \Sigma_t)$, com $\mu_t = \{\mu_{1,t},..., \mu_{N,t}\}$ e $\Sigma_t = \{\sigma_{ij,t}\}$, respectivamente, média e covariância. O retorno do portfólio $R_{p,t} = \mathrm{w}_t'\mathrm{R}_t$ é normal com média $\mu_{p,t} = \mathrm{w}_t'\mu_t$ e variância $\sigma^2_{p,t} = \mathrm{w}_t'\Sigma_t\mathrm{w}_t$.

Dessa forma, de acordo com Markowitz (1952), o problema do investidor é um problema de minimização restrita, no sentido de que o portfólio de média-variância é a solução do seguinte problema de otimização

$$\min_{w} w'\Sigma w - \frac{1}{\gamma} E[R_{p,t+1}] \tag{1}$$

$$\text{sujeito a } l'w = 1$$

$$w_i \geq 0 \ \forall i = 1,\ldots, N,$$

em que $w \in R^N$ é o vetor de pesos do portfólio; $E[R_{p,t+1}]$, a média amostral dos retornos do portfólio, na qual foi utilizada uma média móvel de 21 dias; $w'\Sigma w$, a variância amostral dos retornos; γ, o parâmetro que mede o nível relativo de aversão ao risco; e $w_i \geq 0$ representa a restrição de venda a descoberto. A restrição $l'w = 1$, em que $l \in R^N$ é um vetor N-dimensional de uns, garante que a soma dos pesos do portfólio é igual a um. Para diferentes valores do parâmetro de aversão ao risco, γ, obtêm-se diferentes portfólios na fronteira eficiente.

Matematicamente, o problema de média-variância descrito anteriormente é um problema de otimização quadrática. No caso restrito, envolvendo restrições de desigualdade, soluções analíticas não estão disponíveis e faz-se necessário utilizar técnicas de otimização numérica (Boyd & Vanderberghe, 2004).

3.1.1 Portfólio de mínima-variância

O portfólio de mínima-variância corresponde a um caso especial do portfólio de média-variância, com parâmetro de aversão ao risco infinito ($\gamma = \infty$) e pode assim ser calculado por meio da resolução do seguinte problema de mínima-variância:

$$\min_{w} w'\Sigma w \tag{2}$$

$$\text{sujeito a } l'w = 1$$

$$w_i \geq 0 \ \forall i = 1,\ldots, N.$$

Grande parte da literatura acadêmica recente tem se focado nos portfólios de mínima-variância, cuja estimação não leva em consideração o retorno esperado, sendo, portanto, menos sensível aos erros de estimação (Best & Grauer, 1992; Demiguel & Nogales, 2009; Chan, Karceski, & Lakonishok, 1999; Ledoit & Wolf, 2004a). Além disso, Jagannathan e Ma (2003) argumentam que, como os erros de estimação nas médias são muito maiores do que os erros de estimação nas covariâncias, os pesos do portfólio de mínima-variância devem ser mais estáveis do que os pesos do tradicional portfólio de média-variância. Dessa forma, de acordo com os autores, a introdução de uma restrição de venda a descoberto em portfólios de mínima-variância seria uma forma de induzir uma maior estabilidade dos pesos.

3.1.2 Portfólio igualmente ponderado

O portfólio igualmente ponderado ou portfólio ingênuo, $1/N$, como é amplamente conhecido, envolve manter uma carteira igualmente ponderada $w_i = 1/N$ em cada um dos fundos de investimento multimercados disponíveis para investimento, a cada data de rebalanceamento t.

Neste trabalho, a estratégia ingênua é usada como *benchmark* para monitoramento dos resultados, pois é de fácil implementação, não depende das estimativas dos momentos dos retornos dos ativos e de técnicas de otimização, além de ainda ser amplamente utilizada como uma regra simples de alocação da riqueza entre ativos, apesar do desenvolvimento de modelos mais sofisticados e do aprimoramento dos métodos de estimação dos parâmetros desses modelos. Existem ainda fortes evidências empíricas de que portfólios ingênuos igualmente ponderados apresentam desempenho superior aos obtidos por meio de processos de otimização, como média-variância e mínima-variância (Demiguel, Garlappi, & Uppal, 2009).

3.2 ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS

A construção de um portfólio ótimo restrito composto por fundos de investimento requer uma previsão da matriz de covariância dos retornos desses fundos. De forma análoga, o cálculo do risco total de um portfólio hoje requer uma matriz das covariâncias entre todos os fundos desse portfólio. Em virtude disso, a busca por estimativas confiáveis de correlação entre variáveis financeiras tem sido a motivação de inúmeros artigos acadêmicos e tema recorrente entre participantes do mercado financeiro.

A volatilidade e a correlação dos retornos dos ativos financeiros não são diretamente observáveis e devem ser calculadas a partir de dados amostrais. A alocação ótima de portfólio requer a resolução de um problema de otimização quadrática de média-variância de Markowitz (1952), que é baseado em duas entradas: o retorno esperado para cada ativo (fundo), que representa a habilidade do gestor do portfólio em prever movimentos futuros dos preços, e a matriz de covariância dos retornos dos ativos (fundos), que representa o controle do risco.

A matriz de covariância amostral utilizada por Markowitz (1952) em seu artigo seminal utiliza retornos históricos com igual ponderação e supõe que os retornos em t e $t-1$ não devem apresentar nenhum grau de correlação, com média e desvio padrão constantes, ou seja, supõem-se retornos independentes e identicamente distribuídos (IID), assumindo, assim, que a matriz de covariância é constante ao longo do tempo. Entretanto, é amplamente conhecido na literatura que a hipótese de retornos IID não se verifica na prática (Campbell, Lo, & McKinlay, 1997). Em virtude disso, nos últimos anos, diferentes métodos paramétricos e não paramétricos têm sido propostos para estimar uma matriz de covariância N-dimensional, relaxando algumas restrições presentes na formulação inicial de Markowitz (1952). Dessa forma, nesta seção, introduzir-se-á um modelo Garch fatorial proposto recentemente por Santos e Moura (2012), para estimar de modo parcimonioso a matriz de variâncias e covariâncias das 388 séries de retornos de fundos. Essa estimativa será então utilizada no processo de otimização de portfólios compostos por fundos de investimento multimercados brasileiros.

3.2.1 Modelagem univariada da volatilidade dos ativos

Com o aumento da importância do risco e da incerteza na teoria econômica moderna, antecipar o comportamento futuro da volatilidade tem sido um dos principais tópicos estudados em finanças nas últimas três décadas, apresentando aplicações em diversas áreas, em especial na alocação de ativos em carteiras de investimento. No entanto, não há consenso entre acadêmicos e profissionais do mercado financeiro sobre a melhor forma de calcular a volatilidade, medida em termos de desvio padrão dos retornos dos ativos. Alternativas como o desvio padrão, a média móvel simples e o *Exponentially Weighted Moving Averages* (Ewma), popularizado pela abordagem RiskMetrics[5], são as mais utilizadas na prática, por serem mais fáceis de implementar. Tais modelos supõem que as séries de dados seguem uma distribuição normal e que a volatilidade não varia ao longo do tempo. No entanto, existe um consenso, na literatura financeira, de que retornos de ativos financeiros apresentam certos fatos estilizados, como agrupamentos de volatilidade, distribuições de probabilidade com caudas "pesadas", além de elevada curtose e assimetria, o que criou a necessidade de desenvolver novos modelos que superassem essas simplificações e incorporassem tais características (Campbell *et al.*, 1997).

O primeiro modelo a apresentar uma estrutura sistemática para a modelagem da volatilidade foi o modelo Arch de Engle (1982) que capturava a heterocedasticidade condicional ao admitir que a série temporal da inflação inglesa é gerada por um processo estocástico com volatilidade variável no tempo. A ideia

[5] RiskMetrics é um modelo de estimação da variância desenvolvido pelo Banco J. P. Morgan, tornado público em outubro de 1994.

básica por trás dos modelos Arch é a de que o termo do erro do retorno de um ativo, ε_t, é dependente, mas não correlacionado serialmente, e sua dependência pode ser descrita como uma simples função quadrática de seus valores defasados, isto é, a variância futura pode ser prevista utilizando uma média ponderada dos resíduos quadráticos passados. Especificamente, conforme Tsay (2010), um Arch (p) assume que:

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t u_t}, \tag{3}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon^2_{t-1} + \ldots + \alpha_p \varepsilon^2_{t-p} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon^2_{t-i} \tag{4}$$

em que $\{u_t\}$ é uma sequência de variáveis aleatórias IID com média zero e variância um. Para garantir a positividade da variância condicional, é necessário que $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0$ para $i = 1,\ldots, p$. Pela estrutura do modelo, observamos que elevados resíduos quadráticos passados implicam uma maior variância condicional, h_t, para o choque ε_t. Consequentemente, ε_t tende a assumir um valor maior (em módulo), fazendo com que grandes choques tendam a ser seguidos por outro grande choque.

Bollerslev (1986), por sua vez, propôs uma extensão do modelo Arch ao incorporar a própria variância condicional passada no modelo, desenvolvendo o que ficou conhecido como Arch generalizado ou Garch. Especificamente, um modelo Garch (p, q) é dado por:

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t u_t}, \tag{5}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon^2_{t-1} + \ldots + \alpha_p \varepsilon^2_{t-p} + \beta_1 h_{t-1} + \ldots + \beta_q h_{t-q} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon^2_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j}, \tag{6}$$

em que, novamente, $\{u_t\}$ é uma sequência de variáveis aleatórias IID, com média zero e variância um. A condição suficiente para que a variância condicional seja positiva, com probabilidade um, é que $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, para $i = 1,\ldots, p$, $\beta_j \geq 0$, para $j = 1,\ldots, q$ e $\sum_{i=1}^{\max\{p,q\}} (\alpha_1 + \beta_j) < 1$. A última restrição em $\alpha_1 + \beta_j$ é suficiente para garantir a estacionariedade da variância condicional.

Desde sua introdução, o modelo Garch tem sido generalizado e estendido em várias direções, visando aumentar sua flexibilidade em relação ao modelo original. De acordo com Tsay (2010), apesar das inúmeras vantagens, o modelo Garch original assume que a resposta da variância a um choque qualquer é independente do sinal do choque, sendo apenas uma função de seu tamanho, isto é, assume-se que choques positivos e choques negativos têm o mesmo efeito sobre a volatilidade, porque esta depende dos quadrados dos choques passados.

• RAM, REV. ADM. MACKENZIE, *15*(2), 127-161 •
SÃO PAULO, SP • MAR.-ABR. 2014 • ISSN 1518-6776 (impresso) • ISSN 1678-6971 (*on-line*)

Black (1976) observou a existência de um "efeito alavancagem" (*leverage*) ou "efeito assimétrico", referindo-se ao fato de que mudanças nos preços das ações tendem a ser negativamente correlacionadas com variações na volatilidade, isto é, períodos de queda nos preços são frequentemente seguidos por períodos de grande volatilidade, enquanto, em períodos de alta dos preços, a volatilidade não é tão intensa. Dessa forma, apesar de o Garch capturar certas características das séries financeiras, como os agrupamentos de volatilidade, esse modelo não conseguia resolver o problema da assimetria da sua distribuição, fazendo com que surgissem inúmeras extensões do modelo Garch, com o objetivo de acomodar essa assimetria na resposta.

Neste trabalho, adotaremos o modelo desenvolvido por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) que, em um estudo para o mercado norte-americano, demonstraram que a influência exercida por eventos negativos sobre a volatilidade é superior à dos eventos positivos. Esse modelo ficou conhecido como GJR-Garch e pode ser representado pela especificação a seguir:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \{\alpha_i + \delta_i I(\varepsilon_{t-i} < 0)\}\, \varepsilon^2_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j}, \qquad (7)$$

em que α_i, δ_i e β_j são parâmetros não negativos que satisfazem as mesmas condições do modelo Garch descrito em (6). O termo $I(\varepsilon_{t-i} < 0)$ é uma função indicadora que assume o valor um quando o argumento é verdadeiro, e zero, caso contrário. O zero foi utilizado como limiar para separar os impactos dos choques passados. Pela Equação (7), vemos que um ε_{t-i} positivo contribui $\alpha_i \varepsilon^2_{t-1}$ para h_t, enquanto um ε_{t-i} negativo tem um impacto $(\alpha_i + \delta_i)\varepsilon^2_{t-i}$, que é maior do que o impacto anterior, visto que o parâmetro de alavancagem, δ_i, é positivo.

3.2.2 Modelagem multivariada da volatilidade com base no modelo fatorial de Santos e Moura (2012)

Assumimos que cada um dos N retornos dos fundos individuais, $y_{i,t}$, em T períodos de tempo, é gerado por $K \leq N$ fatores

$$y_{i,t} = \beta_{i,t} f_t + \varepsilon_{i,t}, \quad t = 1, \ldots, T, \qquad (8)$$

em que f_t é um vetor de inovações fatoriais comuns com média zero; $\varepsilon_{i,t} \sim N(0, h_{i,t})$, o i-ésimo termo do erro; e $\beta_{i,t}$, a i-ésima linha de uma matriz $N \times K$ de pesos dos fatores. Assume-se, por hipótese, que os fatores são: 1. condicionalmente ortogonais aos termos do erro, $E[f_{i,t}\varepsilon_{j,t} \mid \Im_{t-1}] = 0$, $\forall i \in \{1, \ldots, k\}$, $\forall j \in \{1, \ldots, N\}$, e 2. não mutualmente condicionalmente ortogonais, isto é, $E[f_{i,t} f_{j,t} \mid \Im_{t-1}] \neq 0 \ \forall i \neq j$, em que $\mathfrak{I}_{t-1}$ denota o conjunto de informações disponíveis até o tempo $t-1$. Além disso, assume-se também que os termos do erro são condicionalmente ortogonais, com variâncias condicionais variantes no tempo, isto é, $E[\varepsilon_{i,t}\,\varepsilon_{j,t} \mid \mathfrak{I}_{t-1}] = 0\ \forall i \neq j$, e $E[\varepsilon_{i,t}\,\varepsilon_{j,t} \mid \mathfrak{I}_{t-1}] = h_{i,t}\ \forall i = j$.

Apesar de existirem amplas evidências na literatura financeira de que pesos dos fatores variantes no tempo levam a aperfeiçoamentos em termos de erros de preços e precisão das previsões (Jostova & Philipov, 2005; Ang & Chen, 2007; Adrian & Franzoni, 2009), por simplificação, neste trabalho opta-se por utilizar um modelo de fatores em que os pesos são mantidos fixos ao longo do tempo.

Assumindo que os retornos dos K fatores são condicionalmente normais multivariados, com valor esperado zero, para construir a matriz de covariância condicional dos retornos dos fundos, é considerada uma especificação em que os pesos dos fatores são mantidos fixos ao longo do tempo. Dessa forma, a matriz de covariância condicional dos retornos dos fundos, H_t, dada pelo modelo fatorial em (8) é dada por

$$H_t = \beta\Omega_t\beta' + \Xi_t, \tag{9}$$

em que Ω_t é uma matriz positiva definida de covariância condicional dos fatores; β, o estimador de mínimos quadrados do modelo de regressão (8); e Ξ_t, uma matriz diagonal de covariância dos resíduos do modelo de fatores (8), isto é, $\Xi_t = diag\,(h_{1,t},\ldots, h_{N,t})$, em que *diag* é o operador que transforma o vetor $N \times 1$ em uma matriz diagonal $N \times N$, e $h_{i,t}$, a variância condicional dos resíduos do modelo de fatores do i-ésimo fundo. A matriz H_t é positiva definida, na medida em que os dois termos no lado direito da Equação (9) são positivos, por definição.

Para modelar a matriz de covariância condicional dos fatores, Ω_t, é utilizado o modelo de correlação condicional dinâmica (DCC) proposto por Engle (2002), dado pela Equação (10) a seguir. A matriz Ω_t é obtida por meio do ajuste do modelo DCC às séries temporais de retornos dos fatores, assumindo inovações gaussianas e com os parâmetros sendo estimados pelo método de máxima verossimilhança composta (MVC) proposto por Engle, Shephard e Sheppard (2008). Especificamente, tem-se:

$$\Omega_t = D_t R_t D_t, \tag{10}$$

em que $D_t = diag\,(h_{1,t}^{1/2},\ldots, h_{fk,t}^{1/2})$, $h_{fk,t}^{1/2}$ é o desvio padrão condicional do k-ésimo fator, e R_t, uma matriz simétrica positiva definida de correlações condicionais variantes no tempo, composta por elementos $\rho_{ij,t}$, em que $\rho_{ii,t} = 1$, $i, j = 1,\ldots, K$. No modelo DCC, a correlação condicional $\rho_{ij,t}$ é dada por

$$\rho_{ij,t} = \frac{q_{ij,t}}{(q_{ii,t}\, q_{jj,t})^{1/2}} \tag{11}$$

em que $q_{ij,t}$, $i, j = 1,\dots, K$, são oriundos de uma matriz Q_t, com dimensão $K \times K$, a qual assume a seguir uma dinâmica autorregressiva do tipo Garch, dada por:

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta)\overline{Q} + \alpha z_{t-1} z'_{t-1} + \beta\, Q_{t-1}, \tag{12}$$

em que $z_{ft} = (z_{f1t},\dots, z_{fkt})$, com os elementos $z_{fit} = \frac{f_{it}}{\sqrt{h_{f_{it}}}}$ sendo os retornos dos fatores padronizados, $\overline{Q}$ é a matriz de covariância condicional $K \times K$ de z_t, e α e β são parâmetros escalares que satisfazem a condição $\alpha + \beta < 1$. Esta última condição torna esse modelo um modelo de reversão à média, na medida em que assume que todas as mudanças nas covariâncias são transitórias, embora elas possam durar um tempo relativamente longo, se a soma de alfa e beta for próxima da unidade.

Considera-se o modelo univariado assimétrico GJR-Garch de Glosten *et al.* (1993) discutido na seção 3.2.1 como uma especificação alternativa para modelar a variância condicional dos fatores, h_{fkt}, e a variância condicional dos resíduos, h_{it}. Além disso, é empregada a formulação mais simples do modelo GJR-Garch, onde a variância condicional depende somente de uma defasagem dos retornos passados e das variâncias condicionais passadas. A estimação dos parâmetros do modelo GJR-Garch é por quase máxima verossimilhança assumindo resíduos gaussianos.

4 DADOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 DADOS

Para comparar as diferentes estratégias de alocação de portfólios com relação aos *benchmarks*, será utilizado um conjunto de dados que compreende as observações diárias do Ibovespa e de 388 fundos de investimentos multimercados brasileiros ao longo do período compreendido entre 2 de janeiro de 2006 e 31 de outubro de 2011, perfazendo um total de 1.463 observações diárias. Os retornos serão calculados como diferença dos logaritmos do valor das cotas, e a taxa livre de risco utilizada para calcular os excessos de retorno será o certificado de depósito interbancário (CDI) diário. As séries de retornos dos fundos, do Ibovespa e do CDI foram obtidas por meio da consulta e extração das cotas diárias do sistema Economática[6]. Os critério de seleção dos fundos foram os seguintes:

[6] Mais informações em http://www.economatica.com/pt/. Recuperado em 20 setembro, 2012.

- ser classificado na CVM como multimercado;
- ter data do início da série de cotas anterior a 31 de dezembro de 2005;
- deve estar ativo em 31 de outubro de 2011;
- apresentar patrimônio líquido superior a R$ 30 milhões em 31 de outubro de 2011.

Do universo de 11.377 fundos de investimentos cadastrados na Anbima em outubro de 2011, em torno de 6.185 estão classificados em categorias que permitem exposição a diversos fatores de risco e correspondem, portanto, aos fundos multimercados conforme a classificação da CVM[7]. Após a aplicação dos filtros descritos, restaram em torno de 550 fundos na base de dados da Economática. Para o cálculo da rentabilidade diária, no entanto, só foram utilizados os dados de 388 fundos devido à ausência de informação na série histórica de cotas para alguns dias úteis em diversos fundos e à retirada de quatro *outliers*.

Apesar de serem da mesma classificação CVM, os fundos selecionados podem apresentar características bastante distintas entre si. A Tabela 1 mostra alguns dados referentes às principais características dos fundos da amostra, tais como: cobrança de taxa de *performance*, tipo de fundo – exclusivo ou não –, se permite alavancagem, aplicação em títulos de crédito privado ou em ativos no exterior.

Tabela 1

CARACTERÍSTICAS DOS FUNDOS DO ESTUDO

CLASSIFICAÇÃO ANBIMA	COBRA *PERFORMANCE*	EXCLUSIVO	ALAVANCADO	CRÉDITO PRIVADO	INVESTIMENTO NO EXTERIOR
Balanceados	0	7	0	0	4
Long and Short – Direcional	4	0	4	0	3
Long and Short – Neutro	7	1	8	0	5
Multim. Estrat Específica	4	5	4	5	3
Multim. Juros e Moedas	19	41	10	12	17
Multimercados Macro	10	19	19	3	18
Multim. Multiestratégia	53	96	91	40	83

(continua)

7 Nessa base estão incluídos também os fundos classificados na Anbima como fundos de previdência com exposição a diversos fatores de risco.

Tabela 1 (Conclusão)

CARACTERÍSTICAS DOS FUNDOS DO ESTUDO

CLASSIFICAÇÃO ANBIMA	COBRA *PERFORMANCE*	EXCLUSIVO	ALAVANCADO	CRÉDITO PRIVADO	INVESTIMENTO NO EXTERIOR
Multim. Multigestor	3	43	47	19	35
Previdência Ações	0	0	0	0	1
Prev. Balan. de 15 a 30	0	16	0	1	1
Prev. Balan. acima de 30	0	11	0	1	0
Prev. Balan. até 15	0	9	0	0	0
Prev. Multimercados	0	5	0	5	0
Total	**100**	**253**	**183**	**86**	**170**
% do total do estudo	**25,45**	**64,38**	**46,56**	**21,88**	**43,26**

A tabela apresenta a estatística das principais características dos fundos do estudo, pela classificação Anbima.
Uma descrição mais detalhada de cada categoria é apresentada no "Apêndice".

Fonte: Elaborada pelos autores.

Tendo em vista os possíveis vieses na amostra, foram excluídos os fundos exclusivos[8], pela impossibilidade de aplicação de recursos por diferentes investidores, e aqueles que não estiverem ativos por todo o período estudado. Também não foram incluídos os fundos de aplicação em cotas, para que, assim, fosse evitada a análise sobre o mesmo fundo mais de uma vez. Sobre esse aspecto, uma possível preocupação que surge diz respeito ao viés de sobrevivência, o qual se refere à tendência de fundos com desempenho fraco desaparecerem. O impacto sobre estudos que envolvem rentabilidade de fundos é óbvio: se somente fundos com bom desempenho são considerados na amostra, a rentabilidade tende a ser superestimada (Elton, Gruber, & Blake, 1996). Em nosso caso, como estamos interessados na otimização de carteiras, considerar apenas fundos sobreviventes na data de corte do estudo (no caso, outubro de 2011) não é determinante para a validação da abordagem proposta, pois não estamos interessados em extrair características dos retornos, como em um modelo de apreçamento de ativos, nem mesmo interessados em analisar a captação por parte dos fundos sobreviventes.

[8] Os fundos exclusivos são restritos a apenas a um conjunto predeterminado de participantes que são definidos pela instituição administradora do fundo.

Com o objetivo de fazer previsões um passo à frente, adotam-se duas abordagens alternativas: previsão dentro da amostra e previsão fora da amostra. A primeira considera toda a informação disponível na amostra para estimar o modelo e então analisa o poder preditivo em relação às observações dentro da própria amostra. Já a segunda abordagem utiliza informações de uma parte da amostra para estimar o modelo e então realiza previsões para o restante das observações. Neste trabalho, as primeiras mil observações serão utilizadas para estimar os parâmetros de todos os modelos e para obter as previsões dentro da amostra, enquanto as últimas 463 observações serão usadas para obter previsões fora da amostra. Conforme destaca Santos (2010), essas previsões são não adaptativas, na medida em que os parâmetros estimados dentro da amostra são mantidos fixos no período fora da amostra.

Tomando como base o trabalho de Santos e Moura (2012) e Santos e Tessari (2012), a avaliação do desempenho fora da amostra de cada modelo será analisada em termos das seguintes medidas estatísticas: média do excesso de retorno em relação ao ativo livre de risco, desvio padrão, índice de Sharpe, *turnover* do portfólio e estabilidade dos pesos obtidos. Para testar a significância estatística das diferenças entre o desvio padrão e índice de Sharpe dos retornos das estratégias quantitativas *versus* o desvio padrão e índice de Sharpe do Índice de Renda Fixa do Mercado (IRF-M), conforme sugerido por Demiguel, Garlappi, Nogales e Uppal (2009), utiliza-se o *bootstrap* estacionário de Politis e Romano (1994) com B = 1.000 reamostragens e tamanho de bloco $b = 5$. Os p-valores do teste serão obtidos usando a metodologia sugerida em Ledoit & Wolf (2008, observação 3.2).

4.2 MODELO FATORIAL ADOTADO

O modelo fatorial adotado neste estudo busca capturar a exposição dos fundos de investimento multimercado aos principais fatores de risco advindos dos mercados de renda fixa, variável e cambial. Nesse sentido, o modelo fatorial inclui quatro variáveis que atuam como *proxies* dos fatores relativos ao mercado de renda fixa (IRF-M 1, IRFM 1+, IMAB 5 e IMAB 5+), um fator relativo ao mercado de renda variável (Ibovespa) e um fator relativo ao mercado cambial (PTAX)[9]

$$\begin{aligned} y_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 IRFM1_t + \beta_2 IRFM1^+_t + \beta_3 IMAB5_t + \\ \beta_4 IMAB5^+_t + \beta_5 IBOV_t + \beta_6 PTAX_t + \varepsilon_{i,t} \end{aligned} \tag{13}$$

Na Tabela 2, apresentamos a média e o desvio padrão de cada um dos seis fatores utilizados neste estudo.

9 Para mais detalhes a respeito dos índices usados como fatores de risco, ver "Apêndice".

TABELA 2

MÉDIA E DESVIO PADRÃO DOS COEFICIENTES ESTIMADOS DOS FATORES PARA OS FUNDOS DE INVESTIMENTO MULTIMERCADO

	FATORES					
	IRF-M 1	IRF-M 1+	IMA-B 5	IMA-B 5+	IBOVESPA	PTAX
Média	0,162814	-0,00857	0,107332	0,026088	-0,02625	0,041786
Desvio padrão	0,641176	0,130884	0,195496	0,042576	0,050161	0,077822

Fonte: Elaborada pelos autores.

Conforme podemos observar na Tabela 2, os fundos de investimento multimercado utilizados neste estudo apresentam maior exposição ao IRF-M1 e ao IMA-B5, cujas médias são dadas por 0,16 e 0,11, respectivamente. O IFR-M1 mede o desempenho dos títulos prefixados com prazo de até um ano, e o IMA-B5 representa as NTNs-B, títulos atrelados ao IPCA com até cinco anos para o vencimento. Em termos de desvio padrão, os fatores com a maior exposição apresentaram também a maior volatilidade.

4.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Tabela 3 apresenta os resultados das técnicas de otimização de carteiras em termos de média de excesso de retorno, desvio padrão, índice de Sharpe (IS), *turnover* das carteiras e retorno acumulado em excesso ao CDI. Para efeitos de comparação de desempenho, utilizaram-se como *benchmark* a carteira ingênua *1/N* e o IRF-M. Para facilitar a interpretação dos resultados, os retornos, o desvio padrão e o índice de Sharpe de cada estratégia reportados na Tabela 3 foram anualizados envolvendo diferentes frequências de rebalanceamento (diária, semanal e mensal).

Os resultados exibidos na Tabela 3 mostram que, em termos de retorno médio anualizado, enquanto as carteiras *1/N* e de mercado (Ibovespa) apresentaram resultados negativos no período examinado, dentre as carteiras ótimas obtidas via técnicas de otimização, a de média-variância apresentou os maiores retornos médios, seguida pela carteira de mínima-variância. Nota-se que os retornos médios diminuem quando se altera a frequência de rebalanceamento de diária para semanal e de semanal para mensal. Dessa forma, de modo geral, a carteira de média-variância obtida por meio da utilização de um modelo Garch multivariado fatorial dinâmico para a estimação da matriz de covariâncias apresentou o maior retorno médio dentre todas as carteiras, superando largamente a carteira de mínima-variância, que obteve o segundo melhor desempenho dentre as carteiras obtidas via técnicas de otimização.

Com relação ao desvio padrão das diferentes carteiras, verificamos que o nível de risco não varia substancialmente quando alteramos a frequência de rebalanceamento das carteiras, apresentando uma queda moderada nas carteiras de média-variância. Em todos os casos, a carteira de média-variância apresentou um risco mais elevado em comparação com a carteira de mínima-variância, que apresenta o menor nível de volatilidade dentre todas as carteiras, seguida pela carteira igualmente ponderada. Vale observar, entretanto, que todas as carteiras de média-variância e de mínima-variância apresentaram um nível de risco menor do que o IRF-M, usado como *benchmark*.

Quando comparamos o desempenho ajustado ao risco, dado pelo índice de Sharpe (IS), os resultados mostram que a carteira de mínima-variância apresenta, em todas as frequências de rebalanceamento alternativas utilizadas, resultados melhores do que as carteiras de média-variância. Observa-se também que o índice de Sharpe diminui à medida que a frequência de rebalanceamento torna-se menor. As carteiras ótimas de mínima-variância e de média-variância obtidas por meio do rebalanceamento diário dos pesos apresentaram o maior índice de Sharpe dentre todas as frequências alternativas utilizadas, 19,43 e 16,17, respectivamente.

TABELA 3

DESEMPENHO FORA DA AMOSTRA (RETORNO MÉDIO, DESVIO PADRÃO DOS RETORNOS, ÍNDICE DE SHARPE, *TURNOVER* DA CARTEIRA, RETORNO ACUMULADO BRUTO E RETORNO ACUMULADO EM EXCESSO AO CDI) PARA DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE OTIMIZAÇÃO UTILIZANDO UMA MATRIZ DE COVARIÂNCIA OBTIDA COM UM MODELO GARCH MULTIVARIADO FATORIAL DINÂMICO

	MÉDIA-VARIÂNCIA	MÍNIMA-VARIÂNCIA	*1/N*	IBOVESPA	IRF-M
REBALANCEAMENTO DIÁRIO					
Retorno médio (%)	25,25	0,43	-1,12	-16,30	3,71
Desvio padrão (%)	1,56	0,02	0,31	22,97	1,77
Índice de Sharpe	16,17*	19,43*	-3,65	-0,71	2,10
Turnover	0,50	0,15	0,00		

(continua)

TABELA 3 (CONCLUSÃO)

DESEMPENHO FORA DA AMOSTRA (RETORNO MÉDIO, DESVIO PADRÃO DOS RETORNOS, ÍNDICE DE SHARPE, *TURNOVER* DA CARTEIRA, RETORNO ACUMULADO BRUTO E RETORNO ACUMULADO EM EXCESSO AO CDI) PARA DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE OTIMIZAÇÃO UTILIZANDO UMA MATRIZ DE COVARIÂNCIA OBTIDA COM UM MODELO GARCH MULTIVARIADO FATORIAL DINÂMICO

	MÉDIA-VARIÂNCIA	MÍNIMA-VARIÂNCIA	*1/N*	IBOVESPA	IRF-M
Retorno acumulado bruto (%)	91,13	21,33	17,93	-14,94	28,82
Excesso de retorno acumulado (%)	58,80	0,78	-2,04	-29,36	7,01
REBALANCEAMENTO SEMANAL					
Retorno médio (%)	21,91	0,42	-1,12	-16,30	3,71
Desvio padrão (%)	1,49	0,02	0,31	22,97	1,77
Índice de Sharpe	14,66*	18,74*	-3,65	-0,71	2,10
Turnover	0,23	0,07	0,00		
Retorno acumulado bruto (%)	79,79	21,31	17,93	-14,94	28,82
Excesso de retorno acumulado (%)	49,37	0,77	-2,04	-29,36	7,01
REBALANCEAMENTO MENSAL					
Retorno médio (%)	14,22	0,37	-1,12	-16,30	3,71
Desvio padrão (%)	1,40	0,02	0,31	22,97	1,77
Índice de Sharpe	10,17*	16,00*	-3,65	-0,71	2,10
Turnover	0,09	0,02	0,00		
Retorno acumulado bruto (%)	56,18	21,21	17,93	-14,94	28,82
Excesso de retorno acumulado (%)	29,75	0,68	-2,04	-29,36	7,01

O asterisco indica que o coeficiente da estratégia é estatisticamente diferente do obtido pelo IRF-M. A coluna *1/n* indica a carteira ingênua igualmente ponderada. o retorno, desvio padrão e índice de Sharpe de cada estratégia foram anualizados.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Com o intuito de avaliar se o desempenho com relação ao risco das carteiras de média-variância e de mínima-variância, dado pelo índice de Sharpe, foi estatisticamente diferente do desempenho observado do IRF-M, aplicou-se um teste estatístico de diferenças entre os IS, considerando um nível de significância de 10%. Tal procedimento também foi aplicado para o desvio padrão dos retornos de cada ativo. Os resultados obtidos indicam que o IS das carteiras de média-variância e mínima-variância foi estatisticamente diferente (maior) que o IS do IRF-M em todas as frequências de rebalanceamento utilizadas. Com relação ao desvio padrão, os testes estatísticos mostraram que a volatilidade das carteiras de mínima-variância é estatisticamente diferente (menor) da volatilidade do IRF-M. No entanto, a volatilidade das carteiras de média-variância revelou-se estatisticamente igual à volatilidade do IRF-M.

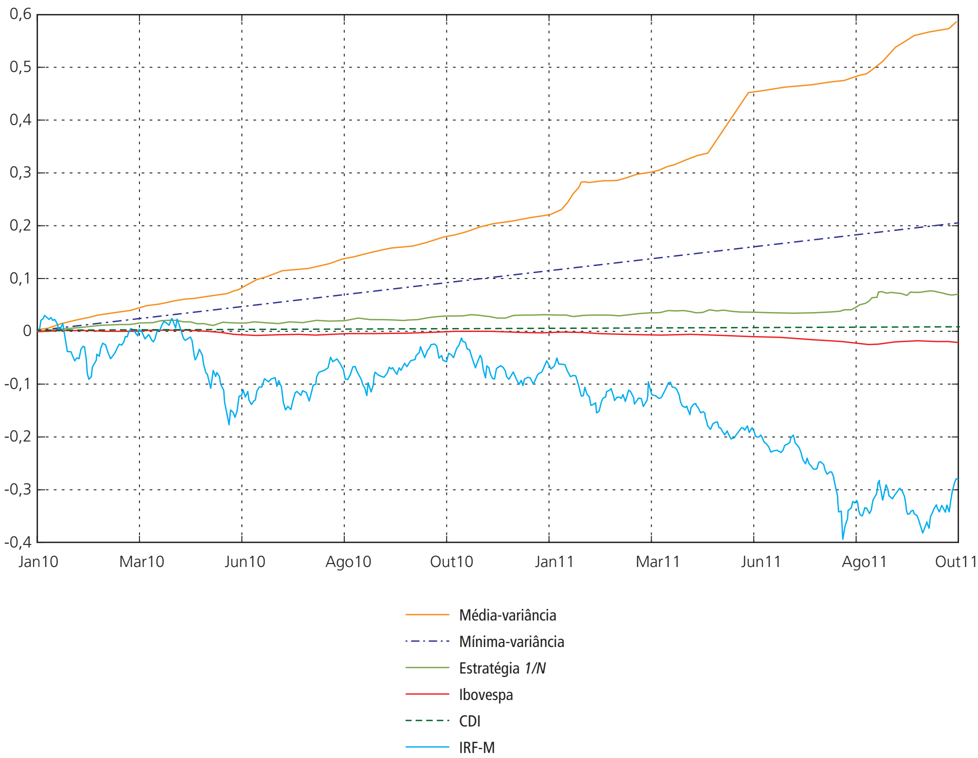
Como era esperado, observa-se uma diminuição do *turnover* à medida que a frequência de rebalanceamento se torna menor. Além disso, o menor valor observado entre todas as estratégias de alocação de carteiras foi obtido com a carteira ingênua *1/N*. Vale observar que o melhor desempenho dentre as carteiras ótimas foi alcançado pela carteira de mínima-variância.

Quando comparamos os retornos acumulados em excesso ao CDI de cada estratégia, verificamos que, para a frequência de rebalanceamento diária, a carteira de média-variância apresenta o maior retorno acumulado em relação ao ativo livre de risco (58,8%), seguida pela carteira de mínima-variância (0,78%). Resultado análogo é encontrado quando se consideram as demais frequências de rebalanceamento. Observa-se também que o excesso de retorno acumulado em relação ao CDI diminui à medida que a frequência de rebalanceamento torna-se menor. Vale observar, entretanto, que todas as carteiras ótimas obtidas por meio de técnicas quantitativas de otimização apresentaram um excesso de retorno acumulado substancialmente superior ao Ibovespa, o qual apresentou um resultado negativo no período considerado. Quando comparada com o IRF-M, usado como *benchmark*, pode-se constatar que a carteira de média-variância apresenta um desempenho superior ao IRF-M em todas as frequências de rebalanceamento utilizadas.

Para ilustrar ainda mais os resultados, os gráficos 1, 2 e 3 apresentam o desempenho fora da amostra em termos de retornos acumulados em excesso ao CDI das carteiras obtidas por meio do uso de um modelo Garch multivariado fatorial dinâmico para a estimação das matrizes de covariâncias. São consideradas as carteiras obtidas com frequência de rebalanceamento diária, semanal e mensal para o período compreendido entre janeiro de 2010 e outubro de 2011, com restrição de venda a descoberto.

Gráfico 1

RETORNOS ACUMULADOS EM EXCESSO AO CDI UTILIZANDO FREQUÊNCIA DE REBALANCEAMENTO DIÁRIA PARA OS PESOS DAS CARTEIRAS OBTIDAS POR MEIO DAS ESTRATÉGIAS DE OTIMIZAÇÃO POR MÉDIA-VARIÂNCIA E MÍNIMA-VARIÂNCIA, EMPREGANDO UM MODELO GARCH MULTIVARIADO FATORIAL PARA A ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA, E OS EXCESSOS DE RETORNO DA ESTRATÉGIA *1/N*, DO CDI, DO IBOVESPA E DO IRF-M PARA O MESMO PERÍODO

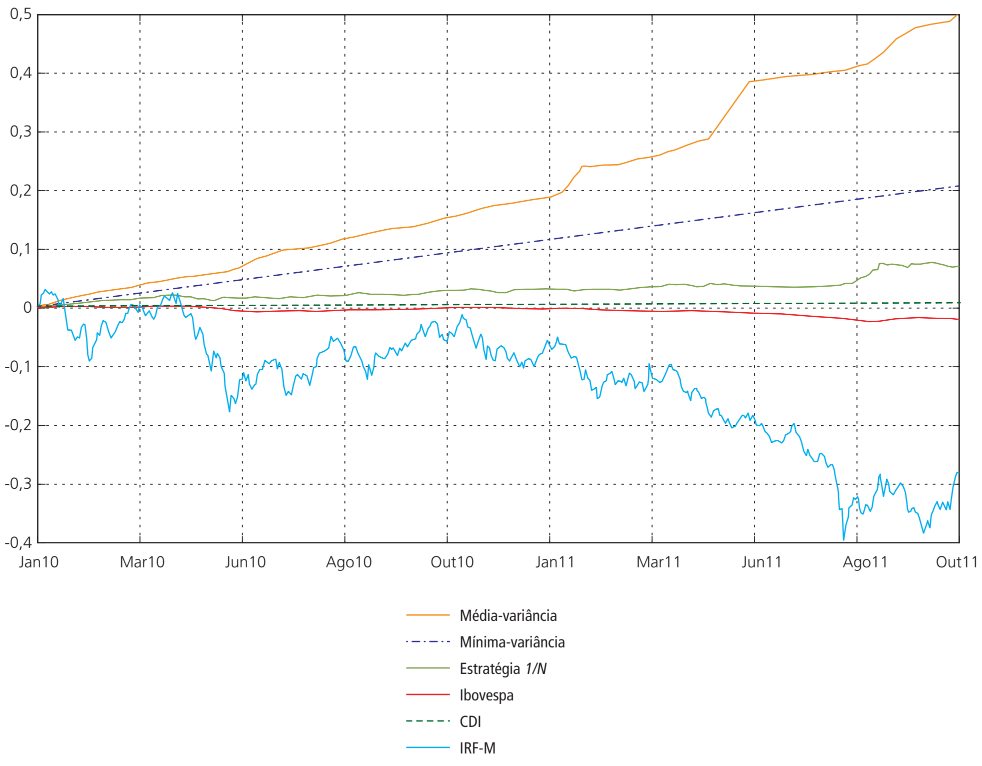


Fonte: Elaborado pelos autores.

• RAM, REV. ADM. MACKENZIE, *15*(2), 127-161 •
SÃO PAULO, SP • MAR.-ABR. 2014 • ISSN 1518-6776 (impresso) • ISSN 1678-6971 (*on-line*)

GRÁFICO 2

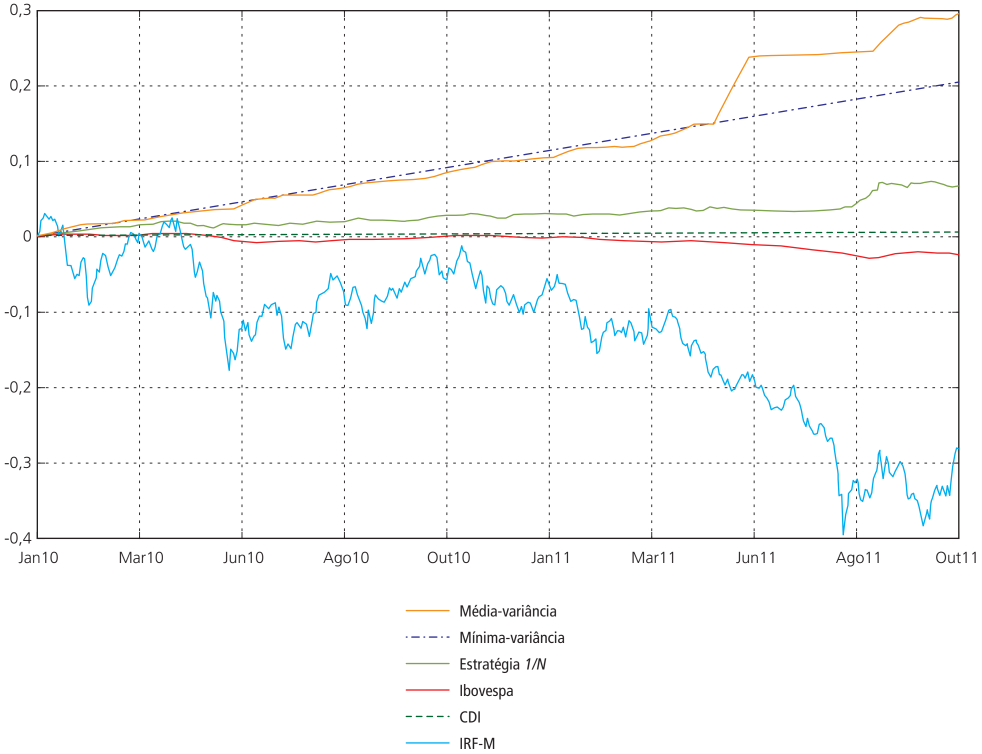
RETORNOS ACUMULADOS EM EXCESSO AO CDI UTILIZANDO FREQUÊNCIA DE REBALANCEAMENTO SEMANAL PARA OS PESOS DAS CARTEIRAS OBTIDAS POR MEIO DAS ESTRATÉGIAS DE OTIMIZAÇÃO POR MÉDIA-VARIÂNCIA E MÍNIMA-VARIÂNCIA, EMPREGANDO UM MODELO GARCH MULTIVARIADO FATORIAL PARA A ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA, E OS EXCESSOS DE RETORNO DA ESTRATÉGIA *1/N*, DO CDI, DO IBOVESPA E DO IRF-M PARA O MESMO PERÍODO



Fonte: Elaborado pelos autores.

Gráfico 3

RETORNOS ACUMULADOS EM EXCESSO AO CDI UTILIZANDO FREQUÊNCIA DE REBALANCEAMENTO MENSAL PARA OS PESOS DAS CARTEIRAS OBTIDAS POR MEIO DAS ESTRATÉGIAS DE OTIMIZAÇÃO POR MÉDIA-VARIÂNCIA E MÍNIMA-VARIÂNCIA, EMPREGANDO UM MODELO GARCH MULTIVARIADO FATORIAL PARA A ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA, E OS EXCESSOS DE RETORNO DA ESTRATÉGIA *1/N*, DO CDI, DO IBOVESPA E DO IRF-M PARA O MESMO PERÍODO



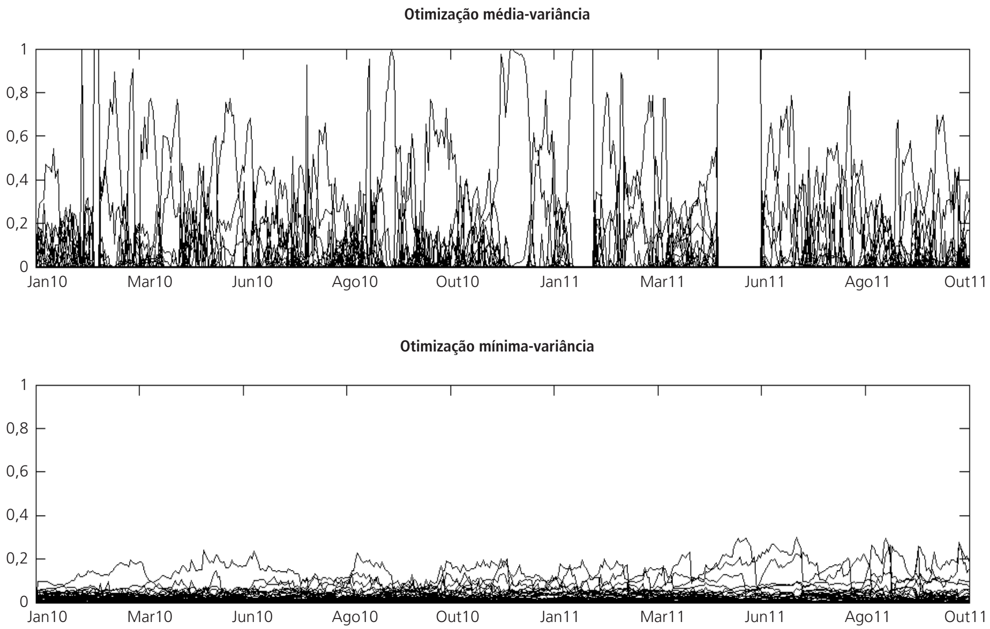
Fonte: Elaborado pelos autores.

Como se pode observar, as carteiras ótimas obtidas via técnicas de otimização (média-variância e mínima-variância) apresentaram um desempenho superior ao *benchmark*, dado pelo Ibovespa, o qual apresentou um resultado negativo no período considerado. Observa-se que a carteira de média-variância obteve um desempenho substancialmente superior à carteira de mínima-variância em todas as frequências de rebalanceamento alternativas consideradas.

Para comparar a estabilidade das diferentes estratégias consideradas, os gráficos 4, 5 e 6 apresentam os pesos das carteiras variantes no tempo para o período fora da amostra. Novamente, utilizam-se os pesos das carteiras de média-variância e mínima-variância considerando as frequências de rebalanceamento diária, semanal e mensal.

Gráfico 4

PESOS DOS ATIVOS DA CARTEIRA QUE VARIARAM AO LONGO DO TEMPO PARA OS MODELOS DE OTIMIZAÇÃO POR MÉDIA--VARIÂNCIA E MÍNIMA-VARIÂNCIA, EMPREGANDO UM MODELO GARCH MULTIVARIADO FATORIAL PARA ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA E CONSIDERANDO A FREQUÊNCIA DE REBALANCEAMENTO DIÁRIA

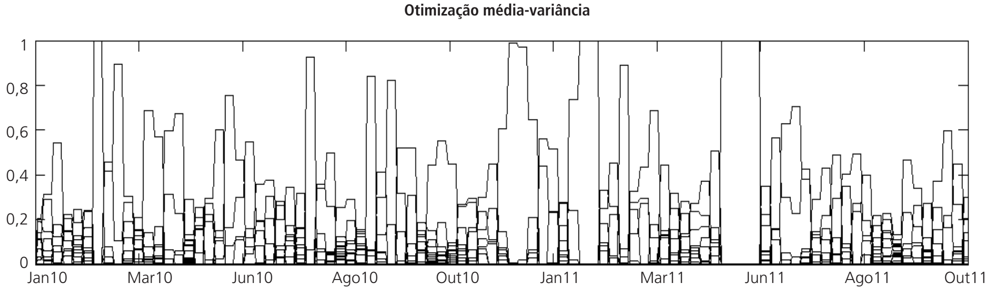


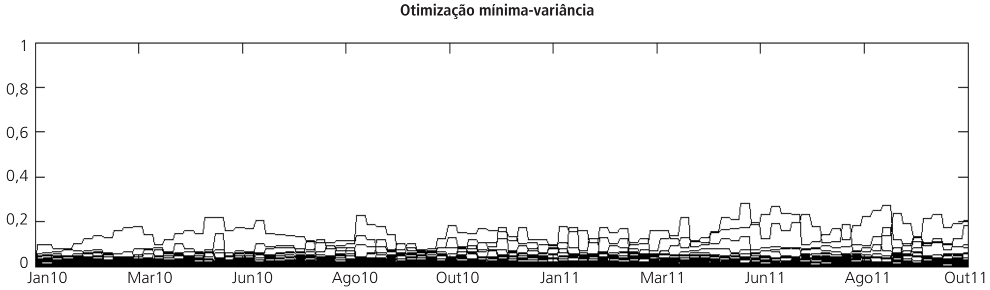
Fonte: Elaborado pelos autores.

• RAM, REV. ADM. MACKENZIE, *15*(2), 127-161 •
SÃO PAULO, SP • MAR.-ABR. 2014 • ISSN 1518-6776 (impresso) • ISSN 1678-6971 (*on-line*)

Gráfico 5

PESOS DOS ATIVOS DA CARTEIRA QUE VARIARAM AO LONGO DO TEMPO PARA OS MODELOS DE OTIMIZAÇÃO POR MÉDIA--VARIÂNCIA E MÍNIMA-VARIÂNCIA, EMPREGANDO UM MODELO GARCH MULTIVARIADO FATORIAL PARA ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA E CONSIDERANDO A FREQUÊNCIA DE REBALANCEAMENTO SEMANAL



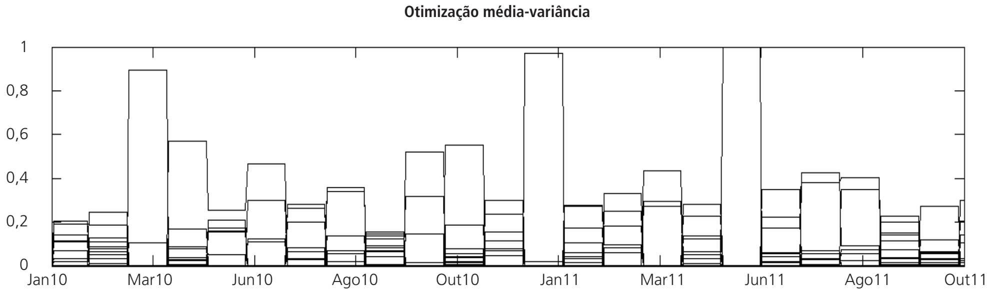


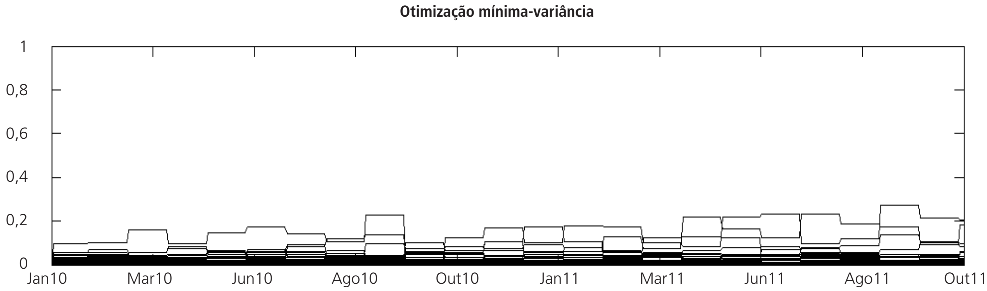
Fonte: Elaborado pelos autores.

Os gráficos mostram as variações dos pesos dos ativos em carteira ao longo do tempo para as diferentes estratégias de otimização, considerando a estimação das matrizes de covariância com um modelo Garch multivariado fatorial dinâmico. Nota-se claramente que a carteira de mínima-variância apresenta pesos mais estáveis ao longo do tempo em comparação com a carteira de média-variância. Tal resultado corrobora o fato de estas últimas possuírem o maior *turnover* dentre todas as estratégias.

Gráfico 6

PESOS DOS ATIVOS DA CARTEIRA QUE VARIARAM AO LONGO DO TEMPO PARA OS MODELOS DE OTIMIZAÇÃO POR MÉDIA--VARIÂNCIA E MÍNIMA-VARIÂNCIA, EMPREGANDO UM MODELO GARCH MULTIVARIADO FATORIAL PARA ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA E CONSIDERANDO A FREQUÊNCIA DE REBALANCEAMENTO MENSAL





Fonte: Elaborado pelos autores.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, avalia-se o desempenho de técnicas quantitativas de otimização de carteiras obtidas por meio da combinação de fundos de investimento multimercados brasileiros, considerando distintas frequências de rebalanceamento das carteiras. Os resultados obtidos mostram que a adoção de estimadores mais sofisticados para a matriz de covariâncias, como os modelos multivariados do tipo Garch ou volatilidade estocástica que, ao contrário do estimador de covariância amostral, conseguem capturar a mudança temporal na volatilidade dos ativos, é capaz de gerar carteiras otimizadas com um desempenho ajustado ao risco consistentemente superior ao obtido com a abordagem tradicional baseada em uma matriz de covariância amostral e também superior aos *benchmarks* considerados (Ibovespa, IRF-M e portfólio ingênuo igualmente ponderado).

Especificamente, os resultados mostram que a redução da frequência de rebalanceamento não levou a um melhor desempenho ajustado ao risco em termos de índice de Sharpe. O melhor desempenho geral, em termos de retorno médio e excesso de retorno em relação ao ativo livre de risco, foi alcançado com as carteiras de média-variância, seguidas pelas carteiras de mínima-variância. As carteiras de mínima-variância apresentaram o melhor desempenho fora da amostra em todas as distintas frequências de rebalanceamento empregadas, em termos de menor volatilidade e maior índice de Sharpe, o qual mede o desempenho ajustado ao risco e menor *turnover*.

Finalmente, com relação ao desempenho do *benchmark*, dado pelo IRF-M, verifica-se que seu desempenho é largamente superado pelas carteiras de média-variância, tanto em termos de retorno médio em excesso ao CDI quanto em termos de desempenho ajustado ao risco. As carteiras de mínima-variância, apesar de apresentarem um retorno médio menor do que o IRF-M, têm um desempenho ajustado ao risco superior a esse *benchmark*. Tal resultado positivo é encontrado para todas as frequências de rebalanceamento alternativas empregadas.

PORTFOLIO SELECTION BASED ON FACTORIAL HETEROSKEDASTIC MODELS: APPLICATION TO FUND OF FUNDS

ABSTRACT

The modern portfolio theory is based on the idea that diversification of a portfolio results in a better relationship between risk and return. Recently, managers have tried to extend the diversification of their portfolios by investing in fund of funds that, in turn, already contains diversified portfolios. With that comes growing interest from academic and market participants in the selection of portfolios formed by investment funds. In this paper, the applicability and performance out of sample of quantitative portfolio optimization strategies to build portfolios of funds will be analyzed. The performance of these portfolios of investment funds will be compared with the performance of the naive equally weighted portfolio, the Ibovespa index and the fixed income index, IRF-M. To obtain optimal portfolios, restricted to short selling, we determine an optimization problem of portfolios composed of 388 Brazilian hedge (multimarket) funds over five years traded in the Brazilian market. For modeling of the covariance matrix of returns of 388 funds is used a heteroscedastic factorial parsimonious model. Considering different frequencies for the portfolio re-balancing frequency (daily, weekly and monthly), the measures of performance out of the sample show that the optimal portfolios exhibit superior results in terms of volatility, risk-adjusted performance, turnover and transaction costs over time. In particular, the results based on robust statistical tests indicate that the Sharpe ratio (SR) of the mean-variance portfolios and that of the minimum-variance portfolios were statistically different (higher) compared to the SR of the benchmark index in all portfolio re-balancing frequencies used in the paper. Regarding the standard deviation, statistical tests employed in the paper showed that the volatility of the minimum-variance portfolios is statistically different (lower) than the volatility of the benchmark index. Similar results were found when comparing the performance of the optimal portfolios with respect to the Ibovespa index and the equally- weighted portfolio.

KEYWORDS

Multivariate Garch. Dynamic conditional correlation. Performance evaluation. Fund of funds. Portfolio optimization.

OPTIMIZACIÓN DE CARTERA A TRAVÉS DE MODELOS FACTORIALES HETEROCEDÁSTICOS: APLICACIÓN PARA FONDOS DE FONDOS MULTIMERCADOS

RESUMEN

La teoría moderna de la cartera se basa en la idea de que la diversificación de una cartera da lugar a una mejor relación entre riesgo y rendimiento. Recientemente, los gestores han tratado de ampliar la diversificación de sus carteras mediante la inversión en cuotas de fondos de inversión diferentes que, a su vez, contienen carteras diversificadas. Con esto viene el creciente interés académico y de los participantes del mercado en la selección de las carteras formadas por fondos de inversión. En este trabajo, la aplicabilidad y el rendimiento fuera de la muestra de estrategias cuantitativas de optimización de carteras de fondos de inversión serán analizados. El desempeño de estas carteras de fondos de inversión será comparado con el desempeño de la cartera ingenua igualmente ponderada, con el índice Ibovespa e con el índice de ingreso fijo, IRF-M. Para obtener carteras óptimas, restringido a venta corta, formulase un problema de optimización de carteras compuestas de 388 fondos de inversión brasileños multimercado a lo largo de cinco años. Para la modelización de la matriz de covarianzas de los rendimientos de los 388 fondos emplease un modelo factorial heterocedástico parsimonioso. Tomando en cuenta distintas frecuencias de rebalanceo de las carteras optimizadas, las medidas de rendimiento fuera de la muestra indican que las estrategias de optimización cuantitativas proporcionan resultados superiores en términos de volatilidad, rendimiento ajustado al riesgo, *turnover* y costes de transacción a lo largo del tiempo. En particular, los resultados indican que el ratio de Sharpe (S) de la cartera media-varianza y de la cartera de mínima varianza fueron estadísticamente diferentes (superior) en comparación con el reequilibrio de referencia se utilizan todas las frecuencias. Con respecto a la desviación estándar, las pruebas estadísticas muestran que la volatilidad de las carteras de varianza mínima es estadísticamente diferente (menor) que la volatilidad del índice de referencia. Se encontraron resultados similares cuando se compara el rendimiento de las carteras optimizadas con respecto al índice Bovespa y la cartera igualmente ponderada.

PALABRAS CLAVE

Garch multivariado. Correlación condicional dinámica. Evaluación del desempeño. Fondo de fondos. Optimización de carteras.

REFERÊNCIAS

Adrian, T., & Franzoni, F. (2009). Learning about beta: time-varying factor loadings, expected returns, and the conditional CAPM. *Journal of Empirical Finance*, *16*(4), 537-556.

Alves Jr., A. J. *Fundos mútuos de investimentos no Brasil: a expansão da indústria nos anos 1990 e perspectivas para o futuro*. Comissão Econômica para a América Latina e o Caribe – LC/BRS/R.143, nov. 2003. Recuperado em 20 setembro, 2012, de www.cepal.org/publicaciones/xml/2/24502/LCBRS143AntoJoseAlvesJr.pdf.

Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais. Panorama Ambima. Recuperado em 20 setembro, 2012, de http://portal.anbima.com.br/Pages/home.aspx.

Ang, A., & Chen, J. (2007). CAPM over the long run: 1926-2001. *Journal of Empirical Finance*, *14*(1), 1-40.

Best, M. J., & Grauer, R. R. (1991). On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means: some analytical and computational results. *The Review of Financial Studies*, *4*, 315-342.

Best, M. J., & Grauer, R. R. (1992). Positively weighted minimum-variance portfolios and the structure of asset expected returns. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, *27*, 513-537.

Black, F. (1976). Studies of stock price volatility changes. *Proceedings of the Meeting of the American Statistical Association*, pp. 171-181, *Business and Economical Statistics Section*, Alexandria, VA.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, *31*(3), 307-327.

Boyd, S., & Vanderberghe, L. (2004). *Convex optimization*. New York: Cambridge University Press. Retrieved June 24, 2012, from http://www.stanford.edu/~boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf.

Brandt, M. W. (2010). Portfolio choice problems. In Y. Aït-Sahalia & L. P. Hansen (Eds.). *Handbook of financial econometrics* (Vol. 1, pp. 269-336). Amsterdam: North Holland.

Campbell, J., Lo, A. H., & Mckinlay, C. (1997). *The econometrics of financial markets*. Princeton: Princeton University Press.

Ceretta, P. S., Costa, N. C. A. da., Jr. (2001). Avaliação e seleção de fundos de investimento: um enfoque sobre múltiplos atributos. *Revista Administração Contemporânea*, 5(1), p. 7-22.

Chan, L. K. C., Karceski, J., & Lakonishok, J. (1999). On portfolio optimization: forecasting covariances and choosing the risk model. *Review of Financial Studies*, *12*(5), 937-974.

Comissão de Valores Mobiliários (2004). Instrução normativa CVM n. 409. Recuperado em 20 setembro, 2012, de http://www.cvm.gov.br/asp/cvmwww/atos/exiato.asp?file=%5Cinst%5Cinst409consolid.htm.

Demiguel, V., Garlappi, L., Nogales, F. J., & Uppal, R. (2009). A generalized approach to portfolio optimization: improving performance by constraining portfolio norms. *Management Science*, *55*(5), 798-812.

Demiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, *22*(5), 1915-1953.

Demiguel, V., & Nogales, F. J. (2009). Portfolio selection with robust estimation. *Operations Research*, *57*(3), 560-577.

Elton, E. J., Gruber, M. J., & Blake, C. R. (1996). Survivorship bias and mutual fund performance. *The Review of Financial Studies*, Oxford, *9*(4), 1097- 1120.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica*, *50*(4), 987-1007.

Engle, R. F. (2002). Dynamic conditional correlation: a simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of Business & Economic Statistics*, *20*(3), 339-350.

Engle, R. F, Shephard, N., & Sheppard, K. (2008). Fitting vast dimensional time-varying covariance models [Discussion Paper Series, N° 403]. *University of Oxford*, Oxford, UK.

Fonseca, N. F., Bressan, A. A., Iquiapaza, R. A., & Guerra, J. P. (2007). Análise do desempenho recente de fundos de investimento no Brasil. *Contabilidade Vista & Revista*, *18*(1), 95-116.

Glosten, L., Jagannathan, R., & Runkle, D. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, *48*, 1779-1801.

Jagannathan, R., & Ma, T. (2003). Risk reduction in large portfolios: why imposing the wrong constraints helps. *Journal of Finance*, *58*(4), 1651-1684.

Jostova, G., & Philipov, A. (2005). Bayesian analysis of stochastic betas. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, *40*(4), 747.

Ledoit, O., & Wolf, M. (2004a). Honey, I shrunk the sample covariance matrix. *Journal of Portfolio Management*, *30*, 110-119.

Ledoit, O., & Wolf, M. (2004b). A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices. *Journal of Multivariate Analysis*, *88*, 365-411.
Ledoit, O., & Wolf, M. (2008). Robust performance hypothesis testing with the Sharpe ratio. *Journal of Empirical Finance*, *15*, 850-859.
Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, *7*, 77-91.
Politis, D. N., & Romano, J. P. (1994). The stationary bootstrap. *Journal of the American Statistical Association*, *89*(428), 1303-1313.
Rouwenhorst, K. G. (2004). *The origins of mutual funds* (working paper n. 04-48). Recuperado em 20 setembro, 2012, de http://ssrn.com/abstract=636146.
Santos, A. A. P. (2010). The out-of-sample performance of robust portfolio optimization. *Revista Brasileira de Finanças*, *8*, 141-166.
Santos, A. A. P., & Moura, G. V. (*in press*). Dynamic factor multivariate GARCH model. *Computational Statistics & Data Analysis*.
Santos, A. A. P., & Tessari, C. (2012). Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. *Revista Brasileira de Finanças*, *10*(3), 369-393, 2012.
Tsay, R. S. (2010). *Analysis of financial time series* (3rd ed.). New Jersey: Wiley-Interscience.
Varga, G. (2001). Índice de Sharpe e outros indicadores de performance aplicados a fundos de ações brasileiros. *Revista Administração Contemporânea*, *5*(3), 215-245.

APÊNDICE

ÍNDICES DE MERCADO: FATORES DE RISCO

Em relação aos fatores de risco considerados, em um primeiro momento, o presente estudo identificou os principais riscos aos quais as classes de ativos do mercado brasileiro estão expostas, sendo eles, resumidamente: a curva de juros prefixada, o mercado de ações, a curva de cupom de inflação, a curva de cupom de moeda e o fator livre de risco. Em um segundo momento, buscou identificar, no mercado brasileiro, os fatores mais aceitos e difundidos que pudessem representar as classes de ativos expostas a esses riscos. Como já mencionado por diversos autores, não se trata de uma tarefa fácil. Dessa forma, são apresentados a seguir os índices mais representativos dos investimentos no Brasil:

- IRF-M 1 e IRF-M 1+: para o risco da curva de juros prefixada.
- Ibovespa: para o risco do mercado de ações.
- IMA-B 5 e IMA-B 5+: para o risco de inflação.
- Dólar – PTAX: para risco de taxa de câmbio.
- CDI: para o fator livre de risco.

No caso da classe de ativos exposta ao mercado de ações, o Ibovespa[10] é um índice bastante abrangente, além de ser o mais utilizado no mercado financeiro, portanto considera-se que é suficiente para representar essa classe de ativos. O CDI[11] como fator livre de risco também já é amplamente aceito, além de ser utilizado como o *benchmark* oficial da indústria de fundos de renda fixa no Brasil.

No caso da classe de ativos exposta à variação cambial, o dólar é a moeda estrangeira mais negociada no mercado à vista e também com a maior liquidez no mercado futuro da BM&F. Por essa razão, reflete bem a maior parte das estratégias envolvendo moedas estrangeiras nos fundos multimercados. Para representar a variação desse fator de risco, escolhemos o taxa PTAX[12].

[10] O Ibovespa é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. Sua relevância advém do fato de retratar o comportamento dos principais papéis negociados na BM&FBovespa e também de sua tradição, pois o índice manteve a integridade de sua série histórica e não sofreu modificações metodológicas desde sua implementação em 1968.

[11] O CDI é um instrumento financeiro que possibilita a troca de recursos entre instituições financeiras. Diariamente, a Cetip (Companhia de capital aberto que oferece serviços de registro, central depositária, negociação e liquidação de ativos e títulos) divulga a taxa DI *over*, que é uma média calculada com base nas operações do mercado interbancário prefixadas e pactuadas por um dia útil.

[12] PTAX: taxa de câmbio média do dia apurada com base nas operações realizadas no mercado interbancário e divulgada diariamente pelo Banco Central, sendo a taxa de referência do dólar no mercado financeiro.

• RAM, REV. ADM. MACKENZIE, *15*(2), 127-161 •
SÃO PAULO, SP • MAR.-ABR. 2014 • ISSN 1518-6776 (impresso) • ISSN 1678-6971 (*on-line*)

Para o mercado de renda fixa, a divulgação de índices é recente e vem se aprimorando nos últimos anos com a divulgação do Índice de Mercado Anbima (IMA). Com o objetivo de atender às necessidades dos diversos tipos de investidores, o IMA envolve uma família de subíndices que representa a evolução, a preços de mercado, dos títulos públicos de acordo com seus indexadores (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais, 2012). Eis os subíndices desenvolvidos e apresentados pelo IMA:

- Títulos prefixados (NTN-F e LTN) são representados pelo IRF-M.
- Títulos indexados ao IPCA (NTN-B) representados pelo IMA-B.
- Títulos indexados ao IGPM (NTN-C) pelo IMA-C.

No Brasil, a utilização desses índices como referência (*benchmark*) para a indústria de fundos de renda fixa vem crescendo significativamente e é cada vez mais difundida entre os participantes do mercado. Assim, para representar o risco da curva de juros prefixada, foi utilizado o IRF-M, e, para representar a curva de cupom de inflação, adotou-se o IMA-B. Quanto ao IMA-C, a dívida atrelada ao IGP-M vem perdendo relevância, devido à baixa liquidez observada nesse segmento, e o IMA-S é um índice muito próximo ao CDI; portanto, nenhum dos dois índices foi inserido no estudo.

Ainda em relação ao IRF-M e IMA-B, existem mais dois subíndices divulgados pela Anbima, que são calculados com base nos prazos de vencimento de seus componentes:

- IRF-M 1: contém os títulos com prazo inferior a um ano.
- IRF-M 1+: contém os títulos com prazo igual ou superior a um ano.
- IMA-B 5: contém os títulos com prazo inferior a cinco anos.
- IMA-B 5+: contém os títulos com prazo igual ou superior a cinco anos.

A definição dos prazos de cada índice foi realizada pelo fórum responsável pelo desenvolvimento da metodologia e acompanhamento dos índices, o qual defende que o prazo de até cinco anos concentra os vencimentos mais líquidos no caso do IMA-B; no caso do IRF-M, o prazo de um ano foi escolhido porque a carteira dos títulos prefixados no Brasil possui um perfil maturidade menor (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais, 2012).

• RAM, REV. ADM. MACKENZIE, *15*(2), 127-161 •
SÃO PAULO, SP • MAR.-ABR. 2014 • ISSN 1518-6776 (impresso) • ISSN 1678-6971 (*on-line*)